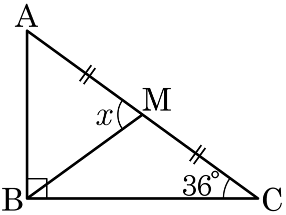
1. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36°$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?



① 62° ② 64° ③ 68° ④ 70° ⑤ 72°

해설

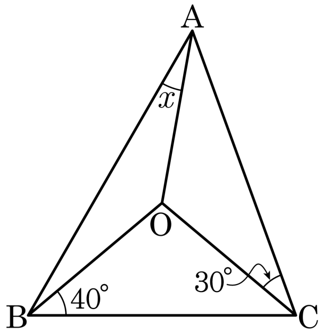
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \cdots$ ㉠

따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle MCB = \angle MBC = 36°$

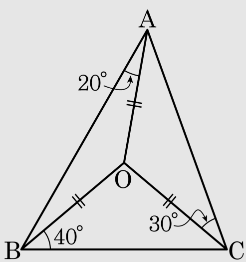
$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36° + 36° = 72°$

2. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OBC = 40°$, $\angle ACO = 30°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 40°

해설



외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같으므로

$\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$는 모두 이등변삼각형이다.

$\angle OCB = 40°$, $\angle OAC = 30°$,

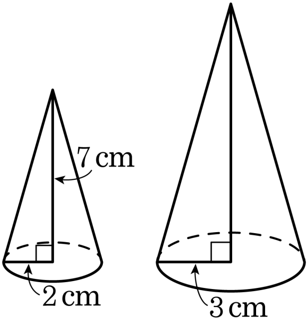
$\angle OAB = \angle OBA = \angle x$이므로

$2\angle x + 40° \times 2 + 30° \times 2 = 180°$,

$2\angle x + 140° = 180°$,

$\therefore \angle x = 20°$

3. 다음 그림의 두 원뿔이 닮은 입체도형일 때, 큰 원뿔의 높이는?



① $5\,\text{cm}$ ② $6\,\text{cm}$ ③ $\frac{14}{3}\,\text{cm}$

④ $\frac{21}{2}\,\text{cm}$ ⑤ $\frac{39}{4}\,\text{cm}$

해설

큰 원뿔의 높이를 $h\,\text{cm}$라고 하면, 작은 원뿔과 큰 원뿔의 닮음비가 $2:3$이므로

$2:3=7:h$

$2h=21$

$\therefore\ h=\frac{21}{2}$

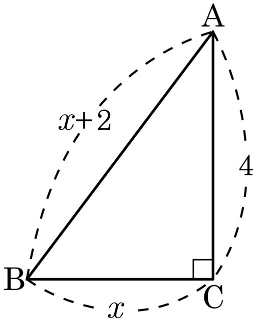
4. 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 90°$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$\angle B = 90°$ 이므로 $\overline{AC}$ 가 빗변이다.
따라서 피타고라스 정리에 따라
$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$
$15^2 = x^2 + 12^2$
$x^2 = 81$
$x > 0$ 이므로 $x = 9(\text{cm})$ 이다.

5. 다음은 직각삼각형 ABC 를 그린 것이다. x 의 값으로 적절한 것은?



① 2　② 2.5　③ 3　④ 4　⑤ 5.5

해설

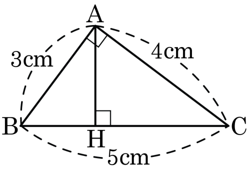
$(x+2)^2 = x^2 + 4^2$

$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 16$

$4x = 12$

$\therefore x = 3$

6. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 한다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

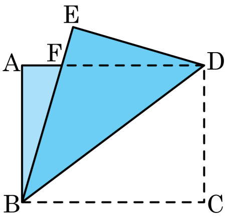
▷ 정답 : $\dfrac{16}{5}$

해설

큰 삼각형과 작은 두 삼각형이 서로 닮음이므로 $\overline{CH} = x$ 라고 할 때, $5 : 4 = 4 : x$ 이 성립한다.

따라서 $x = \dfrac{16}{5}$

7. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle BFD$ 는 어떤 삼각형인가?



① $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형

② $\angle F = 90°$ 인 직각삼각형

③ $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형

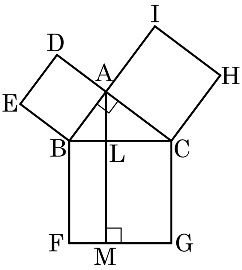
④ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 삼각형

⑤ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 정삼각형

해설

$\triangle ABF \equiv \triangle EDF$ 이므로 $\triangle BFD$ 는 $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이다.

8. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{BH} = \overline{AG}$

② $\triangle EBC \equiv \triangle ABF$

③ $\triangle ACH = \triangle LMC$

④ $\triangle ADB = \frac{1}{2}\square BFML$

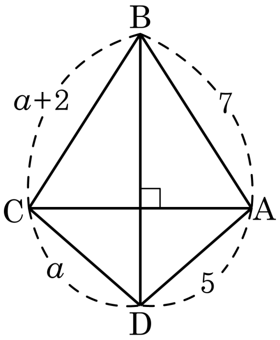
⑤ $\triangle ABC = \frac{1}{2}\square ACHI$

해설

⑤ $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC}$

$\square ACHI = \overline{AC}^2$ 이므로 $\triangle ABC \neq \frac{1}{2}\square ACHI$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 인 □ABCD 가 있다. 이때 a 의 값을 구하면?



① 3　　② 3.5　　③ 4　　④ 4.5　　⑤ 5

해설

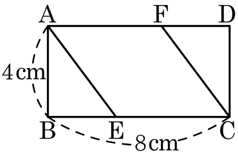
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로

$a^2+7^2=(a+2)^2+5^2$

$a^2+49=a^2+4a+4+25$

$4a=20 \quad \therefore a=5$

10. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 둘레의 길이는?



① 22 cm ② 21 cm ③ 20 cm

④ 19 cm ⑤ 18 cm

해설

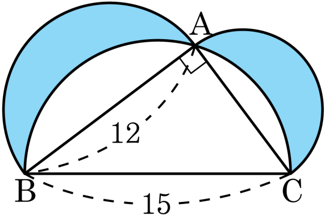
$\overline{AE} = \overline{CE} = x$ cm 라 하면

$\overline{BE} = (8 - x)$ cm 이므로

$x^2 = 4^2 + (8 - x)^2 \therefore x = 5$

$\therefore$ (□AECF의 둘레) $= 5 \times 4 = 20$(cm)

11. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?



① 27　② 54　③ 81　④ 100　⑤ 108

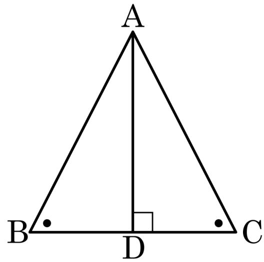
해설

색칠한 부분의 넓이는 큰 반원 안 직각삼각형의 넓이와 같다.

직각삼각형의 나머지 한 변이 9 이므로 그 넓이는 $\frac{1}{2}\times 12\times 9 = 54$

따라서 넓이는 54 이다.

12. 다음은 이등변삼각형의 어떤 성질을 보인 것인가?



꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$
$\angle ADB = \angle ADC \cdots$ ㉠
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$\angle BAD = \angle CAD \cdots$ ㉡
$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

② 세 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

③ 두 변의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

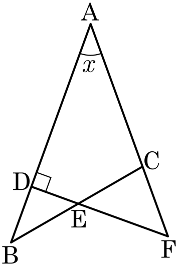
④ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변의 중점을 잇는다.

⑤ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변과 수직으로 만난다.

해설

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 변 AC 연장선 위에 점 F 를 잡아 F 를 지나면서 $\overline{AB}$ 에 수직인 직선이 변 AB , 변 BC와 만나는 점을 각각 D, E 이라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $\angle ECF = \angle x$ 이다.

② $\overline{CE} = \overline{EF}$ 이다.

③ $\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이다.

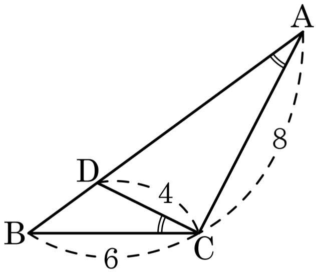
④ $\angle DBE$ 의 크기는 $\angle BED$ 와 항상 같다.

⑤ $\overline{AD}$ 의 길이는 $\overline{DF}$ 의 길이와 항상 같다.

해설

① $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \angle ABC = \angle x$
$\angle BCF = 2\angle x = \angle ECF$
②, ③ $\triangle ADF$ 에서 $\angle AFD = 90° - \angle x$,
$\angle CEF = 180° - (2\angle x + 90° - \angle x) = 90° - \angle x$
따라서 $\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이다.
④ $\triangle BDE$ 에서 $\angle DBE = \angle x$ 이고 $\angle BED = 90° - \angle x$ 이므로
$\angle x = 45°$ 가 아닐 때에는 다르다.
그러므로 항상 같지는 않다.
⑤ $\triangle ADF$ 에서 $\angle AFD = 90° - \angle x$ 이고 $\angle DAF = \angle x$ 이므로
$\angle x = 45°$ 가 아닐 때에는 다르다.
그러므로 항상 이등변삼각형인 것은 아니므로 $\overline{AD}$ 의 길이와 $\overline{DF}$ 의 길이는 항상 같지는 않다.

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = 8$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{CD} = 4$ 이고, $\angle BAC = \angle BCD$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\triangle BCD$ 와 $\triangle BAC$ 에서

$\angle B$ 는 공통, 조건에서 $\angle BAC = \angle BCD$ 이므로

$\triangle BCD \backsim \triangle BAC$ (AA 닮음)

$\overline{BC} : \overline{BA} = \overline{CD} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{BC}$

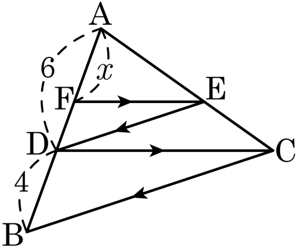
$6 : \overline{BA} = 4 : 8 = \overline{BD} : 6$

$\overline{BA} = \dfrac{6 \times 8}{4} = 12$

$\overline{BD} = \dfrac{4 \times 6}{8} = 3$

따라서 $\overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = 12 - 3 = 9$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{FE} /\!/ \overline{DC}$ 이다. 이때, x 의 길이는?



① 3 ② 3.2 ③ 3.6 ④ 4 ⑤ 4.2

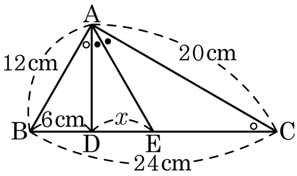
해설

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 2$

$\overline{AF} : \overline{FD} = \overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 2 = x : (6 - x)$

$\therefore \ x = 3.6$

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle DAB = \angle ACB$, $\angle DAE = \angle CAE$ 일 때, x 의 값을 구하면?

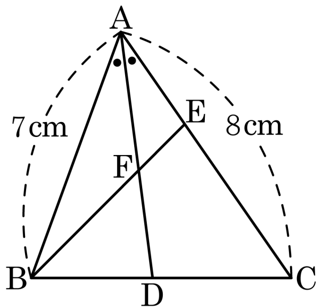


① 6 cm
② 7 cm
③ 8 cm
④ 9 cm
⑤ 10 cm

해설

$\angle B$ 는 공통, $\angle BAD = \angle BCA$ $\therefore \triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)
닮음비로 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CA}$ 에서 $12 : 24 = \overline{AD} : 20$
$\therefore \overline{AD} = 10(\text{cm})$
$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle CAD$ 의 이등분선이므로 $10 : 20 = x : (18 - x)$
$\therefore x = 6(\text{cm})$

17. 다음 그림에서 넓이가 80cm^2 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 이고, $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 5$, $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\triangle ABF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $21\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 5$ 이므로 $\overline{AE} = 3\text{cm}$

$\triangle ABE$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{AF}$ 이므로

$\overline{BF} : \overline{EF} = \overline{AB} : \overline{AE} = 7 : 3$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle ABF &= \frac{7}{10}\triangle ABE = \frac{7}{10} \times \left(\frac{3}{8}\triangle ABC\right) \\ &= \frac{21}{80}\triangle ABC = \frac{21}{80} \times 80 = 21(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

18. 세 변의 길이가 각각 a, $2a-1$, $2a+1$ 인 삼각형 ABC 가 둔각삼각형일 때, a 의 값의 범위를 결정하면?

① $2 < a < 4$　　② $0 < a < 4$　　③ $2 < a < 8$

④ $0 < a < 8$　　⑤ $4 < a < 8$

해설

$x^2 > y^2 + z^2$ 이 성립하면 둔각삼각형이다.

a 는 삼각형의 한 변이므로 $a > 0$ 이고, $2a+1$ 이 가장 긴 변이다.

$(2a+1)^2 > a^2 + (2a-1)^2$

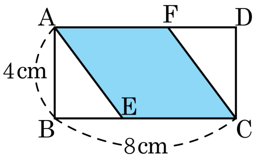
$a^2 - 8a < 0$, $a(a-8) < 0$

$a > 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면 $a - 8 < 0$ $\therefore$ $a < 8$

또, 삼각형이 되려면 (가장 긴 변의 길이) < (나머지 두 변 길이의 합) 이므로 $2a+1 < a + 2a - 1$ $\therefore$ $a > 2$

따라서 $2 < a < 8$

19. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $20\,cm^2$

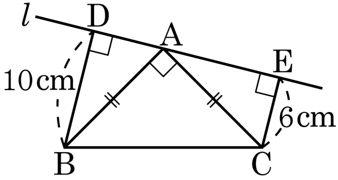
해설

$\overline{CE} = x(\mathrm{cm})$ 라 하면

$x^2 = 4^2 + (8-x)^2 \quad \therefore \; x = 5$

$\therefore$ □AECF $= 5 \times 4 = 20(\mathrm{cm}^2)$

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 직각인 꼭지점 A를 지나는 직선 l에 점 B, C에서 수선 $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 를 각각 그었다. $\overline{BD}=10\text{cm}$, $\overline{CE}=6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16 cm

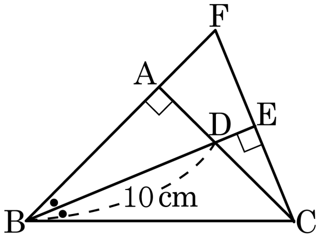
해설

$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$(RHA 합동) 이므로

$\overline{AD}=6\text{cm}$, $\overline{AE}=10\text{cm}$

$\therefore \overline{DE}=16\text{cm}$

21. 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAC = \angle CEB = 90°$, $\overline{BE}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이고, $\overline{BD} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACF$ 에서

$\angle BAD = \angle CAF = 90° \cdots$ ㉠

$\overline{AB} = \overline{AC} \cdots$ ㉡

$\angle ABD = 22.5°$, $\angle ADB = 67.5°$

$\angle ADB = \angle CDE = 67.5°$ ($\because$ 맞꼭지각) 이므로

$\angle ACF = 22.5°$

즉, $\angle ABD = \angle ACF \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ABD \equiv \triangle ACF$(ASA합동)

$\therefore \overline{BD} = \overline{CF} = 10\text{cm}$

$\angle BCF = 45° + 22.5° = 67.5° = \angle BFC$

즉, $\triangle BCF$ 는 $\overline{BF} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이고

$\angle B$ 의 이등분선과 밑변 $\overline{CF}$ 의 교점이 E 이므로

$\overline{CE} = \overline{EF}$ 이다.

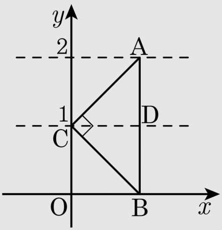
$\therefore \overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{CF} = \frac{1}{2} \times 10 = 5\ (\text{cm})$

22. 좌표평면 위에 있는 직선 $y=2$ 위의 한 점 A 와 x 축 위의 한 점 B, 그리고 C$(0,\ 1)$ 이 이루는 삼각형이 $\angle C=90°$ 인 직각삼각형이 되기 위한 선분 AB 의 길이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

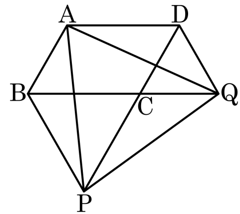
▷ 정답 : 2

해설



위의 그림과 같이 $\angle C=90°$ 이 되도록 두 점 A, B 를 각각 정하면 $\triangle$ABC 는 직각삼각형이고, 두 직선 $y=1$, $y=2$ 는 서로 평행하므로 $\overline{AB}$ 의 중점을 D 라 하면 점 D 는 직선 $y=1$ 위에 있다.
이때, 점 D 는 직각삼각형의 빗변의 중점이므로 $\triangle$ABC 의 외심이다.
$\therefore\ \overline{DA}=\overline{DC}=\overline{DB}$
한편, $\overline{AB}$ 의 길이가 최소가 되려면 $\overline{CD}$ 의 길이가 최소이어야 한다.
즉 $\overline{CD}$ 의 길이가 최소가 되려면 점 D 는 $(1,\ 1)$ 에 있어야 한다.
따라서 구하는 선분 AB 의 최소 길이는 $\overline{CD}=1$ 일 때, $\overline{AB}=2$ 이다.

23. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, CD 를 각각 한 변으로 하는 정삼각형 BPC 와 CQD 를 그렸다. $\angle APQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{}^{\circ}$

▷ 정답 : 60°

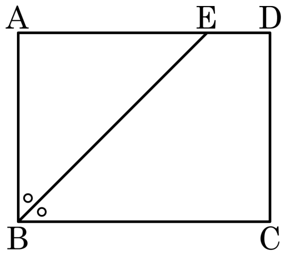
해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle QDA$ 에서
$\overline{AB} = \overline{QD}$, $\overline{BP} = \overline{DA}$
$\angle QDA = \angle ABP$
$\therefore\ \triangle ABP \equiv \triangle QDA$ (SAS 합동) $\cdots$ ①
$\triangle ABP$ 와 $\triangle QCP$ 에서
$\overline{AB} = \overline{QC}$, $\overline{BP} = \overline{CP}$

$$\begin{aligned}\angle QCP &= 360^{\circ} - 60^{\circ} - 60^{\circ} - \angle DCB \\ &= 240^{\circ} - (180^{\circ} - \angle ABC) \\ &= 60^{\circ} + \angle ABC \\ &= \angle ABP\end{aligned}$$

$\therefore\ \triangle ABP \equiv \triangle QCP$ (SAS 합동) $\cdots$ ②
①, ② 에서 $\overline{AP} = \overline{AQ} = \overline{PQ}$ 이므로 $\triangle APQ$ 는 정삼각형이다.
$\therefore\ \angle APQ = 60^{\circ}$

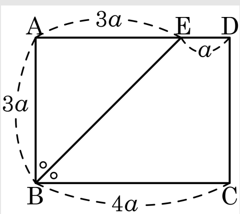
24. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AD}$ 가 만나는 점을 E 라 할 때, $\overline{AE} : \overline{ED} = 3 : 1$, $\triangle ABE$ 의 넓이는 $72cm^2$ 이다. 이 때, □EBCD 의 넓이는?



① $120cm^2$ ② $128cm^2$ ③ $132cm^2$
④ $144cm^2$ ⑤ $160cm^2$

해설

$\angle EBC = \angle BEA (\because$ 엇각$)$
따라서 $\triangle ABE$는 직각이등변삼각형이다. 다음 그림과 같이 $\overline{ED} = a$ 라 하면 $\overline{AE} = 3a$ 이므로



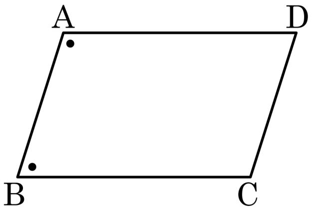
$\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 3a \times 3a = \frac{9}{2}a^2 = 72$

$\therefore a^2 = 16$

$□EBCD = \frac{1}{2} \times (\overline{BC} + \overline{ED}) \times \overline{CD} = \frac{1}{2}(4a + a) \times 3a = \frac{15}{2}a^2$

$= \frac{15}{2} \times 16 = 120(cm^2)$

25. $\angle A = \angle B$ 인 평행사변형에서 $\overline{AB} : \overline{AD} = 1 : 4$ 이고, 넓이가 36cm^2 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

평행사변형에서 $\angle A + \angle B = 180°$ 이므로 $\angle A = \angle B$ 이면 $\angle A = \angle B = 90°$

따라서 □ABCD 는 직사각형이다.

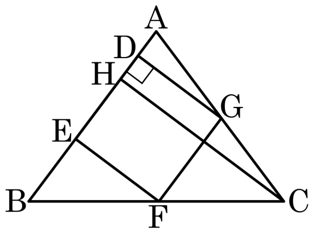
$\overline{AB} : \overline{AD} = 1 : 4$ 이므로 $\overline{AB} = a$ cm, $\overline{AD} = 4a$ cm 라 하고, 넓이가 36cm^2 이므로

$a \times 4a = 4a^2 = 36, \quad a^2 = 9$

$\therefore a = 3 \ (\because a > 0)$

$\therefore \overline{BC} = \overline{AD} = 4a = 12(\text{cm})$

26. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 6$ 인 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. $\triangle ABC$ 의 넓이가 12 이고, $\triangle ABC$ 의 내부에 정사각형 DEFG 가 내접하고 있을 때, BF 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{150}{49}$

해설

주어진 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이용하여 $\overline{CH}$ 를 구하면 $\frac{1}{2} \times \overline{CH} \times 5 = 12$

$\therefore \ \overline{CH} = \frac{24}{5}$

$\overline{CH}$ 와 $\overline{FG}$ 가 만나는 점을 H′ 라 하고, 정사각형 DEFG 의 한 변의 길이를 y 라 하면

$\triangle CFG \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음) 이므로

$\overline{CH'} : \overline{CH} = \overline{FG} : \overline{BA}$

$(\frac{24}{5}) - y : \frac{24}{5} = y : 5$

$\therefore \ y = \frac{120}{49}$

$\overline{CF} : \overline{CB} = \overline{FG} : \overline{AB}$ 를 이용하여 $\overline{CF}$ 를 구하면 $\overline{CF} : 6 = \frac{120}{49} : 5$

$\therefore \ \overline{CF} = \frac{144}{49}$

따라서 $\overline{BF} = \overline{BC} - \overline{CF} = 6 - \frac{144}{49} = \frac{150}{49}$ 이다.