1. 두 직선 $2x+y-a=0$ 과 $x-3y-a+2=0$ 의 교점이 직선 $y=\frac{2}{3}x$ 위에 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{11}$

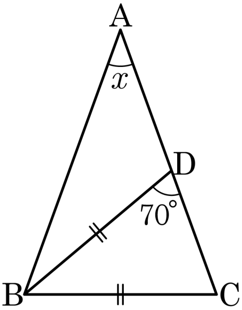
해설

$2x+y-a=0$ 을 a 에 대하여 정리하면
$a=2x+y$ 이다.
$x-3y-a+2=0$에 $a=2x+y$ 를 대입하면
$x-3y-2x-y+2=0$
$\Rightarrow -x-4y=-2$
$\Rightarrow x+4y=2$
또, $y=\frac{2}{3}x$ 와 한 점에서 만나므로

$$\begin{cases} x+4y=2 & \cdots ㉠ \\ \frac{2}{3}x=y & \cdots ㉡ \end{cases}$$

①을 ㉡에 대입하면 $x+\frac{8}{3}x=2$ 이고,
양변에 3 을 곱하면 $3x+8x=6$,
$x=\frac{6}{11}$ 이고, $y=\frac{4}{11}$ 이다.
따라서 $a=2x+y=\frac{2\times 6}{11}+\frac{4}{11}=\frac{12}{11}+\frac{4}{11}=\frac{16}{11}$ 이다.

2. $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형에서 $\overline{BC}=\overline{BD}$가 되도록 점 D 를 변 AC 위에 잡았다. $\angle x$ 의 크기는?



① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

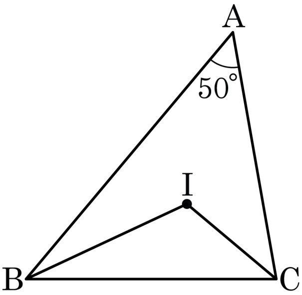
해설

$\triangle$BCD 가 이등변삼각형이므로 $\angle BCD=70°$

또한 $\triangle$ABC 는 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형

$\therefore \angle x=180°-2\times70°=40°$

3. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 내심을 I라 할 때, $\angle A = 50°$이면 $\angle BIC$의 크기는?



① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

$\therefore \angle BIC = 90° + \frac{1}{2} \times 50° = 115°$

4. 일차함수 $y = ax + b$의 그래프는 x의 값이 1에서 3으로 변할 때, y의 값은 4에서 -2로 변한다. 이 그래프가 점 $(1,\ -2)$를 지날 때, 다음 중 일차함수 $y = ax + b$ 위에 있는 점은?

㉠ $(2,\ 5)$	㉡ $(-1,\ 4)$
㉢ $(0,\ 1)$	㉣ $(-2,\ 5)$

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉣　③ ㉡, ㉢　④ ㉡, ㉣　⑤ ㉢, ㉣

해설

x의 값이 1에서 3으로 변할 때, y의 값은 4에서 -2로 변하므로 기울기는 $\dfrac{4-(-2)}{1-3} = -3$이다.

또한 점 $(1,\ -2)$를 지나므로 주어진 일차함수는 $y = -3x + 1$이다.

㉠ $4 = -3 \times (-1) + 1$

㉡ $1 = -3 \times 0 + 1$

이므로 점 $(-1,\ 4)$, $(0,\ 1)$은 일차함수 $y = -3x + 1$의 그래프 위에 있다.

5. 길이가 15cm 인 초에 불을 붙인 후 2 분마다 초의 길이를 측정하여 다음과 같은 표를 얻었다. 그런데 그만 실수로 종이가 찢어져 표의 일부분을 볼 수 없게 되었다. 불을 붙이기 시작해서 x 분 후의 초의 길이를 $y$cm 로 정하여 이 초가 모두 연소하여 없어질 때까지의 관계를 함수로 만들고자 할 때, 이 함수의 x의 값의 범위는?

시간(분)	0	2	4	5
초의 길이(cm)	15	13.5	12	

① 0이상 6이하 ② 0이상 20이하 ③ 0이상 12이하

④ 0이상 15이하 ⑤ 6이상 15이하

해설

i) $y = 15 - ax$ 라 하고 $(4, 12)$ 를 대입

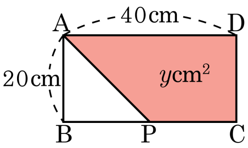
$15 - 4a = 12$

$a = \frac{3}{4}$ 이므로 $y = 15 - \frac{3}{4}x$

ii) $15 - \frac{3}{4}x = 0$

$x = 20$ 이므로 x 의 x의 값의 범위는 0이상 20이하이다.

6. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 P 가 점 B 에서 점 C 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직이고 있다. 점 P 가 x초 동안 움직였을 때, □APCD 의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$ 라 하면 넓이가 $600\,\text{cm}^2$ 일 때의 움직인 시간은?



① 2초 후　② 4초 후　③ 6초 후
④ 8초 후　⑤ 10초 후

해설

넓이는 $y = (40 + 40 - 2x) \times 20 \times \dfrac{1}{2}$

$\therefore y = 800 - 20x$

따라서, $y = 600$ 을 대입하면, $x = 10$

7. 미지수가 두 개인 일차방정식 $6x-2y-10=0$의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① 기울기는 -2이다.

② x 절편은 $\frac{4}{3}$이다.

③ y 절편은 5이다.

④ $y=3x$의 그래프를 평행 이동한 것이다.

⑤ $y=3x-4$의 그래프와 같다.

해설

$6x-2y-10=0$은 식을 변형하면 $y=3x-5$와 같다. 따라서 $y=3x$의 그래프를 평행 이동한 것이다.

8. 직선의 방정식 $7x+4y=21$ 위의 한 점의 좌표가 x, y 의 절댓값은 같고 부호는 다르다고 한다. 이 점의 좌표로 맞는 것은?

① $(11, -11)$ ② $(-11, 11)$ ③ $(9, -9)$

④ $(-9, 9)$ ⑤ $(7, -7)$

해설

x, y 의 절댓값은 같고 부호는 다르므로, 좌표를 $(a,\ -a)$ 라 두고 방정식에 대입하면

$7a-4a=21,\quad \therefore a=7$

따라서 $(7, -7)$

9. 일차함수 $y=(a+1)x-a+3$ 의 그래프가 일차방정식 $2x-y-5=0$ 의 그래프와 평행할 때 , $y=-3x+a$ 의 그래프의 y 절편은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$2x-y-5=0$ 을 $y=2x-5$ 로 변형하면 기울기가 2이므로 $2=a+1$ 이다. 따라서, $a=1$ 이다.
그러므로 $y=-3x+a$ 의 y 절편은 1 이다.

10. 직선 $5(x+2)+y=-4$ 의 그래프와 평행하고, 점 $(0,-4)$ 를 지나는 직선의 방정식은?

① $y=-5x-14$　② $y=5x+1$　③ $y=-5x+4$

④ $y=-5x-4$　⑤ $y=-5x-1$

해설

$5x+10+y=-4$

$y=-5x-14$

$y=-5x-14$와 평행하므로 기울기는 -5

$y=-5x+b$에 $(0,-4)$를 대입하면

그러므로 $y=-5x-4$

11. 일차함수 $y=(a+3)x+6$ 의 그래프를 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 시켜서 $2x-y+8=0$ 의 그래프와 y 축 위에서 만나게 하려고 한다. b 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

일차함수 $y=(a+3)x+6$ 를 b 만큼 평행이동 시킨 그래프는 $y=(a+3)x+6+b$ 이고,

이 그래프가 $2x-y+8=0$ 과 y 축 위에서 만나므로 두 그래프의 y 절편이 같다.

따라서 $6+b=8$ 이므로 $b=2$ 이다.

12. 두 점 $(-1,\ k-3)$, $(4,\ 6-2k)$ 를 지나는 직선이 y 축에 수직일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

y 축에 수직이면 $y=$ (상수) 이므로

$k-3=6-2k$

$3k=9$

$\therefore k=3$

13. 두 일차함수 $y=-3x+1$ 과 $y=2x+a$ 의 그래프의 교점의 좌표가 $(b,\ 2)$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{3}$

해설

$y=-3x+1$ 에 $(b,\ 2)$ 를 대입하면

$2=-3b+1$,

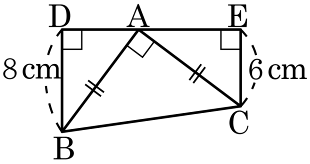
$3b=-1$, $b=-\frac{1}{3}$,

$y=2x+a$ 에 $\left(-\frac{1}{3},\ 2\right)$ 를 대입하면

$2=2\times\left(-\frac{1}{3}\right)+a$,

$2=-\frac{2}{3}+a$, $a=2+\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 90°$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 14 cm

해설

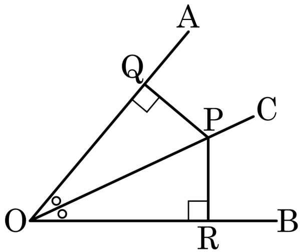
$\triangle DBA \equiv \triangle EAC$ 이므로

$\overline{DA} = \overline{EC} = 6\,\text{cm}$

$\overline{AE} = \overline{BD} = 8\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DE} = 6 + 8 = 14(\text{cm})$

15. 다음 그림에서 $\angle AOB$ 의 이등분선 $\overline{OC}$ 위의 점 P 로부터 변 OA , OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle POQ = \angle POR$ ② $\angle OQP = \angle ORP$

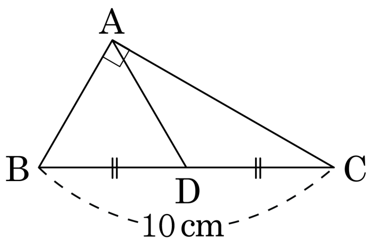
③ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$ ④ $\overline{PQ} = \overline{PR}$

⑤ $\overline{OQ} = \overline{OR} = \overline{OP}$

해설

점 Q 와 점 R 은 수선의 발을 내린 것이므로
$\angle OQP = \angle ORP = 90^\circ$ (②)
$\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서
ⅰ) $\overline{OP}$ 는 공통
ⅱ) $\angle PQO = \angle PRO = 90^\circ$ ($\because$가정)
ⅲ) $\angle QOP = \angle ROP$ ($\because$가정)
직각삼각형에서 빗변의 길이가 같고 한 내각의 크기가 같으므로
$\triangle POQ \equiv \triangle POR$(RHA합동) 이다. (③)
합동인 삼각형의 두 대변의 길이는 같으므로 ④는 참이다.
또, 합동인 삼각형의 두 대각의 크기는 같으므로 ①은 참이다.

16. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$인 직각삼각형이다. $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$, $2\angle ACB = \angle ABC$일 때, $\triangle ABD$의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 15 cm

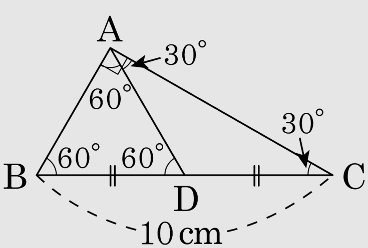
해설

다음 그림에서 점 D는 직각삼각형에서 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$의 외심이다.

또한, $\angle ACB = \frac{1}{3} \times 90° = 30°$이므로

$\angle ABC = 60°$

$\overline{DB} = \overline{DA}$이므로 $\angle DAB = 60°$



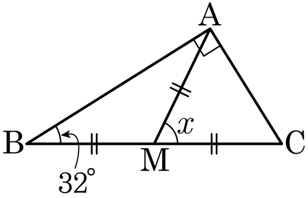
따라서 $\triangle ABD$는 정삼각형이므로

$\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$

$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이) $= 3\overline{AB} = 3 \times 5$

$= 15(\text{cm})$

17. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 빗변의 중점을 M 이라 하자. $\angle ABC = 32°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 60°　② 62°　③ 64°　④ 66°　⑤ 68°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 M 은 외심이므로 $\overline{MB} = \overline{MA} = \overline{MC}$ 이다.

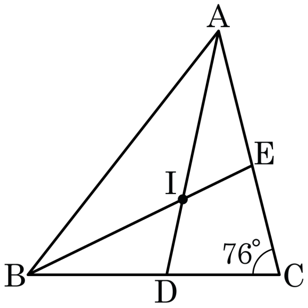
$\triangle ABM$ 은 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{MB} = \overline{MA}$)

$\angle MBA = \angle MAB = 32°$

두 내각의 합은 나머지 한 각의 외각의 크기와 같으므로

$\angle AMC = \angle MBA + \angle MAB = 32° + 32° = 64°$ 이다.

18. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 $\angle C = 76°$ 일 때, $\angle ADB + \angle BEA$ 를 구하면?



① 190° ② 195° ③ 201° ④ 204° ⑤ 205°

해설

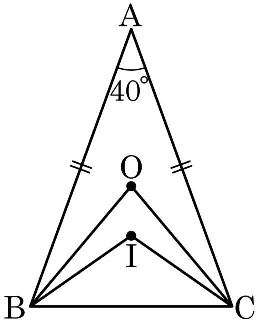
$\angle A + \angle B = 180° - 76° = 104°$

$\therefore \angle ADB + \angle AEB$

$= \frac{1}{2}\angle A + 76° + \frac{1}{2}\angle B + 76°$

$= 52° + 152° = 204°$

19. 다음 그림에서 점 O 는 이등변삼각형 ABC 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 40°$ 일 때, $\angle IBC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 25 °

해설

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 40° = 80°$

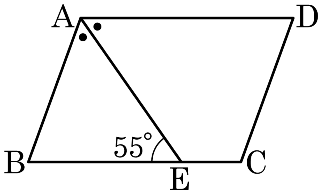
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OBC = (180° - 80°) \div 2 = 50°$

점 I 가 $\triangle OBC$ 의 내심이므로

$\angle OBI = \angle IBC = 25°$

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAE = \angle DAE$, $\angle AEB = 55^\circ$ 일 때 평행사변형 ABCD 의 $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



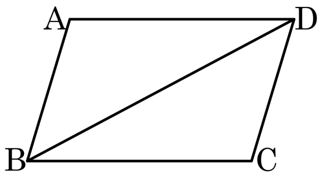
▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 70 °

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$, $\angle EAD = \angle AEB = 55^\circ$, $\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$,
$55^\circ + 55^\circ + \angle ADC = 180^\circ$ 이다.
그러므로 $\angle ADC = 70^\circ$ 이다.

21. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AD}=\overline{CB}$ 이면 □ABCD 는 평행사변형임을 설명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 옳지 않은 것을 기호로 써라.



대각선 BD를 그어보면
대각선 BD는
㉠ 삼각형ABD와 삼각형CDB의 공통부분이 된다.
㉡ $\overline{AB}=\overline{CD}$ 이고
㉢ $\overline{AD}=\overline{CB}$ 이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (㉣SAS 합동)
$\angle ABD=\angle CDB$, $\angle ADB=\angle CBD$ (㉤엇각)
$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{CB}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD 는 평행사변형이다.

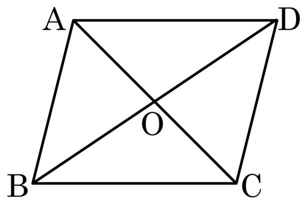
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ SSS 합동

22. □ABCD 가 항상 평행사변형이 되지 않는 것은?



① $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$

② $\angle B = 90°$, $\angle C = 90°$, $\angle D = 90°$

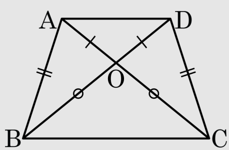
③ $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 3\,cm$

④ $\overline{OA} = \overline{OD}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ (단, 점 O 는 두 대각선의 교점이다.)

⑤ $\overline{AB} = \overline{DC} = 5\,cm$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 7\,cm$

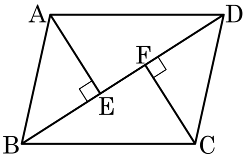
해설

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이 된다.
② 사각형의 내각의 합은 $360°$ 이므로 $\angle A = 90°$ 가 된다. 두 쌍의 대각의 크기는 같으므로 평행사변형이 된다.
③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이 된다.
④ (반례) 등변사다리꼴



⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이 된다.

23. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 B, D 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 □AECF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AE}//\overline{CF}$, $\overline{AF}//\overline{CE}$

② $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AF}=\overline{CE}$

③ $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}//\overline{CF}$

④ $\overline{AE}//\overline{CF}$

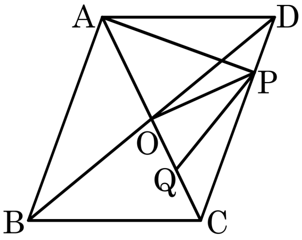
⑤ $\overline{AF}=\overline{CF}$, $\overline{AF}//\overline{CF}$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA합동) 이므로

$\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}//\overline{CF}$ 이다.

24. 다음 그림의 평행사변형 □ABCD 에서 $\overline{DP} : \overline{PC} = 3 : 8$ 이고 $\triangle APC = 90°$ 라고 한다. $\overline{OQ} = \overline{QC}$ 일 때, $\triangle OQP$ 의 넓이는 □ABCD 의 넓이의 몇 배인가?



① $\dfrac{1}{11}$ 배　② $\dfrac{1}{12}$ 배　③ $\dfrac{1}{13}$ 배
④ $\dfrac{1}{14}$ 배　⑤ $\dfrac{1}{15}$ 배

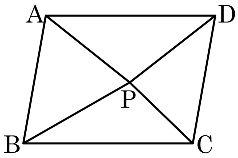
해설

$$\triangle OQP = \square ABCD \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{8}{11} \times \frac{1}{2}$$

$$= \square ABCD \times \frac{1}{11}$$

$\therefore \dfrac{1}{11}$ (배)

25. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 임의의 점 P를 잡았다. $\triangle APB = 24\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle APD = 20\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle DPC = 14\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle PBC$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $18\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle APB + \triangle DPC = \triangle APD + \triangle PBC$

$24 + 14 = 20 + \triangle PBC$

$\therefore\ \triangle PBC = 18\ (\mathrm{cm}^2)$