

1. 다음 도수분포표를 이용하여 평균을 구하면?

계 급	도수
2.5 ^{이상} ~ 3.5 ^{미만}	1
3.5 ^{이상} ~ 4.5 ^{미만}	3
4.5 ^{이상} ~ 5.5 ^{미만}	1
합계	5

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

계급값이 각각 3, 4, 5 이므로

$$\begin{aligned}(\text{평균}) &= \frac{(3 \times 1 + 4 \times 3 + 5 \times 1)}{5} \\ &= \frac{3 + 12 + 5}{5} = \frac{20}{5} = 4\end{aligned}$$

2. 다음 표는 종호의 5 회에 걸친 양궁 성적을 나타낸 것이다. 종호는 1 회당 평균 몇 점을 얻었는지 구하여라.

회차	1	2	3	4	5
점수(점)	7	8	7	8	10

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 8점

해설

$$\frac{7 + 8 + 7 + 8 + 10}{5} = 8(\text{ 점})$$

3. 다음 표는 어느 반 학생 5명의 몸무게를 조사한 표이다. 이 학생들의 몸무게의 평균이 69 kg 일 때, x 의 값을 구하여라.

학생	A	B	C	D	E
무게 (kg)	75	68	x	65	79

▶ 답: kg

▷ 정답: 58kg

해설

$$\frac{75 + 68 + x + 65 + 79}{5} = 69$$

$$287 + x = 345$$

$$\therefore x = 58(\text{kg})$$

4. 다음은 지현이네 반 10명의 학생들의 일주일간 수학 공부시간을 나타낸 것이다. 이 학생들의 일주일간 수학 공부시간에 대한 평균은?

계급 (시간)	도수 (명)
1 ^{이상} ~ 3 ^{미만}	1
3 ^{이상} ~ 5 ^{미만}	3
5 ^{이상} ~ 7 ^{미만}	4
7 ^{이상} ~ 9 ^{미만}	2
합계	10

① 3.2 시간

② 4.5 시간

③ 5.4 시간

④ 5.6 시간

⑤ 6.2 시간

해설

계급값이 각각 2, 4, 6, 8이므로

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{(2 \times 1 + 4 \times 3 + 6 \times 4 + 8 \times 2)}{10} \\
 &= \frac{2 + 12 + 24 + 16}{10} = \frac{54}{10} = 5.4(\text{시간})
 \end{aligned}$$

5. 대각선의 길이가 12 인 정사각형의 넓이는?

① 36

② 56

③ 64

④ 72

⑤ 144

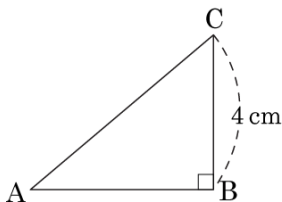
해설

정사각형 한 변을 a 라 하면 대각선은 $\sqrt{2}a$ 이므로

$$\sqrt{2}a = 12, a = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

따라서, 정사각형의 넓이는 $6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} = 72$ 이다.

6. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\sin A = \frac{2}{3}$ 이고, $\overline{BC}$ 가 4cm 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{5}$ cm

② $4\sqrt{5}$ cm

③ $2\sqrt{7}$ cm

④ 3 cm

⑤ $4\sqrt{3}$ cm

해설

$$\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{2}{3} \text{ 이므로 } 4 = \overline{AC} \times \frac{2}{3} \text{ 이다.}$$

$$\Rightarrow \overline{AC} = 6\text{cm}$$

$$\text{따라서 피타고라스 정리에 의해 } \overline{AB} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}\text{cm 이다.}$$

7. 다음 표는 동건의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1 시간

② 2 시간

③ 3 시간

④ 4 시간

⑤ 5 시간

해설

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{변량})\text{의 총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의 개수}\}} \text{이므로}$$

$$\frac{2 + 1 + 0 + 3 + 2 + 1 + 5}{7} = \frac{14}{7} = 2(\text{시간}) \text{이다.}$$

8. 다음은 학생 10명의 수학점수에 대한 도수분포 표인데, 잉크가 번져 일부가 보이지 않게 되었다. 평균이 52점임을 알고 있을 때, 50 점을 받은 학생수는?

① 2 명

② 3 명

③ 4 명

④ 5 명

⑤ 6 명

점수	학생수(명)
30	1
40	1
50	
60	
70	1
합계	10

해설

50 점의 도수를 x 명, 60 점의 도수를 y 명이라고 하면 전체 학생수가 10 명이므로 $1 + 1 + x + y + 1 = 10$

$$\therefore x + y = 7 \cdots \textcircled{1}$$

또한, 평균이 52 점이므로

$$\frac{30 \times 1 + 40 \times 1 + 50 \times x + 60 \times y + 70 \times 1}{10} = 52,$$

$$30 + 40 + 50x + 60y + 70 = 520$$

$$\therefore 5x + 6y = 38 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면 $x = 4$, $y = 3$

따라서 50 점을 받은 학생 수는 4 명이다.

9. 다음 도수분포표에서 평균이 5.25 점 일 때, B 의 값을 구하여라.

계급값 (점)	3	4	5	6	7	합계
도수 (명)	2	A	8	B	3	20

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

전체 도수가 20 이므로

$$2 + A + 8 + B + 3 = 20$$

$$A + B = 7 \cdots \textcircled{㉠}$$

평균이 5.25 점 이므로

$$\frac{3 \times 2 + 4 \times A + 5 \times 8 + 6 \times B + 7 \times 3}{20} = 5.25$$

$$\frac{6 + 4A + 40 + 6B + 21}{20} = 5.25, 4A + 6B = 38$$

$$2A + 3B = 19 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $A = 2$, $B = 5$

$$\therefore B = 5$$

10. 다음 표는 20 명의 학생에 대한 턱걸이 횟수의 기록을 나타낸 도수분포표이다. 턱걸이 횟수의 평균이 8회 일 때, a , b 의 값은?

계급값 (회)	6	7	8	9	10	합계
도수	2	a	8	4	b	20

- ① $a = 1, b = 5$ ② $a = 2, b = 4$ ③ $a = 3, b = 2$
 ④ $a = 4, b = 2$ ⑤ $a = 5, b = 1$

해설

전체 학생 수가 20 명이므로 $2 + a + 8 + 4 + b = 20$

$$\therefore a + b = 6 \cdots \textcircled{A}$$

또한, 평균이 8 회 이므로

$$\frac{6 \times 2 + 7 \times a + 8 \times 8 + 9 \times 4 + 10 \times b}{20} = 8,$$

$$12 + 7a + 64 + 36 + 10b = 160$$

$$\therefore 7a + 10b = 48 \cdots \textcircled{B}$$

①, ②을 연립하여 풀면 $a = 4, b = 2$

$$\therefore a = 4, b = 2$$

11. 다음은 성희네 반 학생 20 명의 수학 성적을 도수분포표로 나타낸 것이다. 20 명의 수학 성적의 평균이 65 점일 때, x 의 값은?

계급 (점)	도수 (명)
30 ^{이상} ~ 40 ^{미만}	3
40 ^{이상} ~ 50 ^{미만}	x
50 ^{이상} ~ 60 ^{미만}	1
60 ^{이상} ~ 70 ^{미만}	y
70 ^{이상} ~ 80 ^{미만}	4
80 ^{이상} ~ 90 ^{미만}	2
90 ^{이상} ~ 100 ^{미만}	2
합계	20

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

전체 학생 수가 20 이므로

$$3 + x + 1 + y + 4 + 2 + 2 = 20$$

$$x + y = 8 \cdots \textcircled{㉠}$$

20 명의 학생의 수학 성적의 평균이 65 점이므로

$$\frac{35 \times 3 + 45 \times x + 55 \times 1 + 65 \times y + 75 \times 4}{20} + \frac{85 \times 2 + 95 \times 2}{20} =$$

65

$$\frac{820 + 45x + 65y}{20} = 65, 45x + 65y = 480$$

$$9x + 13y = 96 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 2, y = 6$

12. 다음은 중학교 3 학년 학생 20 명의 100m 달리기 기록에 대한 도수 분포표이다. 학생 20 명의 100m 달리기 기록의 평균이 17.7 초일 때, $3x - y$ 의 값은?

계급 (점)	도수 (명)
13 ^{이상} ~ 15 ^{미만}	x
15 ^{이상} ~ 17 ^{미만}	6
17 ^{이상} ~ 19 ^{미만}	7
19 ^{이상} ~ 21 ^{미만}	y
21 ^{이상} ~ 23 ^{미만}	2
합계	20

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

13 초 이상 15 초 미만의 도수를 x 명, 19 초 이상 21 초 미만의 도수를 y 명이라고 하면 전체 학생 수가 20 명이므로 $x + 6 + 7 + y + 2 = 20$

$$\therefore x + y = 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

또한, 평균이 17.7 초이므로

$$\frac{14 \times x + 16 \times 6 + 18 \times 7 + 20 \times y + 22 \times 2}{20} = 17.7,$$

$$14x + 96 + 126 + 20y + 44 = 354$$

$$\therefore 7x + 10y = 44 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 2$, $y = 3$

$$\therefore 3x - y = 3 \times 2 - 3 = 3$$

13. 다음은 정민이네 반 학생 20명의 몸무게를 나타낸 도수분포표이다.
이 반 학생들의 평균 몸무게가 47kg 일 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.

무게 (kg)	학생 수 (명)
30 ^{이상} ~ 40 ^{미만}	8
40 ^{이상} ~ 50 ^{미만}	x
50 ^{이상} ~ 60 ^{미만}	2
60 ^{이상} ~ 70 ^{미만}	y
합계	20

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$\frac{35 \times 8 + 45 \times x + 55 \times 2 + 65 \times y}{20} = 47$$

$$45x + 65y = 550 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x + y = 10 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡를 연립하면 $x = 5, y = 5$ 이므로 $y - x = 0$ 이다.

14. 다음 도수분포표에서 10명의 윗몸일으키기 평균이 32회 일 때, xy 의 값은?

횟수 (분)	도수 (명)
$10^{\text{이상}} \sim 20^{\text{미만}}$	2
$20^{\text{이상}} \sim 30^{\text{미만}}$	3
$30^{\text{이상}} \sim 40^{\text{미만}}$	x
$40^{\text{이상}} \sim 50^{\text{미만}}$	2
$50^{\text{이상}} \sim 60^{\text{미만}}$	y

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{15 \times 2 + 25 \times 3 + 35 \times x + 45 \times 2 + 55 \times y}{10} = 32$$

$$30 + 75 + 35x + 90 + 55y = 320$$

$$35x + 55y = 125 \cdots \textcircled{㉠}$$

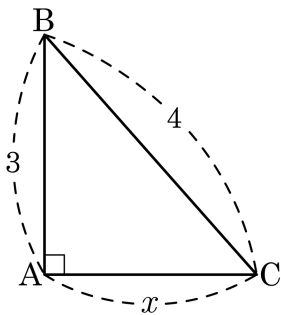
전체가 10명이므로

$$x + y = 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

따라서 ㉠, ㉡을 연립하면 $x = 2, y = 1$

$$\text{따라서 } xy = 2 \cdot 1 = 2$$

15. 다음 그림의 삼각형의 둘레가 $a + \sqrt{b}$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.(단, a, b 는 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

피타고라스 정리에 따라

$$3^2 + x^2 = 4^2$$

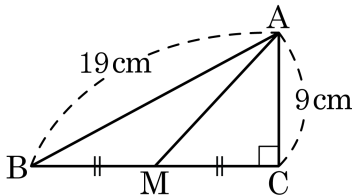
$$x^2 = 16 - 9 = 7$$

$x > 0$ 이므로 $x = \sqrt{7}$ 이다.

따라서 둘레의 길이는 $4 + 3 + \sqrt{7} = 7 + \sqrt{7}$ 이다.

따라서 $a = 7$, $b = 7$ 이므로 $a + b = 14$ 이다.

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90^\circ$ 이고 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이다.
 $\overline{AB} = 19\text{ cm}$, $\overline{AC} = 9\text{ cm}$ 일 때, 중선 AM 의 길이를 구하여라.



① $\sqrt{149}$ cm

② $\sqrt{150}$ cm

③ $\sqrt{151}$ cm

④ $\sqrt{152}$ cm

⑤ $\sqrt{153}$ cm

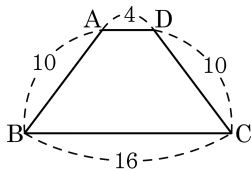
해설

$$\overline{BC} = \sqrt{19^2 - 9^2} = \sqrt{28 \times 10} = 2\sqrt{70}(\text{cm})$$

$$\overline{CM} = \sqrt{70}(\text{cm})$$

$$\overline{AM} = \sqrt{(\sqrt{70})^2 + 9^2} = \sqrt{151}(\text{cm})$$

17. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 80

해설

사다리꼴 ABCD 의 높이를 h 라 하면

$$h^2 = 100 - 36 = 64$$

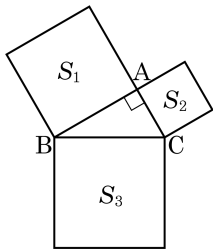
$$h = 8$$

$$\therefore (\text{사다리꼴의 넓이}) = (4 + 16) \times 8 \times \frac{1}{2} = 80$$

18. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 일 때, $S_2 : S_3$ 는?

① $2 : \sqrt{5}$ ② $\sqrt{5} : 3$ ③ $2 : 3$

④ $5 : 9$ ⑤ $4 : 5$



해설

$\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로

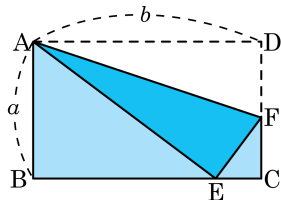
$$S_1 : S_3 = 4 : 9$$

$$S_1 = 4a \text{ 라 하면 } S_3 = 9a$$

$$S_2 = S_3 - S_1 = 5a$$

따라서 $S_2 : S_3 = 5 : 9$ 이다.

19. 직사각형 ABCD 에서 꼭짓점 D 를 $\overline{BC}$ 위의 점 E 에 오도록 접었을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?



㉠ $\overline{BE} = \sqrt{b^2 - a^2}$

㉡ $\angle BAE = \angle CFE$

㉢ $\triangle AEF \equiv \triangle ADF$

㉣ $\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{DF}$

㉤ $\overline{CF} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{BE}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉤, ㉤

해설

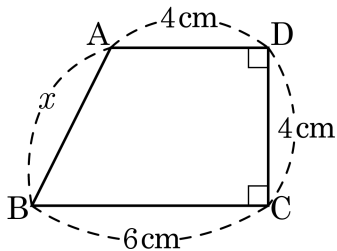
$\overline{AD} = \overline{AE}$ 이므로 $\overline{BE} = \sqrt{b^2 - a^2}$ 이다.

$\angle BAE \neq \angle CFE$, $\angle EAF = \angle DAF$, $\overline{AF}$ 는 공통이므로 $\triangle AEF \equiv \triangle ADF$ (RHA 합동)

$\overline{CE} \neq \overline{CF} \neq \overline{DF}$, $\overline{CF} : \overline{CE} \neq \overline{AB} : \overline{BE}$ 이다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

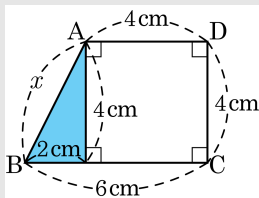
20. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

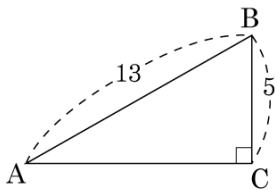
▶ 정답 : $2\sqrt{5}$ cm

해설



$$x = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$$

21. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\cos A + \sin A$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{17}{13}$

해설

$$\overline{AC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$$

$$\cos A + \sin A = \frac{12}{13} + \frac{5}{13} = \frac{17}{13}$$

22. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 원 O 에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 6$ 일 때, $\sin A$ 의 값은?

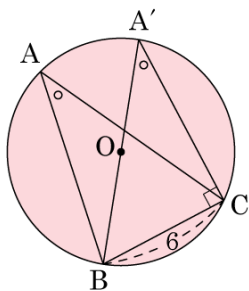
① $\frac{3}{5}$

② $\frac{\sqrt{7}}{4}$

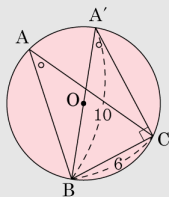
③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{3}{7}\sqrt{7}$

⑤ $\frac{3}{2}$



해설

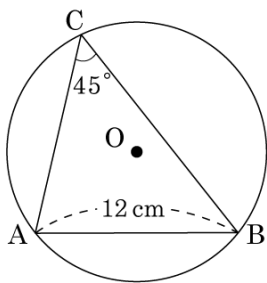


점 B 와 O 를 연결하는 선분이 원주와 만나는 점을 A' 라 할 때
 $\angle A = \angle A'$, $\angle A'CB = 90^\circ$ 이고
 $\overline{A'B} = 10$

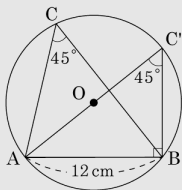
$$\therefore \sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{A'B}} = \frac{3}{5}$$

23. $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 에 대한 원주각의 크기가 45° 이고, $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 일 때, 외접원 O 의 넓이는?

- ① $9\pi\text{cm}^2$ ② $18\pi\text{cm}^2$
 ③ $36\pi\text{cm}^2$ ④ $72\pi\text{cm}^2$
 ⑤ $144\pi\text{cm}^2$



해설



그림과 같이 원 O 의 지름 $C'A$ 를 그으면 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로

$$\angle AC'B = \angle ACB = 45^\circ$$

반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이므로

$$\angle ABC' = 90^\circ$$

$$\cos 45^\circ = \frac{12}{\overline{AC'}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \overline{AC'} = 12\sqrt{2}(\text{cm}) \text{ 이므로}$$

$$\overline{AO} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$$

따라서 외접원 O 의 넓이는

$$S = \pi r^2 = \pi \times (6\sqrt{2})^2 = 72\pi(\text{cm}^2)$$

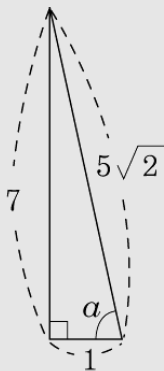
24. 직선 $y = -7x + 7$ 이 x 축의 음의 방향과 이루는 예각의 크기를 a 라고 할 때, $\tan a$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

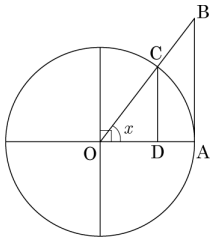
해설

주어진 직선의 기울기는 -7 이므로 빗변의 길이는 $\sqrt{1^2 + 7^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ 이다.



따라서 $\tan a = \frac{7}{1} = 7$ 이다.

25. 다음 그림은 반지름이 1 인 원이다. $\cos x$ 를 나타내는 선분은?



① $\overline{AB}$

② $\overline{CD}$

③ $\overline{OB}$

④ $\overline{OD}$

⑤ $\overline{BD}$

해설

$$\cos x = \frac{\overline{OD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{OD}}{1} = \overline{OD}$$

26. 영수네 반의 과학 성적의 남자평균과 여자 평균이 다음 표와 같을 때, 전체 평균을 구하여라.

	남자	여자
학생 수(명)	20	15
평균 점수(점)	76	83

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 79 점

해설

$$\frac{20 \times 76 + 15 \times 83}{20 + 15} = 79(\text{점})$$

27. 은정이는 5회에 걸친 사회 시험에서 4회까지 83 점, 84 점, 79 점, 90 점을 받았고, 5회는 병결로 인해 4회까지의 평균 성적의 50%를 받았다. 은정이의 5회에 걸친 사회시험 성적의 평균은?

① 72 점

② 73.2 점

③ 75.6 점

④ 77.8 점

⑤ 82 점

해설

$$4 \text{ 회 } \text{까지의 평균} : \frac{83 + 84 + 79 + 90}{4} = \frac{336}{4} = 84(\text{ 점})$$

$$5 \text{ 회 } \text{성적} : 84 \times \frac{50}{100} = 42(\text{ 점})$$

(5 회에 걸친 사회 성적의 평균)

$$= \frac{83 + 84 + 79 + 90 + 42}{5} = \frac{378}{5} = 75.6(\text{ 점})$$

28. 다음 도수분포표는 지수의 일주일 동안의 컴퓨터 게임 이용시간을 나타낸 것이다. 화요일의 컴퓨터 이용시간을 x 분, 이 자료의 중앙값을 y 분이라 할 때, $x + y$ 는?

요일	월	화	수	목	금	토	일	평균
시간(분)	10	x	40	30	30	60	60	40

① 70 분

② 80 분

③ 90 분

④ 100 분

⑤ 110 분

해설

평균이 40 분이므로 컴퓨터 총 이용시간은 $40 \times 7 = 280$ (분)이다.

$$x = 280 - (10 + 40 + 30 + 30 + 60 + 60) = 50 \text{ (분)}$$

주어진 자료를 크기순으로 나열하면

10, 30, 30, 40, 40, 50, 60, 60 이므로 중앙값 $y = 40$ (분)이다.

$$\therefore x + y = 50 + 40 = 90 \text{ (분)}$$

29. 찬수네 반 학생 35 명의 수학점수의 총합은 2800, 수학점수의 제곱의 총합은 231000 일 때, 찬수네 반 학생 수학 성적의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

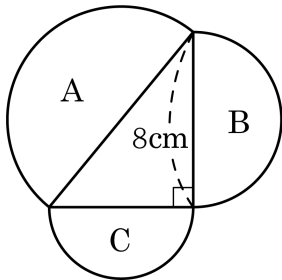
해설

$$(\text{분산}) = \frac{\{(\text{변량})^2 \text{의 총 합}\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$$\frac{231000}{35} - 80^2 = 200$$

즉, 분산은 200 이다.

30. 다음 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그리고 각각의 넓이를 A, B, C 라고 할 때, $A = \frac{25}{2}\pi$ 라고 한다. $A : B : C = 25 : b : c$ 에서 $b - c$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

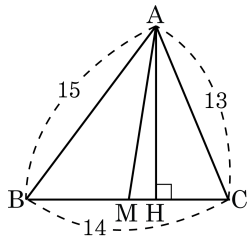
지름이 8 인 반원의 넓이는 $4^2\pi \times \frac{1}{2} = 8\pi$

따라서 $C = A - B = \left(\frac{25}{2} - 8\right)\pi = \frac{9}{2}\pi$ 이므로 $A : B : C =$

$$\frac{25}{2} : 8 : \frac{9}{2} = 25 : b : c$$

그러므로 $b - c = 16 - 9 = 7$

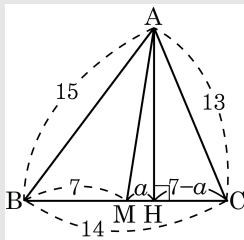
31. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\overline{AH} - \overline{MH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설



$\overline{MH} = a$ 라 할 때,

$$15^2 - (7 + a)^2 = 13^2 - (7 - a)^2$$

$$225 - (49 + 14a + a^2) = 169 - (49 - 14a + a^2), \quad 28a = 56, \quad a = 2$$

$$\text{따라서 } \overline{MH} = a = 2, \quad \overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

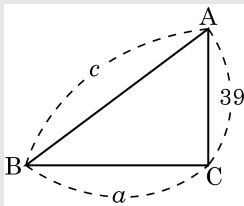
$$\text{이므로 } \overline{AH} - \overline{MH} = 10$$

32. 세 변의 길이가 모두 자연수이고 가장 짧은 변의 길이가 39 인 직각삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1014

해설



위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$ 라 하자.

(단, a, c 는 자연수이다.)

$$c^2 = 39^2 + a^2, \quad c^2 - a^2 = 39^2$$

$$(c - a)(c + a) = 3^2 \times 13^2$$

그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times a \times 39$ 가 최소가 되려면

a 의 값이 최소가 되어야 한다.

따라서 $c + a > c - a$ 인 경우를 순서쌍 $(c + a, c - a)$ 로 나타내어 보면

$$(c + a, c - a) = (13^2, 3^2), (13^2 \times 3, 3), \\ (13 \times 3^2, 13), (13^2 \times 3^2, 1)$$

이때, a 의 값이 최소가 되는 경우는

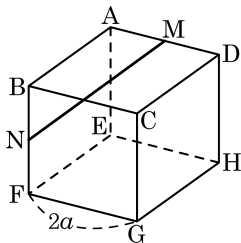
$$c + a = 13 \times 3^2, \quad c - a = 13 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = 52, \quad c = 65$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은

$$\frac{1}{2} \times 52 \times 39 = 1014 \text{ 이다.}$$

33. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $2a$ 인 정육면체에서 $\overline{AD}$, $\overline{BF}$ 의 중점을 각각 M, N이라 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{6}a$

해설

$\triangle ANM$ 은 $\angle NAM = 90^\circ$ 인 직각삼각형

$$\begin{aligned}\overline{MN}^2 &= \overline{AN}^2 + \overline{AM}^2 \\ &= \overline{AB}^2 + \overline{BN}^2 + \overline{AM}^2 \\ &= (2a)^2 + a^2 + a^2 = 6a^2\end{aligned}$$

$$\therefore \overline{MN} = \sqrt{6}a$$