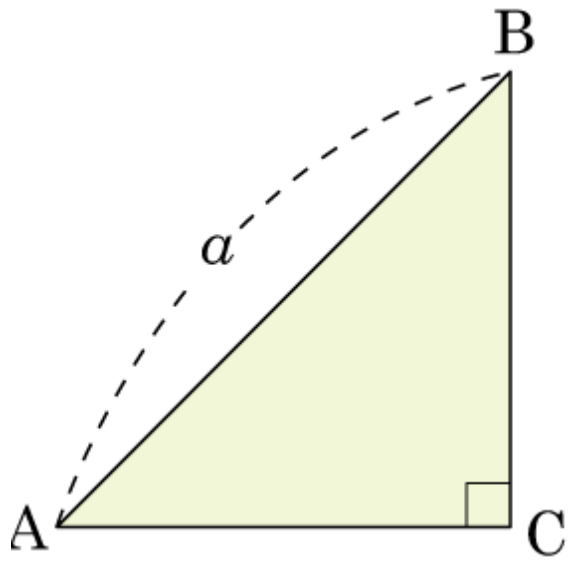
1. 삼각비를 이용하여 직각삼각형 ABC 의 넓이를 나타낸 것은?



① $\frac{a^2 \sin A \tan A}{2}$ ② $a \cos A \tan A$

③ $a \sin A \cos A$ ④ $a^2 \sin A \cos A$

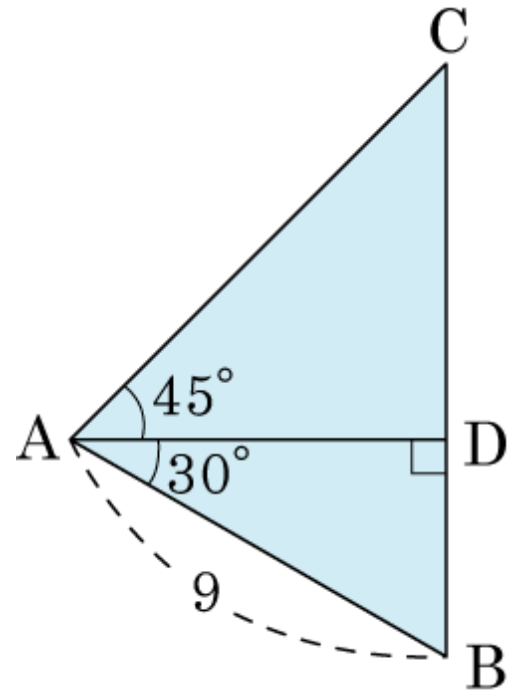
⑤ $\frac{a^2 \sin A \cos A}{2}$

해설

$\overline{BC} = a \times \sin A$, $\overline{AC} = a \times \cos A$ 이므로

$(\triangle ABC \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} = \frac{a^2 \sin A \cos A}{2}$

2. 다음 그림에서 $\angle CAD = 45°$, $\angle DAB = 30°$, $\overline{AB} = 9$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



① $\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{3}\right)$ ② $\frac{3}{2}\left(1+\sqrt{3}\right)$

③ $\frac{5}{2}\left(1+\sqrt{3}\right)$ ④ $\frac{7}{2}\left(1+\sqrt{3}\right)$

⑤ $\frac{9}{2}\left(1+\sqrt{3}\right)$

해설

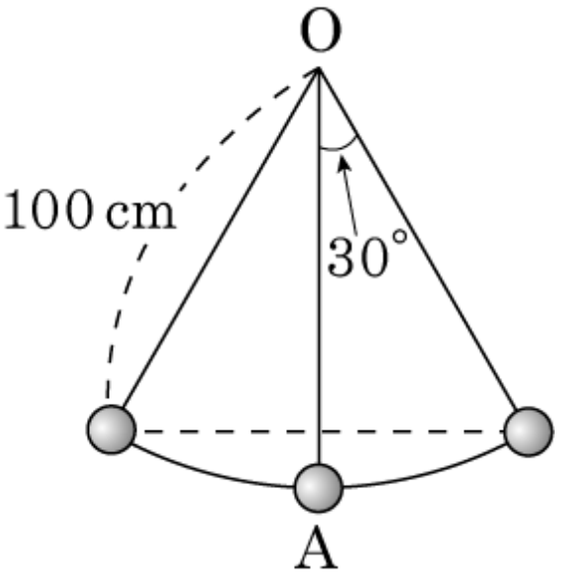
$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} = 9\cos 30° = \frac{9}{2}\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{CD} = \overline{AD} = \frac{9}{2}\sqrt{3}$

$\overline{BD} = 9\sin 30° = \frac{9}{2}$

$\therefore\ \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = \frac{9}{2} + \frac{9}{2}\sqrt{3} = \frac{9}{2}\left(1+\sqrt{3}\right)$

3. 다음 그림과 같이 실의 길이가 100cm 인 추가 좌우로 진동운동을 하고 있다. 이 실이 $\overline{OA}$ 와 30° 의 각도를 이루었을 때, 추는 점 A를 기준으로 하여 몇 cm 의 높이에 있는지 구하여라.



① $25 - 20\sqrt{3}$ ② $25 - 50\sqrt{3}$

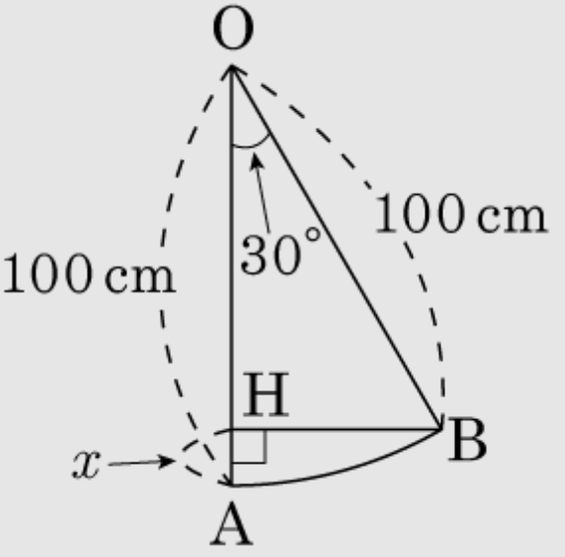
③ $50 - 20\sqrt{2}$ ④ $100 - 25\sqrt{3}$

⑤ $100 - 50\sqrt{3}$

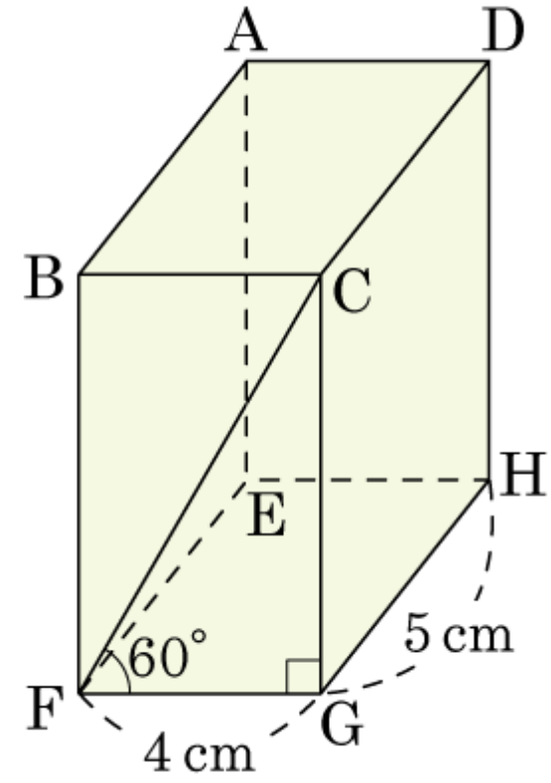
해설

점 B 에서 $\overline{OA}$ 에 내린 수선을 그렸을 때 만나는 점을 H 라 하자.

$$\therefore\ x = \overline{OA} - \overline{OH}$$
$$= 100 - 100\cos 30°$$
$$= 100 - 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= 100 - 50\sqrt{3}\,(\text{cm})$$



4. 다음 그림과 같이 $\overline{FG} = 4\,\text{cm}$, $\overline{GH} = 5\,\text{cm}$, $\angle CFG = 60°$ 인 직육면체가 있다. 이 직육면체의 부피는?



① $80\,\text{cm}^3$ ② $\frac{80}{3}\,\text{cm}^3$ ③ $120\,\text{cm}^3$

④ $80\sqrt{3}\,\text{cm}^3$ ⑤ $160\,\text{cm}^3$

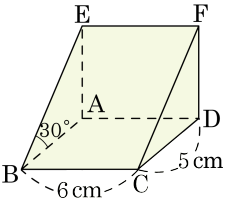
해설

직육면체의 높이는 $4 \cdot \tan 60° = 4\sqrt{3}(\,\text{cm})$

따라서 직육면체의 부피는

$4 \times 5 \times 4\sqrt{3} = 80\sqrt{3}(\,\text{cm}^3)$

5. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$, $\angle ABE = 30$ 인 삼각기둥이 있다. 이 삼각기둥의 모든 모서리의 합은?



① $30\left(2+\sqrt{3}\right)\,\text{cm}$ ② $(28+10\sqrt{3})\,\text{cm}$

③ $2\left(13-5\sqrt{3}\right)\,\text{cm}$ ④ $2\left(13+5\sqrt{3}\right)\,\text{cm}$

⑤ $30\left(\sqrt{3}-1\right)\,\text{cm}$

해설

$\overline{AE} = \tan 30° \times \overline{AB} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \times 5 = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}(\,\text{cm})$

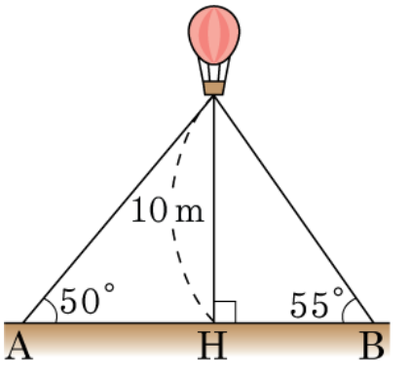
$\overline{BE} = \dfrac{\overline{AB}}{\cos 30°} = \dfrac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{10}{\sqrt{3}} = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}(\,\text{cm})$

$\overline{BC} = \overline{AD} = \overline{EF} = 6\,\text{cm}$

$\overline{AB} = \overline{CD} = 5\text{cm}$, $\overline{AE} = \overline{DF} = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}$

$\overline{BE} = \overline{CF} = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}$ 따라서 모든 모서리의 합은 $18 + 10 + \dfrac{10\sqrt{3}}{3} + \dfrac{20\sqrt{3}}{3} = 28 + 10\sqrt{3}(\,\text{cm})$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 지면으로부터 10m 높이에 있는 기구를 두 지점 A, B 에서 올려다 본 각도가 각각 50°, 55° 일 때, 다음 삼각비 표를 이용하여 두 지점 A, B 사이의 거리는?



각도	sin	cos	tan
35	0.5736	0.8192	0.7002
40	0.6428	0.7660	0.8391

① 7.002m ② 8.192m ③ 14.088m

④ 15.393m ⑤ 15.852m

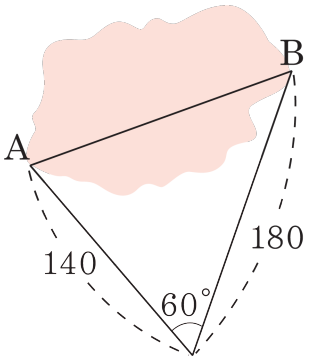
해설

$\overline{AH} = 10 \times \tan 40° = 8.391(\text{m})$

$\overline{BH} = 10 \times \tan 35° = 7.002(\text{m})$

따라서 $\overline{AH} + \overline{BH} = 8.192 + 7.002 = 15.393(\text{m})$ 이다.

7. 직접 잴 수 없는 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하기 위하여 다음 그림과 같이 측량하였다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

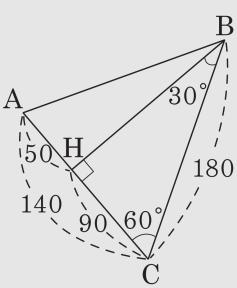
▷ 정답: $20\sqrt{67}$

해설

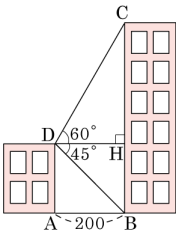
$$\overline{BH} = 180 \times \sin 60° = 180 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 90\sqrt{3}$$

$$\overline{CH} = 180 \times \cos 60° = 180 \times \frac{1}{2} = 90$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{\left(90\sqrt{3}\right)^2 + 50^2} = \sqrt{26800} = 20\sqrt{67}$$



8. 다음 그림과 같이 간격이 200m 인 두 건물이 있다. 왼쪽의 낮은 건물의 옥상에서 다음 건물을 올려다 본 각도는 60° 이고 내려다 본 각도는 45° 일 때, 다음 건물의 높이를 구하여라.

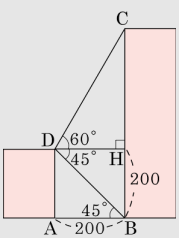


① $200\,\mathrm{m}$
② $200\left(1+\sqrt{2}\right)\mathrm{m}$
③ $200\left(1+\sqrt{3}\right)\mathrm{m}$
④ $200\left(1+\sqrt{5}\right)\mathrm{m}$
⑤ $200\left(1+\sqrt{6}\right)\mathrm{m}$

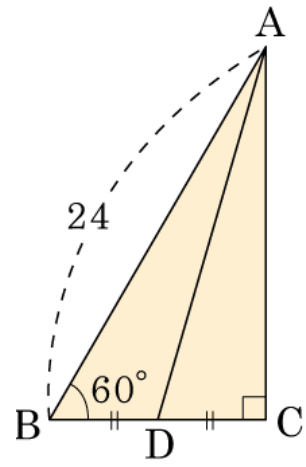
해설

$\overline{\mathrm{BH}}=200(\mathrm{m}),\ \overline{\mathrm{DH}}=200(\mathrm{m})$

$\overline{\mathrm{CH}}=\tan 60^\circ\times\overline{\mathrm{DH}}$
$=\sqrt{3}\times 200=200\sqrt{3}(\mathrm{m})$
$\therefore \overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BH}}+\overline{\mathrm{CH}}$
$=200+200\sqrt{3}$
$=200\left(1+\sqrt{3}\right)(\mathrm{m})$



9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 24$, $\angle B = 60°$ 이고 점D 가 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면?



① $6\sqrt{13}$ ② 6 ③ 12 ④ $12\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{13}$

해설

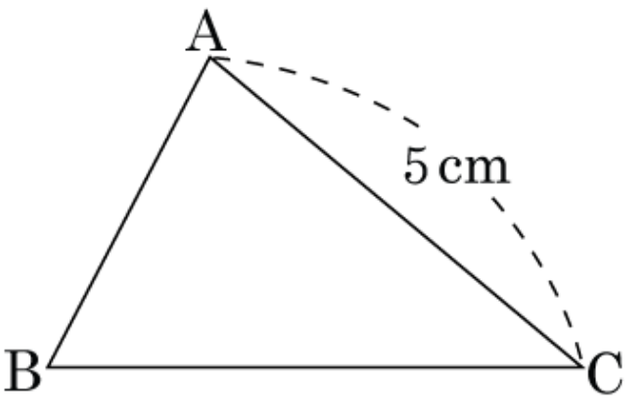
1) $\overline{AC} = 24\sin 60° = 12\sqrt{3}$

$\overline{BC} = 24\cos 60° = 12$

$\overline{DC} = 6$

2) $\overline{AD} = \sqrt{6^2 + (12\sqrt{3})^2} = 6\sqrt{13}$

10. 다음 그림에서 $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$ 이고 $\sin B = \frac{4}{5}$, $\sin C = \frac{3}{5}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{25}{4}$ cm

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

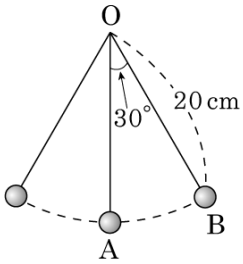
$\sin C = \frac{3}{5}$ 에서 $\overline{AH} = 3\,(\text{cm})$ 이고,

$\sin B = \frac{4}{5} = \frac{3}{\overline{AB}}$ 이므로 $\overline{AB} = \frac{15}{4}\,(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\overline{BH}^2 = \left(\frac{15}{4}\right)^2 - 3^2 = \frac{81}{16}$, $\overline{BH} = \frac{9}{4}\,(\text{cm})$ 이다. $\overline{HC}^2 = 5^2 - 3^2 = 4^2$, $\overline{HC} = 4\,(\text{cm})$ 이다.

그러므로 $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC} = \frac{9}{4} + 4 = \frac{25}{4}\,(\text{cm})$ 이다.

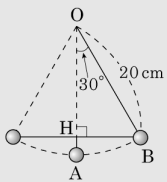
11. 다음 그림과 같이 실의 길이가 20 cm 인 추가 있다. $\angle AOB = 30°$ 일 때, 이 추가 A 를 기준으로 몇 cm 의 높이에 있는지 구하면?



① $(20 - 10\sqrt{3})$ cm
② $(20 - 10\sqrt{2})$ cm
③ $(20 - 5\sqrt{3})$ cm
④ $(20 - \sqrt{30}$ cm
⑤ 5 cm

해설

다음 그림에서 구하는 높이는 $\overline{AH}$ 이다.

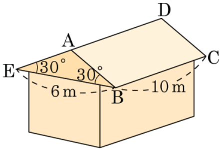


$\overline{OA} = \overline{OB} = 20$ cm 이므로

$\overline{AH} = \overline{OA} - \overline{OH} = 20 - 20\cos 30°$

$= 20 - 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20 - 10\sqrt{3}$(cm)

12. 다음 그림과 같이 건물의 지붕이 합동인 직사각형 2 개로 이루어져있다. 이 건물의 지붕의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \mathrm{m}^2}$

▷ 정답 : $40\sqrt{3}\,\underline{\mathrm{m}^2}$

해설

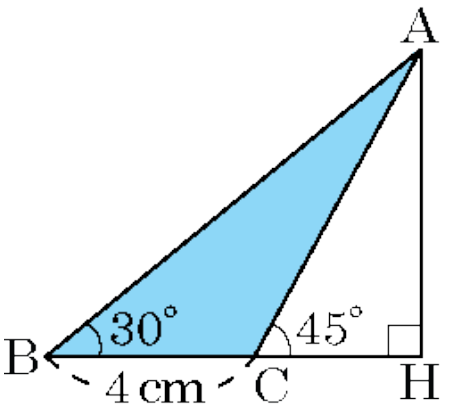
점 A 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{\mathrm{BH}} = 3\mathrm{m}$ 이고,

$\overline{\mathrm{AB}} = \dfrac{3}{\cos 30°} = 3 \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}(\mathrm{m})$ 이다.

따라서 $\square\mathrm{ABCD} = 2\sqrt{3} \times 10 = 20\sqrt{3}(\mathrm{m}^2)$ 이다.

그러므로 지붕의 넓이는 $2 \times 20\sqrt{3} = 40\sqrt{3}(\mathrm{m}^2)$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\overline{BC} = 4\text{cm}$, $\angle B = 30°$, $\angle ACH = 45°$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 5cm^2 ② 7cm^2 ③ $3(\sqrt{2}+1)\text{cm}^2$

④ $3(3-\sqrt{2})\text{cm}^2$ ⑤ $4(\sqrt{3}+1)\text{cm}^2$

해설

$\overline{AH} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{CH} = x\text{cm}$

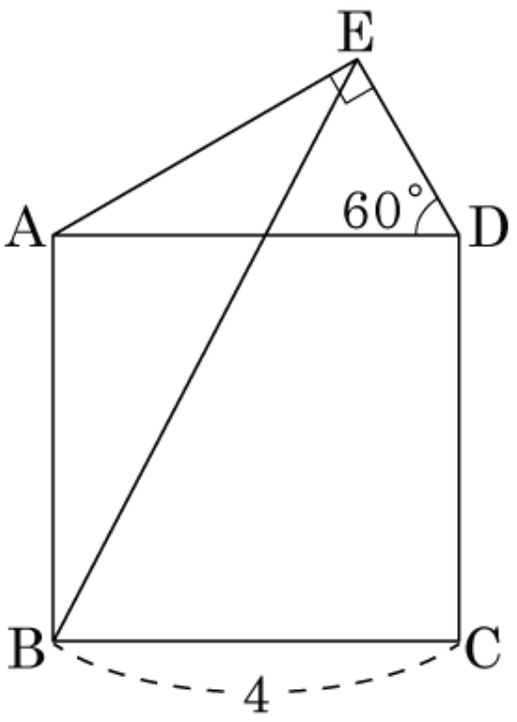
$\triangle ABH$ 에서 $\tan 30° = \dfrac{x}{4+x} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\sqrt{3}x = 4 + x$, $(\sqrt{3}-1)x = 4$

$\therefore\ x = \dfrac{4}{\sqrt{3}-1} = 2(\sqrt{3}+1)$

$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 2(\sqrt{3}+1) = 4(\sqrt{3}+1)(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 한 변 AD를 빗변으로 하는 직각삼각형 AED에서 $\angle D = 60^\circ$일 때, $\triangle ABE$의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

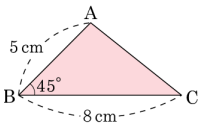
$\sin 60^\circ = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{AE}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore \overline{AE} = 2\sqrt{3}$

$\angle EAB = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$이므로

$\triangle ABE = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4 \times \sin 60^\circ$

$= \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 6$

15. 다음은 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 이고, $\angle ABC = 45°$ 인 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 것을 바르게 나열한 것은?



$\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 인 점 H 를 잡으면

$\overline{AH} = 5 \times \square = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times \square$

$= \dfrac{1}{2} \times 8 \times \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

$= 10\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

① $\cos 45°, \overline{BC} \times \overline{AH}$

② $\tan 45°, \overline{BC} \times \overline{AH}$

③ $\sin 45°, \overline{BC} \times \overline{AH}$

④ $\sin 45°, \overline{AC} \times \overline{BC}$

⑤ $\sin 45°, \overline{AB} \times \overline{BC}$

해설

$\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 인 점 H 를 잡으면

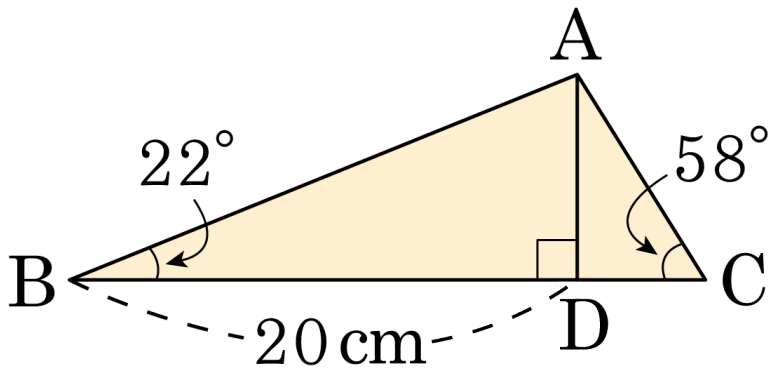
$\overline{AH} = 5 \times \sin 45° = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH}$

$= \dfrac{1}{2} \times 8 \times \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

$= 10\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.(단, 단위는 생략한다.)



x	sin	cos	tan
22°	0.37	0.93	0.40
58°	0.85	0.53	1.60

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

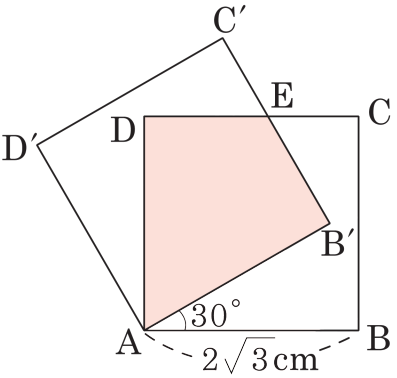
해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD}\tan B = 20\tan 22^\circ = 20\times 0.40 = 8(\text{cm})$

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CD} = \dfrac{\overline{AD}}{\tan 58^\circ} = \dfrac{8}{1.6} = 5(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \dfrac{1}{2}\times(20+5)\times 8 = 100(\text{cm}^2)$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 한변의 길이가 $2\sqrt{3}$cm 인 정사각형 ABCD 를 점 A 를 중심으로 30° 만큼 회전시켜 □AB′C′D′ 을 만들었다. 두 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이를 구하면?

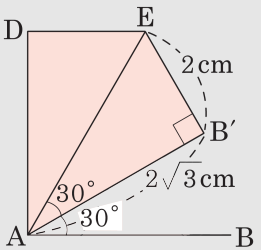


① $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ② $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

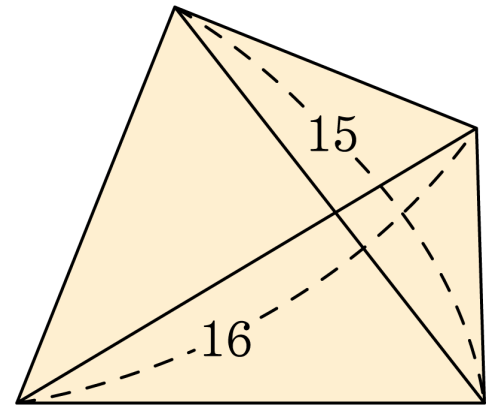
④ $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\square DAB'E = 2\triangle AB'E = 2\times 2\sqrt{3}\times 2\times\frac{1}{2} = 4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$



18. 다음 그림과 같이 두 대각선의 길이가 각각 15, 16 인 사각형의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 120

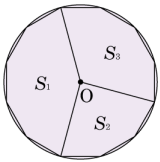
해설

$S = \frac{1}{2} \times 15 \times 16 \times \sin\theta = 120\sin\theta$

이때 $\theta = 90°$ 일 때, 최대이므로 최댓값은 $\sin 90°$ 일 때이다.

따라서 S 의 최댓값은 120 이다.

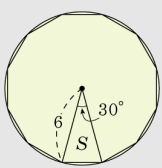
19. 다음 그림과 같이 지름의 길이가 12 인 원에 내접하는 정십이각형의 넓이 $S_1 + S_3 - S_2$ 를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 54

해설



정십이각형은 그림처럼 두 변이 6 이고 그 끼인 각이 30° 인 이등변삼각형 12 개로 이루어져 있다.

$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 30° = 9$

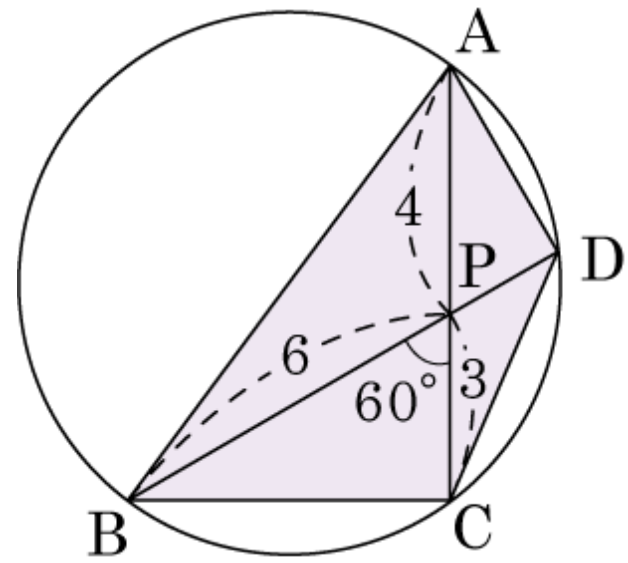
$S_1 = S \times 5 = 45$

$S_2 = S \times 3 = 27$

$S_3 = S \times 4 = 36$

따라서 $S_1 + S_3 - S_2 = 45 + 36 - 27 = 54$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 □ABCD 의 넓이는?



① $12\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{3}$ ③ $13\sqrt{2}$ ④ $13\sqrt{3}$ ⑤ $14\sqrt{3}$

해설

□ABCD 가 원에 내접하므로 $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$ 이므로 $\overline{PD} = 2$ 이다.

따라서 □ABCD 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (4+3) \times (6+2) \times \sin 60° =$

$\frac{1}{2} \times 7 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3}$ 이다.