

1. $\sqrt{81}$ 의 양의 제곱근을 a , $(-4)^2$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① -7

② -1

③ 1

④ 7

⑤ 13

해설

$\sqrt{81} = 9$ 의 제곱근은 ± 3 이므로 양의 제곱근 $a = 3$

$(-4)^2 = 16$ 의 제곱근은 ± 4 이므로 음의 제곱근 $b = -4$

$\therefore a - b = 3 - (-4) = 7$

2. 다음 식의 계산 중 옳은 것은?

① $\sqrt{36} + (-\sqrt{12})^2 = 15$

② $\sqrt{5^2} - \sqrt{(-3)^2} = 8$

③ $\sqrt{(-10)^2} - \sqrt{49} = -17$

④ $\sqrt{0.04} \div \sqrt{0.1^2} = 0.2$

⑤ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2} = 5$

해설

① $\sqrt{36} + (-\sqrt{12})^2 = 6 + 12 = 18$

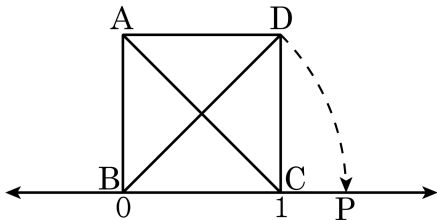
② $\sqrt{5^2} - \sqrt{(-3)^2} = 5 - 3 = 2$

③ $\sqrt{(-10)^2} - \sqrt{49} = 10 - 7 = 3$

④ $0.2 \div 0.1 = 2$

⑤ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2} = 2 \times \frac{5}{2} = 5$

3. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형일 때, 수직선 위의 점 P 에 대응하는 수는?



① $\sqrt{2} - 1$

② $1 - \sqrt{2}$

③ $\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{2} + 1$

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{2}$$

점 P 는 점 B 를 기준으로 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이므로 $0 + \sqrt{2} = \sqrt{2}$ 이다.

4. 다음 이차함수의 그래프 중 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = 3x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = -2x^2$

④ $y = x^2$

⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

해설

$\frac{1}{2}$ 의 절댓값이 가장 작다. 따라서 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프의 폭이 가장 넓다.

5. $0 < x < 7$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 16x + 64} - \sqrt{x^2 + 10x + 25}$ 를 간단히 하면?

① $-2x + 3$

② $2x + 1$

③ $-2x - 5$

④ $3x - 1$

⑤ $-3x + 1$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x^2 - 16x + 64} - \sqrt{x^2 + 10x + 25} \\ &= \sqrt{(x-8)^2} - \sqrt{(x+5)^2} \\ &= |x-8| - |x+5| \\ &= -x+8 - x-5 = -2x+3 \end{aligned}$$

6. $y < x < 0$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$ 을 간단히 하면?

① 0

② $2x - 2y$

③ $2x$

④ $2y$

⑤ $-2y$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{(x+y)^2} &= |x-y| + |x+y| \\ &= x-y - (x+y) = -2y\end{aligned}$$

7. $(2x + A)(Bx - 7) = 4x^2 + Cx - 35$ 일 때, $A + B + C$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(2x + A)(Bx - 7) &= 2Bx^2 + (AB - 14)x - 7A \\ &= 4x^2 + Cx - 35 \text{ 에서}\end{aligned}$$

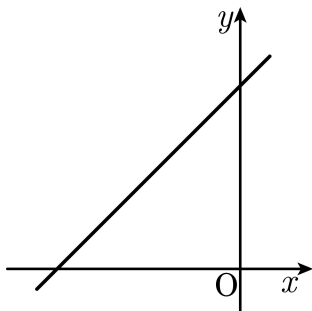
$$2B = 4 \quad \therefore B = 2$$

$$-7A = -35 \quad \therefore A = 5$$

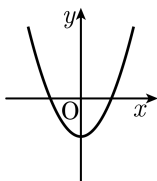
$$AB - 14 = C \quad \therefore C = -4$$

$$\therefore A + B + C = 5 + 2 - 4 = 3$$

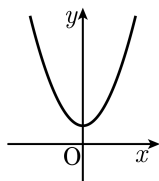
8. 다음 그림은 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이 때, 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 모양은?



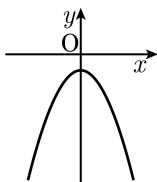
①



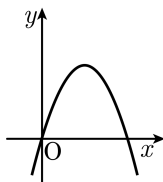
②



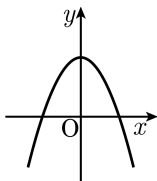
③



④



⑤



해설

일차함수 $y = ax + b$ 의 기울기는 양수이고, y 절편도 양수이므로 $a > 0$, $b > 0$ 이다.

따라서 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 y 절편이 양수인 그래프이다.

9. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 5 + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 k 값의 범위는?

① $k > -3$

② $k < -3$

③ $k > -5$

④ $k < -5$

⑤ $k > -7$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2개

$b^2 - 4ac = 0$: 1개

$b^2 - 4ac < 0$: 0개

$4^2 - 4 \times (-2) \times (5 + k) = 8k + 56 > 0 \quad \therefore k > -7$

10. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 다음 조건을 만족할 때, 다음 중 옳은 것은?

I. $\frac{b}{2a} = -1$

II. 최댓값은 있으나. 최솟값은 없다.

III. 점 $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ 을 지난다.

① $a > 0$

② $c > 0$

③ 다른 한 x 절편이 $-\frac{1}{3}$ 이다.

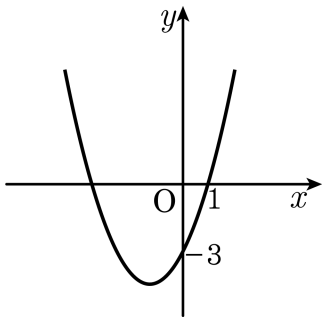
④ 꼭짓점이 제 3 사분면에 있다.

⑤ 그래프는 제 2 사분면을 지나지 않는다.

해설

꼭짓점이 제 1사분면에 있고, 위로 볼록한데 y 절편이 원점 아래에 있기 때문에 제 2사분면을 지나지 않는다.

11. 다음은 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $b^2 - c^2$ 의 값을 구하면?



- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 5

해설

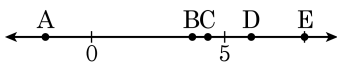
$y = x^2 + bx + c$ 의 그래프는 두 점 $(1, 0)$, $(0, -3)$ 을 지나므로 $c = -3$ 이다.

$$0 = 1 + b - 3$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore b^2 - c^2 = -5$$

12. 다음 중 세 수 p, q, r 를 수직선에 나타내려고 한다. 바르게 연결된 것은?



$$p = \sqrt{3} + \sqrt{5}, q = \sqrt{3} - 2, r = \sqrt{5} + 2$$

① $A = p, B = q, C = r$

② $A = q, B = p, C = r$

③ $A = q, B = p, D = r$

④ $B = p, C = q, D = r$

⑤ $B = r, C = p, D = q$

해설

i) p, q, r 의 대소 관계를 먼저 구한다.

(1) $p - q = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{5} + 2 > 0 \therefore p > q$

(2) $q - r = \sqrt{3} - 2 - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - \sqrt{5} - 4 < 0 \therefore r > q$

(3) $p - r = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - 2 < 0 \therefore r > p$

$\therefore r > p > q$

ii) $q = \sqrt{3} - 2 < 0$ 이므로 수직선 0 보다 왼쪽의 점인 A 에 위치한다.

$r = \sqrt{5} + 2$ 에서 $\sqrt{5}$ 의 범위는 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $4 < r < 5$ 이다.

따라서 r 은 C, p 는 B 에 위치한다.

13. $-9x^2 + y^2 + 6xz - z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ay - 3x + z)(y + bx + cz)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & -9x^2 + y^2 + 6xz - z^2 \\ &= y^2 - (9x^2 - 6xz + z^2) \\ &= y^2 - (3x - z)^2 \\ &= \{y - (3x - z)\} \{y + (3x - z)\} \\ &= (y - 3x + z)(y + 3x - z) \\ &a = 1, b = 3, c = -1 \\ &\therefore a + b + c = 3 \end{aligned}$$

14. $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

① $x = 1, x = 3$

② $x = 1, x = 5$

③ $x = 1$

④ $x = 2, x = 3$

⑤ $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$ 에서 $x \leq 3$ 이다.

따라서 x 의 값은 1, 2, 3이다.

$x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는 x 의 값은 $x = 1, x = 5$ 이므로
이차방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

15. 이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수의 관계로부터

$\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = -1$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3 &= \alpha^2(\alpha + \beta) + \beta^2(\alpha + \beta) \\ &= (\alpha^2 + \beta^2)(\alpha + \beta) \\ &= 3 \times 1 = 3\end{aligned}$$

16. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2

② $-\frac{5}{2}$

③ 3

④ $\frac{7}{2}$

⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

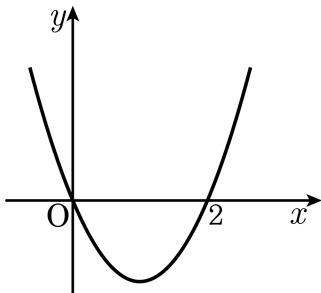
$$a = \frac{1}{2}, b = -3 \text{ 이다.}$$

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \text{ 이고 } (-3, c) \text{ 를 지나므로}$$

$$\therefore c = -\frac{9}{2}$$

17. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



① 제 1, 2, 3 사분면

② 제 1, 3 사분면

③ 제 2, 4 사분면

④ 제 2, 3, 4 사분면

⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$$y = ax^2 + bx + c \text{ 에서 } c = 0$$

$$\text{또한, } y = ax \left(x + \frac{b}{a} \right) \text{ 에서}$$

$$-\frac{b}{a} = 2 > 0$$

$$\therefore \frac{b}{a} < 0$$

$$\text{그러므로 } ax + by + c = 0 \text{ 에서}$$

$$y = -\frac{a}{b}x$$

$$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0 \right)$$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

18. 세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$ 을 지나는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ㉠ 아래로 볼록한 형태의 그래프이다.
㉡ y 절편은 3 이다.
㉢ x 절편은 두 개이다.
㉤ 왼쪽 위를 향하는 포물선 그래프이다.
㉥ 왼쪽 위를 향한다.

① ㉠,㉡

② ㉡,㉢

③ ㉡,㉥

④ ㉢,㉤

⑤ ㉤,㉥

해설

세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$ 을 지나므로

$$-4 = c$$

$$-1 = a + b + c$$

$$8 = 4a + 2b + c$$

세 식을 연립하면, $a = 3$, $b = 0$, $c = -4$ 이다.

따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 는

$y = -4x + 3$ 이고, 이 함수의 그래프는 y 절편이 3 이고 왼쪽 위를 향하는 직선이다.

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖고, 그래프가 점 $(-1, 6)$ 을 지난다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 - 3$

점 $(-1, 6)$ 을 대입하면 $a = 1$

$y = (x - 2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ 에서

$a = 1, b = -4, c = 1$

따라서 $a + b + c = -2$ 이다.

20. a, b 에 대하여 a, b 는 10보다 작은 자연수이고 $\sqrt{a^2 + 15} = \sqrt{2b}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 9$

해설

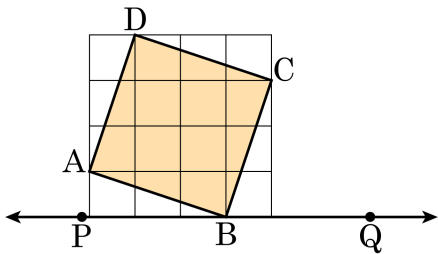
양변을 제곱하면 $a^2 + 15 = 2b$ 이므로 $2b - a^2 = 15$

이때 a, b 는 10보다 작은 자연수 이므로

$$\therefore (a, b) = (1, 8)$$

$$\therefore a + b = 9$$

21. 다음 그림과 같은 수직선 위의 정사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{PB}$, $\overline{CB} = \overline{QB}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라. (단, 모눈 한 칸의 길이는 1 이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{10}$

해설

$\overline{BC}$ 를 대각선으로 하는 직사각형에서 $\overline{BC}$ 를 빗변으로 하는 색칠하지 않은 부분의 삼각형의 넓이는 가로 1, 세로 3인 직사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $1 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 $\square ABCD = 4 \times 4 - \frac{3}{2} \times 4 = 10$ 이다.

$\square ABCD$ 는 정사각형이므로

$$\overline{BC}^2 = 10, \therefore \overline{BC} = \sqrt{10}$$

$\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{10}$ 이므로 $\overline{PQ} = 2\sqrt{10}$ 이다.

22. 서로 다른 홀수 a, b, c 에 대하여 $2a + 2b + 2ab = 46$, $b + c + bc = 59$, $3c + 3a + 3ca = 117$ 이 성립할 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = 135$

해설

$2a + 2b + 2ab = 46$ 에서

$a + b + ab = 23$, $(a + 1)(b + 1) = 24$

$b + c + bc = 59$ 에서

$(b + 1)(c + 1) = 60$

$3c + 3a + 3ca = 117$ 에서

$c + a + ca = 39$, $(c + 1)(a + 1) = 40$

세 식을 모두 곱하면

$\{(a + 1)(b + 1)(c + 1)\}^2 = 24 \times 60 \times 40$

$\therefore (a + 1)(b + 1)(c + 1) = 240$

a, b, c 가 서로 다른 세 홀수이므로

$(a + 1), (b + 1), (c + 1)$ 은 서로 다른 세 짝수이어야 한다.

240 을 소인수분해하면, $2^4 \times 3 \times 5$ 이므로

곱해서 240 이 되고 두 수의 곱이 각각 24, 60, 40 인 세 짝수의
순서쌍은

$(a + 1, b + 1, c + 1) = (4, 6, 10)$ 이다.

$(a + 1, b + 1, c + 1) = (4, 6, 10)$ 인 경우,

$a = 3, b = 5, c = 9$ 이므로 $abc = 135$

23. 두 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, $ab - 3a - 4b + 12 > 0$ 일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$ab - 3a - 4b + 12 = (a - 4)(b - 3) > 0$ 이므로

① $a - 4 > 0, b - 3 > 0$

$\rightarrow a > 4, b > 3$

$(a, b) = (5, 4)(5, 5)(5, 6)(6, 4)(6, 5)(6, 6)$

② $a - 4 < 0, b - 3 < 0$

$\rightarrow a < 4, b < 3$

$(a, b) = (1, 1)(1, 2)(2, 1)(2, 2)(3, 1)(3, 2)$

①, ②에 의해 나올 수 있는 경우의 수 : 12가지

주사위 2개를 던져서 나올 수 있는 경우의 수 : $6 \times 6 = 36$ 가지

이므로 구하는 확률은 $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$ 이다.

24. 좌표평면 위의 두 직선 $y = \frac{3a}{4}x + \frac{a}{4}$, $y = \frac{2a-1}{a}x + \frac{1}{a}$ 이 평행할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$y = \frac{3a}{4}x + \frac{a}{4}$, $y = \frac{2a-1}{a}x + \frac{1}{a}$ 의 두 직선이 평행할 조건은

$$\frac{3a}{4} = \frac{2a-1}{a}, \frac{a}{4} \neq \frac{1}{a}$$

i) $\frac{3a}{4} = \frac{2a-1}{a}$ 에서 $3a^2 - 8a + 4 = 0$,

$$(3a-2)(a-2) = 0$$

$$\therefore a = \frac{2}{3} \text{ 또는 } a = 2$$

ii) $\frac{a}{4} \neq \frac{1}{a}$ 에서 $a^2 \neq 4$

$$\therefore a \neq 2 \text{ 이고 } a \neq -2$$

따라서 i), ii) 를 동시에 만족해야 하므로 $a = \frac{2}{3}$ 이다.

25. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

① $24 + 5\sqrt{21}$

② $26 + 6\sqrt{23}$

③ $28 + 7\sqrt{26}$

④ $32 + 8\sqrt{23}$

⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x} \text{ 의 양변에 } 12x \text{ 를 곱하면}$$

$$x^2 - 4x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 22$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{22}$$

$$\alpha \text{ 는 양의 근이므로 } \alpha = 2 + \sqrt{22}$$

$$\therefore \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$$