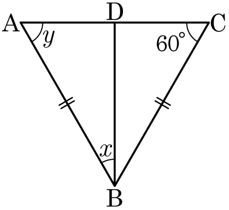
1. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 일 때, $\angle y - \angle x$ 의 크기는?



① $20°$ ② $30°$ ③ $35°$ ④ $40°$ ⑤ $45°$

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

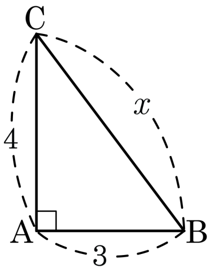
$\angle y = 60°$

또 $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 이므로 $\angle ADB = 90°$

따라서 $\angle x = 180° - (90° + 60°) = 30°$

$\therefore \angle y - \angle x = 60° - 30° = 30°$

2. 피타고라스 정리를 이용하여 x 의 길이를 구하여라.



$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$

$x^2 = 3^2 + 4^2 = \boxed{}$

$x > 0$ 이므로, $x = \boxed{}$

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$

$x^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2$

$x > 0$ 이므로 $x = 5$ 이다.

3. 세 변의 길이가 6 , 8 ,a 인 삼각형이 둔각삼각형일 때, a 의 값의 범위는? (단, $a > 8$)

① $8 < a < 14$ ② $9 < a < 14$ ③ $10 < a < 14$

④ $a > 9$ ⑤ $a > 10$

해설

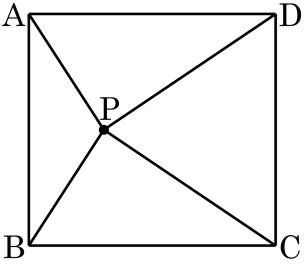
$a^2 > 8^2 + 6^2$

$a^2 > 100$

$a > 0$ 이므로 $a > 10$

따라서 $10 < a < 14$ 이다.

4. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PA} = 4, \overline{PC} = 6$ 일 때, $\overline{PB}^2 + \overline{PD}^2$ 의 값을 구하여라.

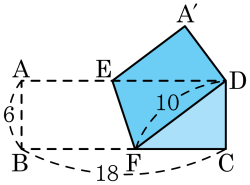


① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

해설

$\overline{PB^2} + \overline{PD^2} = 4^2 + 6^2 = 52$ 이다.

5. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. $\overline{BF}$ 의 길이는?



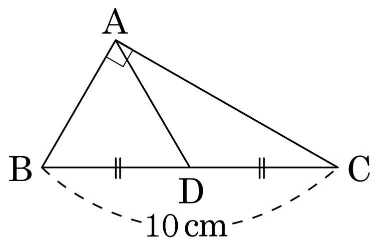
① 10　② 12　③ 14　④ 16　⑤ 18

해설

$\overline{BF} = \overline{FD}$

$\therefore \overline{BF} = 10$

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$인 직각삼각형이다. $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$, $2\angle ACB = \angle ABC$일 때, $\triangle ABD$의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 15 cm

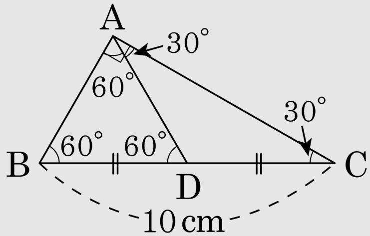
해설

다음 그림에서 점 D는 직각삼각형에서 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$의 외심이다.

또한, $\angle ACB = \frac{1}{3} \times 90° = 30°$이므로

$\angle ABC = 60°$

$\overline{DB} = \overline{DA}$이므로 $\angle DAB = 60°$

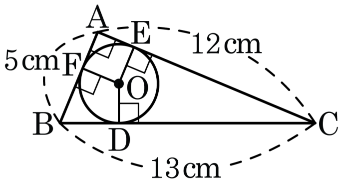


따라서 $\triangle ABD$는 정삼각형이므로

$\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$

$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이) $= 3\overline{AB} = 3 \times 5$
$= 15(\text{cm})$

7. $\triangle$ABC 에서 점 O 는 내접원의 중심이고 각 변의 길이가 다음과 같이 주어져있다. 이때, 내접원의 반지름의 길이는?



① 0.5 cm　② 1 cm　③ 2 cm

④ 2.5 cm　⑤ 3 cm

해설

$\triangle$ABC 에서 내접원의 반지름을 r , 각 변의 길이를 a, b, c 라 하면 $\triangle$ABC 의 넓이는

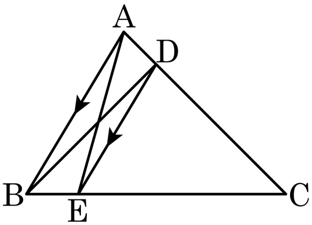
$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(a+b+c)$

이때, $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$ 이므로 $\frac{1}{2}r(a+b+c) = 30$,

$\frac{1}{2}r(5+12+13) = 30$

따라서 $r = 2\,\mathrm{cm}$

8. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} // \overline{DE}$이고, $\triangle ABC = 30$, $\triangle DBC = 24$일 때, $\triangle ABE$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

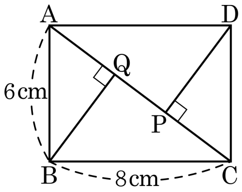
$\overline{AB} // \overline{DE}$이므로 $\triangle DBE$와 $\triangle AED$ 밑변과 높이가 같다. 따라서 $\triangle DBE = \triangle AED$이다.

$\triangle AEC = \triangle DEC + \triangle AED = \triangle DEC + \triangle DBE$

$= \triangle DBC = 24$

$\therefore\ \triangle ABE = \triangle ABC - \triangle AEC = 30 - 24 = 6$

9. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 2.8 cm

해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로

$\overline{AC} = 10(\mathrm{cm})$ 이다.

$\overline{AQ} = \overline{PC}$ 이고 $\triangle ABQ$ 와 $\triangle ABC$ 는 닮음이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$ 에서

$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로

$\overline{AQ} = \dfrac{36}{10} = 3.6(\mathrm{cm})$ 이다.

따라서 $\overline{PQ} = 10 - 3.6 - 3.6 = 2.8(\mathrm{cm})$ 이다.

10. 좌표평면 위의 두 점 $P(3,\ 4)$, $Q(x,\ -4)$ 사이의 거리가 10 일 때, x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

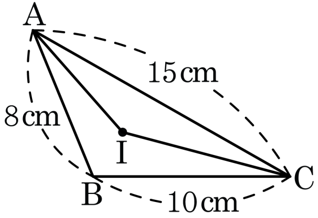
$$\overline{PQ}^2 = (x-3)^2 + (-4-4)^2$$
$$= (x-3)^2 + 64 = 100$$

$(x-3)^2 = 36$

$x - 3 = \pm 6$

$\therefore\ x = 9,\ -3$

11. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle AIC$의 넓이의 비는?



① 2 : 1　　② 30 : 17　　③ 32 : 15

④ 33 : 15　　⑤ 36 : 17

해설

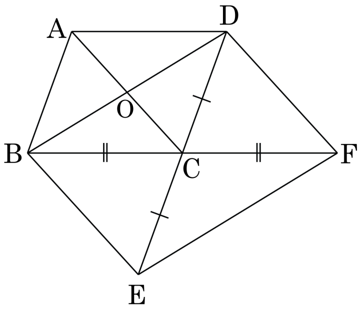
내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면

$$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times r\times(8+10+15) = \frac{33}{2}r\ (\text{cm}^2)$$

$$(\triangle AIC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times r\times 15 = \frac{15}{2}r\ (\text{cm}^2)$$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2}r : \frac{15}{2}r = 33 : 15$ 이다.

12. □ABCD 는 평행사변형이고 $\overline{BC} = \overline{CF}$, $\overline{DC} = \overline{CE}$이다. △AOD 의 넓이가 $5\,\text{cm}^2$ 일 때, □BEFD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $40\,\underline{\text{cm}^2}$

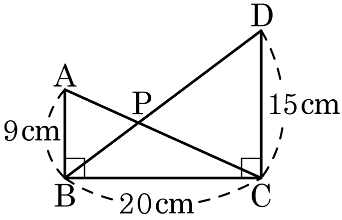
해설

$\triangle AOD = \dfrac{1}{4} \times \square ABCD$ 이므로

$\triangle BCD = 2 \times \triangle AOD = 2 \times 5 = 10(\text{cm}^2)$

$$\begin{aligned} \square BEFD &= 4 \times \triangle BCD \\ &= 4 \times 10 \\ &= 40(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

13. 다음 그림에서 점 P 가 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 교점일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하면?



① $\dfrac{104}{3}\text{cm}^2$　② $\dfrac{225}{4}\text{cm}^2$　③ $\dfrac{147}{2}\text{cm}^2$
④ $\dfrac{149}{4}\text{cm}^2$　⑤ $\dfrac{150}{3}\text{cm}^2$

해설

점 P 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\overline{AP} : \overline{CP} = 3 : 5,\ \overline{BH} : \overline{CH} = 3 : 5$

$\overline{PH} : \overline{AB} = \overline{CH} : \overline{CB}$

$\overline{PH} : 9 = 5 : 8,\ \overline{PH} = \dfrac{45}{8}(\text{cm})$

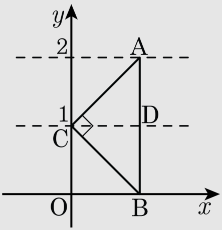
$\therefore \triangle PBC = \dfrac{1}{2} \times 20 \times \dfrac{45}{8} = \dfrac{225}{4}(\text{cm}^2)$

14. 좌표평면 위에 있는 직선 $y = 2$ 위의 한 점 A 와 x 축 위의 한 점 B, 그리고 C(0, 1) 이 이루는 삼각형이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이 되기 위한 선분 AB 의 길이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

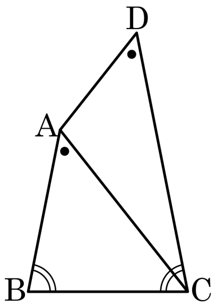
▷ 정답 : 2

해설



위의 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 이 되도록 두 점 A, B 를 각각 정하면 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고, 두 직선 $y = 1$, $y = 2$ 는 서로 평행하므로 $\overline{AB}$ 의 중점을 D 라 하면 점 D 는 직선 $y = 1$ 위에 있다.
이때, 점 D 는 직각삼각형의 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
$\therefore\ \overline{DA} = \overline{DC} = \overline{DB}$
한편, $\overline{AB}$ 의 길이가 최소가 되려면 $\overline{CD}$ 의 길이가 최소이어야 한다.
즉 $\overline{CD}$ 의 길이가 최소가 되려면 점 D 는 (1, 1) 에 있어야 한다.
따라서 구하는 선분 AB 의 최소 길이는 $\overline{CD} = 1$ 일 때, $\overline{AB} = 2$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 10$, $\overline{AD} = 6$ 이고, $\angle B = \angle C$, $\angle BAC = \angle D$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.

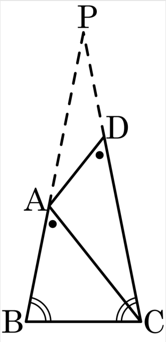


▶ **답 :**

▷ **정답 :** $\dfrac{64}{5}$

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 의 연장선과 $\overline{CD}$ 의 연장선이 만나는 점을 P 라 하면 $\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{PB} = \overline{PC}$



$\triangle PAD$ 와 $\triangle PCA$ 에서 $\angle P$ 는 공통

$\angle PDA = 180° - \angle ADC = 180° - \angle BAC = \angle PAC$

$\therefore \triangle PAD \backsim \triangle PCA$ (AA 닮음)

$\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{AD} : \overline{CA}$

$\overline{PA} = (\overline{PB} - 8) = (\overline{PC} - 8)$

$\overline{PC} - 8 : \overline{PC} = 6 : 10 = 3 : 5$

$5\overline{PC} - 40 = 3\overline{PC}$

$2\overline{PC} = 40$

$\overline{PC} = 20$

$\overline{PA} = 20 - 8 = 12$ 이므로

$\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{PD} : \overline{PA}$

$12 : 20 = \overline{PD} : 12$

$\overline{PD} = \dfrac{36}{5}$

$\therefore\ \overline{CD} = \overline{PC} - \overline{PD} = 20 - \dfrac{36}{5} = \dfrac{64}{5}$ 이다.