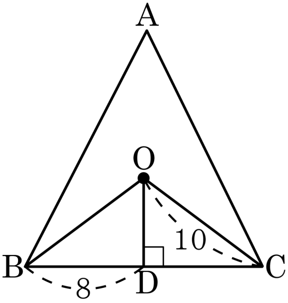
1. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OB}$ 의 길이는?

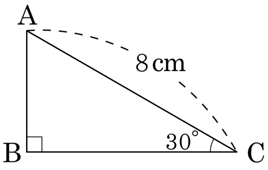


① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$는 $\angle B = 90°$인 직각삼각형이다. $\overline{AC} = 8\,\text{cm}$, $\angle ACB = 30°$일 때, $\overline{AB}$의 길이를 구하여라.

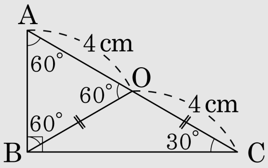


▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심을 O라 하고 꼭짓점 B와 연결시키면



$\angle CAB = 90° - 30° = 60°$

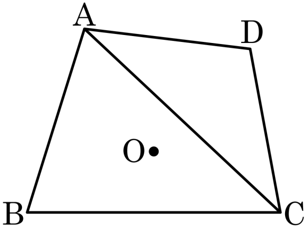
$\overline{OA} = \overline{OB}$이므로 $\angle OBA = 60°$

$\triangle OAB$는 세 각의 크기가 같으므로 정삼각형이다.

따라서 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB} = 4\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{AB} = 4\,\text{cm}$

3. 다음 그림에서 삼각형 ABC 와 ACD 의 외심은 점 O 로 같은 점이다. $\angle ABC + \angle ADC$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $\underline{180^\circ}$

해설

$\angle ABC = x,\ \angle ADC = y$ 라 하면
점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\triangle OAB,\ \triangle OBC,\ \triangle OCA$ 는 모두 이등변삼각형
$\angle OAB + \angle OCB = \angle OBA + \angle OBC = x$
$\therefore\ \angle AOC = 2x$
점 O 가 $\triangle ACD$ 의 외심이므로 $\triangle OAD,\ \triangle ODC$ 도 이등변삼각형
$\angle OAD = \angle ODA,\ \ \angle ODC = \angle OCD$
$\square AOCD$ 에서
$\angle OAD + \angle ODA + \angle ODC + \angle OCD + \angle AOC = 360^\circ$ 이므로
$2(\angle ODA + \angle ODC) = 360^\circ - \angle AOC$
$2y = 360^\circ - 2x,\ \ x + y = 180^\circ$
$\therefore\ \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

4. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.

② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.

③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.

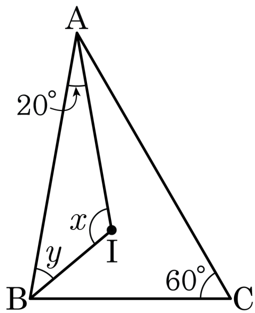
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.

⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

5. 다음 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$에서 점 I는 내심이다. $\angle\mathrm{BAI} = 20^\circ$, $\angle\mathrm{ACB} = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$와 $\angle y$의 크기는?



① $\angle x = 120^\circ,\ \angle y = 40^\circ$
② $\angle x = 115^\circ,\ \angle y = 45^\circ$
③ $\angle x = 110^\circ,\ \angle y = 50^\circ$
④ $\angle x = 125^\circ,\ \angle y = 35^\circ$
⑤ $\angle x = 130^\circ,\ \angle y = 30^\circ$

해설

$\angle\mathrm{A} = 2 \times 20 = 40^\circ$

$\angle\mathrm{B} = 2 \times \angle y = 2\angle y$

$\triangle\mathrm{ABC}$의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$40^\circ + 2y + 60^\circ = 180^\circ$

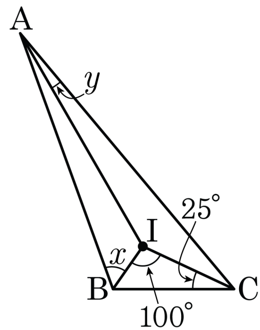
$\therefore \angle y = 40^\circ$

$\triangle\mathrm{ABI}$의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$20^\circ + 40^\circ + \angle x = 180^\circ$

$\therefore \angle x = 120^\circ$

6. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x + \angle y = ($　　　　$)^\circ$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$\angle BIC = 100^\circ$, $\angle BCI = 25^\circ$이므로 삼각형 내각의 합은 180°임을 이용하면

$\angle IBC = 180^\circ - 100^\circ - 25^\circ = 55^\circ$이다.

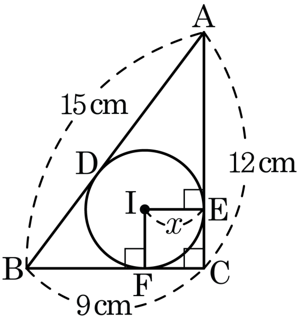
점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle x^\circ = \angle IBC = 55^\circ$이다.

또, $\angle BIC = 100^\circ$, 점 I 가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$이므로

$\angle A = 20^\circ$, $y = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 20^\circ = 10^\circ$이다.

$\therefore\ \angle x + \angle y = 55^\circ + 10^\circ = 65^\circ$이다.

7. 다음 그림과 같이 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에 내접하는 원 I 의 반지름의 길이 x 는 얼마인가?

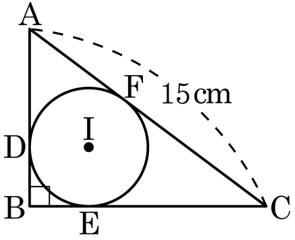


① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$x = \overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{BF}} = 9 - x$, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AE}} = 12 - x$
따라서 $(9 - x) + (12 - x) = 15$ 이므로 $x = 3(\mathrm{cm})$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 I 는 직각삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AC} = 15\text{cm}$, $\overline{AB} + \overline{BC} = 21\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\overline{AF} = \overline{AD} = x(\text{cm})$ 라 하면, $\overline{CF} = \overline{CE} = 15 - x(\text{cm})$

또, 내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면 □DBEI 가 정사각형이므로

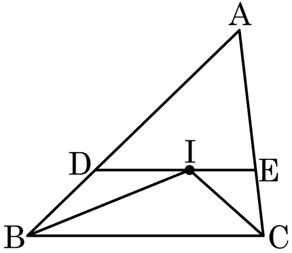
$\overline{DB} = \overline{BE} = r(\text{cm})$

따라서 $\overline{AB} + \overline{BC} = 21(\text{cm})$ 이므로

$x + r + r + 15 - x = 21,\ 2r = 6$

$\therefore r = 3(\text{cm})$

9. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고 $\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 이다. $\triangle$ABC 의 둘레의 길이가 25cm , $\triangle$ADE 의 둘레의 길이가 17cm 일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이는?

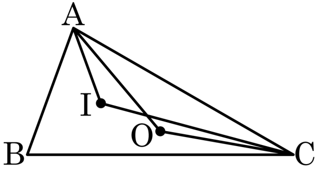


① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 일 때,
($\triangle$ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{AC}}$
따라서 $\overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{AC}} = 17(\mathrm{cm})$ 이다.
$\triangle$ABC 의 둘레의 길이가 25cm 이므로
($\triangle$ABC 의 둘레의 길이)$= \overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BC}} = 17+\overline{\mathrm{BC}} = 25(\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{BC}} = 25 - 17 = 8(\mathrm{cm})$ 이다.

10. 다음그림에서 삼각형 ABC 내부의 점 O 와 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이다.$\angle AOC - \angle AIC = 15^\circ$ 일 때, $\angle OAC$ 의 크기= (　　)° 이다. 빈 칸을 채워 넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC - \angle AIC = 2\angle B - \left(\frac{1}{2}\angle B + 90^\circ\right) = 15^\circ$ 일 때, $\angle B = 70^\circ$ 이다.

$\angle B = 70^\circ$ 이고, $\angle AOC = 140^\circ$ 이다. ($\because$ 점 O는 외심) , $\triangle OAC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAC = 20^\circ$ 이다.