1. 변의 길이가 각각 $3, 7, a$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 a 의 값을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sqrt{58}$ ② $\sqrt{57}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $2\sqrt{10}$

해설

(i) a 가 가장 긴 변일 때

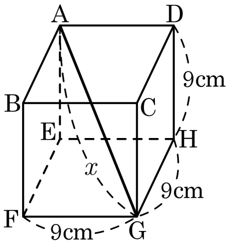
$a = \sqrt{9+49} = \sqrt{58}$

(ii) 7 이 가장 긴 변일 때

$49 = a^2 + 9, \quad a^2 = 40$

$a > 0$ 이므로 $a = 2\sqrt{10}$ 이다.

2. 다음 정육면체에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $9\sqrt{3}$ cm

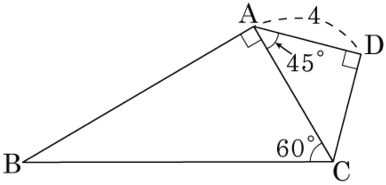
해설

$x =$ (정육면체의 대각선의 길이)

$= \sqrt{3} \times$ (한 변의 길이)

$= \sqrt{3} \times 9 = 9\sqrt{3}$ (cm)

3. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 4$, $\angle BAC = \angle ADC = 90°$, $\angle DAC = 45°$일 때, $\overline{AC} + \overline{BC}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}$

해설

$\triangle ACD$에서 $\cos 45° = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$

$\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{4}{\overline{AC}}$

$\therefore\ \overline{AC} = 4\sqrt{2}$

$\triangle ABC$에서 $\cos 60° = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

$\dfrac{1}{2} = \dfrac{4\sqrt{2}}{\overline{BC}}$

$\therefore\ \overline{BC} = 8\sqrt{2}$

그러므로 $\overline{AC} + \overline{BC} = 4\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

4. 다음 표를 보고 $\cos x = 0.6947$ 을 만족하는 x 에 대하여 $\tan x$ 의 값을 구하여라.

각도	sin	cos	tan
$44°$	0.6947	0.7193	0.9657
$45°$	0.7071	0.7071	1.0000
$46°$	0.7193	0.6947	1.0355
$47°$	0.7314	0.6820	1.0724

▶ 답 :

▷ 정답 : 1.0355

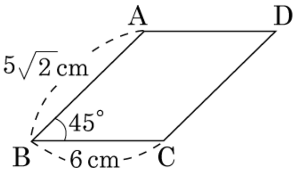
해설

$\cos 46° = 0.6947$

$\therefore \ x = 46°$

따라서 $\tan 46° = 1.0355$ 이다.

5. 다음 평행사변형의 넓이를 구하여라.



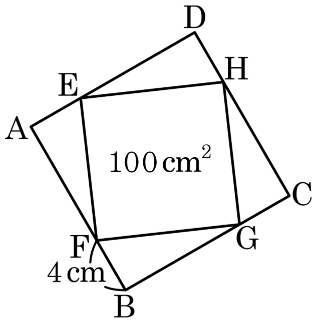
▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 30 cm^2

해설

$$(\text{넓이}) = 5\sqrt{2} \times 6 \times \sin 45°$$
$$= 5\sqrt{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 30(\text{cm}^2)$$

6. 다음 □ABCD 는 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 4\text{cm}$ 인 정사각형이다. □EFGH 의 넓이가 100cm^2 라고 하면, □ABCD 의 넓이는?



① $(99 + 15\sqrt{21})\ \text{cm}^2$　② $(99 + 16\sqrt{21})\ \text{cm}^2$

③ $(99 + 17\sqrt{21})\ \text{cm}^2$　④ $(100 + 15\sqrt{21})\ \text{cm}^2$

⑤ $(100 + 16\sqrt{21})\ \text{cm}^2$

해설

□EFGH $= 100(\text{cm}^2)$ 인 정사각형이므로 $\overline{FG} = 10(\text{cm})$,

$\overline{BG}^2 = 10^2 - 4^2 = 84$

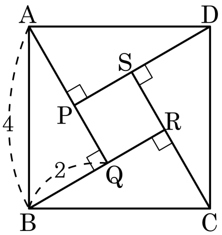
$\overline{BG} = 2\sqrt{21}(\text{cm})$ 이므로

$\overline{BC} = 2\sqrt{21} + 4(\text{cm})$

□ABCD 는 정사각형이므로 넓이는

$$\begin{aligned}(2\sqrt{21} + 4)^2 &= 84 + 16\sqrt{21} + 16 \\ &= 100 + 16\sqrt{21}(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

7. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 네 개의 직각삼각형이 합동일 때, 정사각형 PQRS 의 한 변의 길이는?



① $2(\sqrt{2}-1)$　② $2(\sqrt{3}-1)$　③ $3(\sqrt{2}-1)$

④ $3(\sqrt{3}-1)$　⑤ 3

해설

$\overline{AP}=\overline{BQ}=2,\ \overline{AQ}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$

$\overline{PQ}=\overline{AQ}-\overline{AP}=2\sqrt{3}-2$

$\therefore$ □PQRS 의 한 변의 길이는 $2(\sqrt{3}-1)$ 이다.

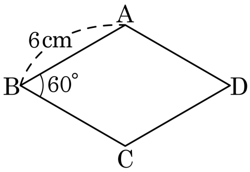
8. 다음 중 세 변의 길이가 각각 x, 5, 10 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 x 의 값으로 알맞지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (단, $x < 10$)

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

ⅰ) 삼각형이 될 조건 : $10 - 5 < x < 10 + 5$
그런데 $x < 10$ 이므로
$\therefore\ 5 < x < 10$
ⅱ) 둔각삼각형일 조건 : $10^2 > 5^2 + x^2$
$\therefore\ x < 5\sqrt{3}$
ⅰ), ⅱ) 에 의하여 $5 < x < 5\sqrt{3}$ 이므로 5, 9 는 적당하지 않다.

9. 다음 그림과 같이 $\angle B = 60°$ 이고, 한 변의 길이가 $6\,\text{cm}$ 인 마름모 ABCD 의 넓이는?



① $9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$
② $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$
③ $27\sqrt{3}\,\text{cm}^2$
④ $30\sqrt{3}\,\text{cm}^2$
⑤ $40\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

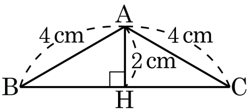
해설

$\triangle$ABC 는 정삼각형이므로

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$$

마름모 ABCD 의 넓이는 $9\sqrt{3} \times 2 = 18\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

10. 다음 그림의 $\overline{AB}=\overline{AC}=4\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$, $\overline{AH}=2\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면?



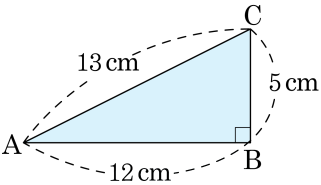
① $5\sqrt{3}\,\text{cm}$ ② $4\sqrt{3}\,\text{cm}$ ③ $3\sqrt{3}\,\text{cm}$

④ $2\sqrt{3}\,\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{3}\,\text{cm}$

해설

$\overline{BH}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})\ \therefore \overline{BC}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

11. 다음 $\triangle ABC$ 에 대한 삼각비의 값 중 $\sin A$ 의 값과 같은 것은?



① $\cos A$ ② $\tan A$

③ $\sin C$ ④ $\cos C$

⑤ $\tan C$

해설

$$\sin A = \cos C = \frac{5}{13}$$

12. $\sqrt{(\cos A-1)^2}-\sqrt{(1+\cos A)^2}$ 의 값은? (단, $0° < A \leq 90°$)

① 1 ② 2 ③ $-\cos A$

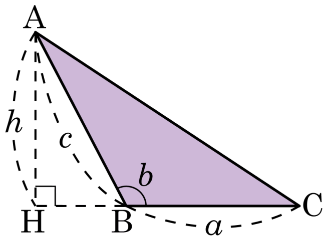
④ $\cos A$ ⑤ $-2\cos A$

해설

$0 \leq \cos A < 1$ 이므로

(준식)$= -(\cos A - 1) - (1 + \cos A) = -2\cos A$

13. 다음은 둔각삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인 각의 크기가 주어질 때, 그 삼각형의 넓이를 구하는 과정이다. $\square$ 안에 공통적으로 들어갈 것은?



$\triangle$ABC 에서 $\angle$ABH $= 180\,° - \angle$B

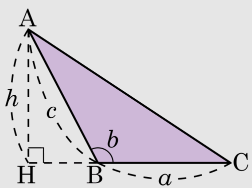
$\sin(180\,° - \angle\mathrm{B}) = \dfrac{h}{\square}$ 이므로

$h = \square \times \sin(180° - \angle\mathrm{B})$

$\therefore \triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2}ah = \dfrac{1}{2}a\square\sin(180\,° - \angle\mathrm{B})$

① $\overline{\mathrm{AC}}$ ② $\overline{\mathrm{HB}}$ ③ a ④ c ⑤ h

해설



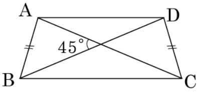
$\triangle$ABC 에서 $\angle$ABH $= 180\,° - \angle$B

$\sin(180\,° - \angle\mathrm{B}) = \dfrac{h}{c}$ 이므로

$h = c \times \sin(180\,° - \angle\mathrm{B})$

따라서 $\triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2}ah = \dfrac{1}{2}ac\sin(180\,° - \angle\mathrm{B})$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 두 대각선이 이루는 각의 크기가 $45°$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 넓이가 $36\sqrt{2}\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① 8 cm ② 10 cm ③ 12 cm ④ 14 cm ⑤ 16 cm

해설

대각선 $\overline{AC} = \overline{BD} = x$ 라면

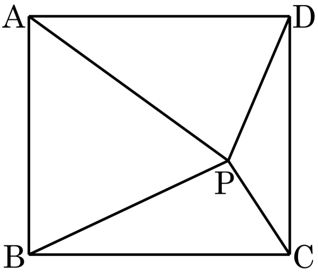
$$x \times x \times \frac{1}{2} \times \sin 45 = 36\sqrt{2}$$

$$x^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 36\sqrt{2}$$

$$x^2 = 144$$

$$x = 12 \ (\text{cm})$$

15. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PA}=5$, $\overline{PB}=2\sqrt{5}$, $\overline{PC}=2\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{13}$

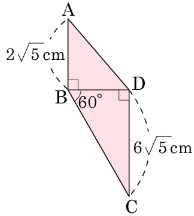
해설

$\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2$ 이므로

$5^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2+\overline{PD}^2$

$\therefore \overline{PD}=\sqrt{13}$

16. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\angle ABD = \angle BDC = 90°$, $\angle DBC = 60°$ 일 때, 두 대각선 $\overline{BD}$, $\overline{AC}$ 의 길이를 각각 구하여라.



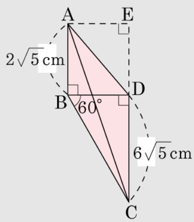
▶ 답 : cm

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\overline{BD} = 2\sqrt{15}$ cm

▷ 정답 : $\overline{AC} = 2\sqrt{95}$ cm

해설



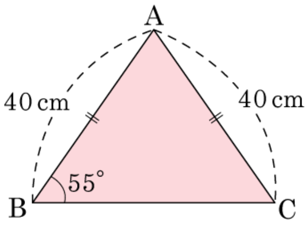
$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BD} : \overline{CD} = 1 : \sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{BD} = 2\sqrt{15}(\text{cm})$

$\overline{EC} = 2\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 8\sqrt{5}(\text{cm})$

$$\begin{aligned}\therefore\ \overline{AC} &= \sqrt{\overline{AE}^2 + \overline{EC}^2} \\ &= \sqrt{(2\sqrt{15})^2 + (8\sqrt{5})^2} \\ &= \sqrt{380} = 2\sqrt{95}(\text{cm})\end{aligned}$$

17. 다음 그림과 같이 두 변 AB, AC 의 길이가 40 cm 인 이등변삼각형 ABC 의 넓이를 어림하여 구하여라. (단, $\sin 20° = 0.3420$, $\cos 20° = 0.9397$)



① 약 600　② 약 700　③ 약 701
④ 약 752　⑤ 약 755

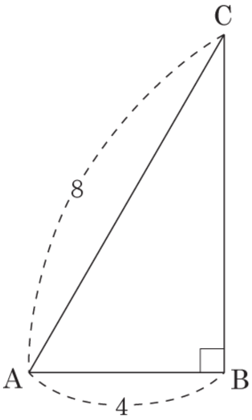
해설

$\triangle$ABC 에서 내각의 합이 $180°$ 이므로

$\angle A = 180° - 2 \times 55° = 70°$

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 40 \times 40 \times \sin 70° \\ &= \frac{1}{2} \times 1600 \times \cos(90° - 70°) \\ &= \frac{1}{2} \times 1600 \times \cos 20° \\ &= 800 \times 0.9397 \fallingdotseq 752 \ (\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

18. 다음 그림에서 $\tan A \sin A$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

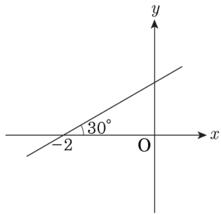
▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$\overline{BC} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\tan A \sin A = \frac{4\sqrt{3}}{4} \times \frac{4\sqrt{3}}{8} = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$

19. 다음 그림과 같이 x 절편이 -2 이고, 직선과 x 축이 이루는 예각의 크기가 $30°$ 인 직선의 방정식은?



① $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

② $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

③ $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$

④ $y = \sqrt{3}x + \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

⑤ $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$

해설

(기울기)$= \tan 30° = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + b$가 점 $(-2, 0)$ 을 지나므로

$b = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$\therefore y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

20. $x = 30°$라고 할 때, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$의 대소를 비교한 것은?

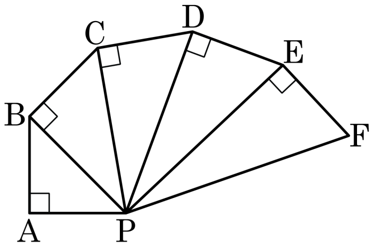
① $\sin x < \cos x < \tan x$
② $\cos x < \tan x < \sin x$
③ $\sin x < \tan x < \cos x$
④ $\sin x < \cos x = \tan x$
⑤ $\tan x = \sin x < \cos x$

해설

$\sin 30° = \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$, $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{6}$, $\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{6}$

$\therefore \sin x < \tan x < \cos x$

21. 다음 그림에서 $\overline{PF}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 1\,\text{cm}$)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{6}$ cm

해설

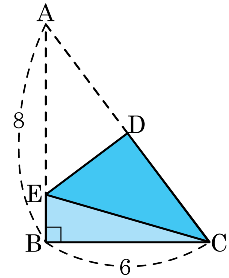
$\triangle$PAB, $\triangle$PBC, $\triangle$PCD, $\triangle$PDE, $\triangle$PEF 는 모두 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 이용하면

$\overline{PB} = \sqrt{2}(\text{cm}), \overline{PC} = \sqrt{3}(\text{cm}),$

$\overline{PD} = 2(\text{cm}), \overline{PE} = \sqrt{5}(\text{cm})$

$\overline{PF} = \sqrt{6}(\text{cm})$

22. 다음 그림과 같이 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형이고 $\overline{DE}$ 를 접선으로 점 A 가 점 C 와 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 넓이와 $\triangle ECB$ 의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{117}{8}$

해설

$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 8 - x$ 이고

$\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로

$(8 - x)^2 = x^2 + 6^2, x = \frac{7}{4}$ 이고,

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로

$\overline{AC}^2 = 8^2 + 6^2,\ \overline{AC} = 10$ 이다.

$\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로

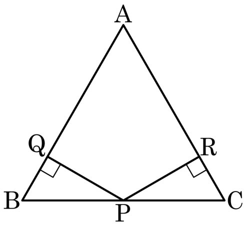
$\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{4}\right)^2 - 5^2,\ \overline{DE} = \frac{15}{4}$ 이다.

$\triangle EDC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times \frac{15}{4} = \frac{75}{8}$ 이고,

$\triangle EBC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{7}{4} \times 6 = \frac{21}{4}$ 이다.

따라서 합은 $\frac{75}{8} + \frac{21}{4} = \frac{117}{8}$ 이다.

23. 한 변의 길이가 10 인 정삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고, 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, $\overline{PQ}+\overline{PR}$를 구하면?



① $5\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{2}$

④ 6 ⑤ 8

해설

$\triangle$ABC 의 넓이 $S_1=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 10^2=25\sqrt{3}$

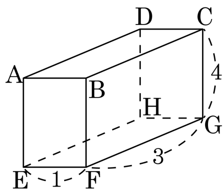
$\triangle$ABP 의 넓이 $S_2=10\times\overline{PQ}\times\dfrac{1}{2}=5\overline{PQ}$

$\triangle$APC 의 넓이 $S_3=10\times\overline{PR}\times\dfrac{1}{2}=5\overline{PR}$

$S_1=S_2+S_3$ 이므로 $25\sqrt{3}=5\overline{PQ}+5\overline{PR}$

$\therefore\ \overline{PQ}+\overline{PR}=5\sqrt{3}$

24. 다음 그림은 세 모서리의 길이가 각각 1, 3, 4 인 직육면체이다. 꼭짓점 A 에서 G 까지 면을 따라 움직일 때, 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

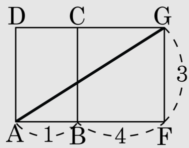
▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

해설

(i) $\overline{BC}$ 를 지날 때, $\triangle AGF$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{AG}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FG}^2$$

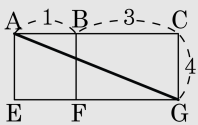
$$\overline{AG} = \sqrt{(1+4)^2 + 3^2} = \sqrt{34}$$



(ii) $\overline{BF}$ 를 지날 때, $\triangle ACG$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{AG}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CG}^2$$

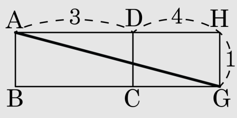
$$\overline{AG} = \sqrt{(1+3)^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$



(iii) $\overline{CD}$를 지날 때, $\triangle AHG$는 직각삼각형이므로

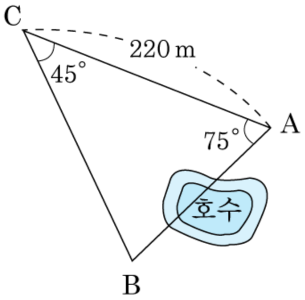
$$\overline{AG}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HG}^2$$

$$\overline{AG} = \sqrt{(4+3)^2 + 1^2} = \sqrt{50}$$



(i), (ii), (iii) 에 의하여 최단거리는 $4\sqrt{2}$ 이다.

25. 그림과 같은 공원에서 A 지점과 C 지점 사이의 거리를 계산하였더니 220m 이다. A 지점과 B 지점 사이의 거리는?

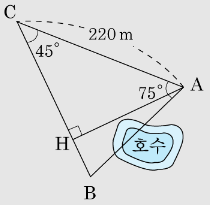


① $\dfrac{211\sqrt{6}}{3}$ m ② $\dfrac{215\sqrt{6}}{3}$ m

③ $\dfrac{217\sqrt{6}}{3}$ m ④ $\dfrac{219\sqrt{6}}{3}$ m

⑤ $\dfrac{220\sqrt{6}}{3}$ m

해설



$$\overline{CH} = 220 \times \sin 45° = 220 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 110\sqrt{2}(\mathrm{m})$$

$$\therefore \overline{CH} = \overline{AH}$$

$$\therefore \overline{AB} = \frac{\overline{AH}}{\cos 30°} = \frac{220\sqrt{6}}{3}(\mathrm{m})$$