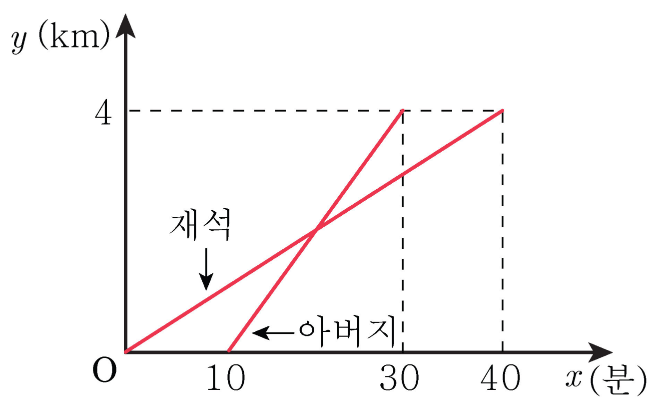
1. 재석이와 아버지가 집에서 4km 떨어진 도서관에 가는데 재석이가 먼저 출발하고 10분 후에 아버지가 출발하였다. 재석이가 출발한 지 x분 후에 집으로부터 떨어진 거리를 $y$km라고 할 때, x와 y 사이의 관계는 다음 그림과 같다. 재석이와 아버지가 만나는 것은 집에서 몇 km 떨어진 지점인가? (단, 재석이와 아버지는 같은 길로 움직인다.)



① $\frac{5}{4}$km ② 2km ③ $\frac{5}{2}$km ④ 3km ⑤ $\frac{7}{2}$km

해설

재석 : $y = \frac{1}{10}x$

아버지 : $y = \frac{1}{5}x - 2$

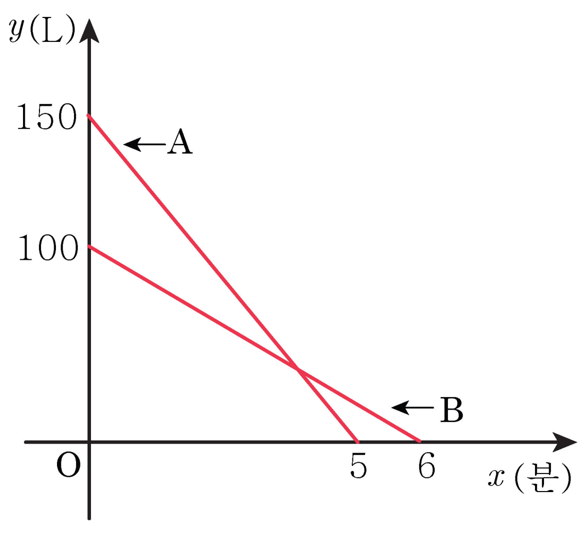
$\frac{1}{10}x = \frac{1}{5}x - 2 \quad \therefore\ x = 20$

$x = 20$을 $y = \frac{1}{10}x$에 대입하면

$y = \frac{1}{10} \times 20 = 2$

따라서 집에서 2km 떨어진 지점에서 재석이와 아버지가 만난다.

2. 물이 각각 150L, 100L씩 들어 있는 두 물통 A, B에서 동시에 각각 일정한 속력으로 물을 빼낸다. x분 후에 남아 있는 물의 양을 yL라 할 때, x와 y 사이의 관계를 그래프로 나타낸 그림은 다음과 같다. 물을 빼내기 시작한 지 몇 분 후에 남아 있는 물의 양이 같아지는가?



① $\frac{10}{3}$분 ② $\frac{11}{4}$분 ③ $\frac{15}{4}$분 ④ 4분 ⑤ $\frac{13}{3}$분

해설

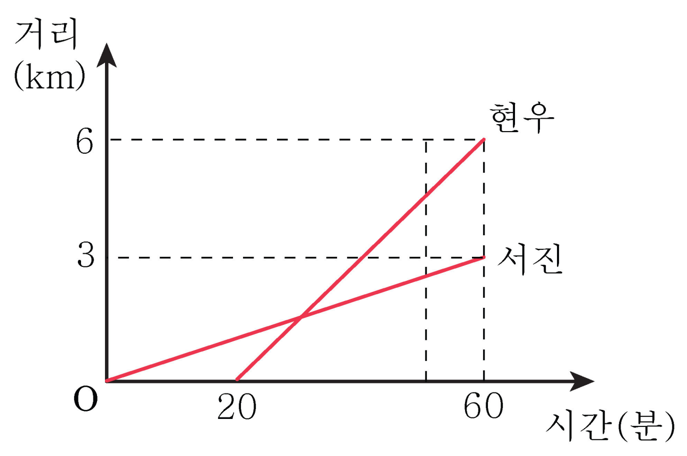
A : $y=-30x+150$

B : $y=-\frac{50}{3}x+100$

$-30x+150=-\frac{50}{3}x+100 \quad \therefore\ x=\frac{15}{4}$

따라서 남은 물의 양이 같아지는 것은 $\frac{15}{4}$분 후이다.

3. 다음 그림은 서진이와 현우의 움직임에 대한 시간과 거리 사이의 관계를 나타낸 그래프이다. 두 사람이 같은 곳에서 출발하여 같은 길을 따라 이동할 때, 서진이와 현우가 만나는 것은 현우가 출발한 지 몇 분 후인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30분

해설

출발한 지 x분 후 출발점으로부터의 거리를 $y$km 라 하자.

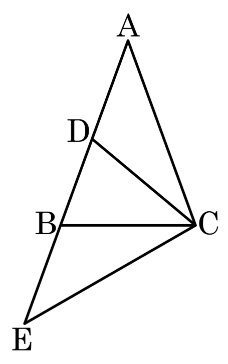
서진 : $y = \frac{1}{20}x$

현우 : $y = \frac{3}{20}x - 3$

$\frac{1}{20}x = \frac{3}{20}x - 3 \quad \therefore\ x = 30$

따라서 현우가 출발한 지 30분 후에 서진이와 현우가 만난다.

4. 다음 그림에서 삼각형 ABC, ECD, CBD 는 $\angle ABC = \angle ACB, \angle ECD = \angle EDC, \angle CBD = \angle CDB$ 인 이등변삼각형이고, $\angle ACE = 100°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



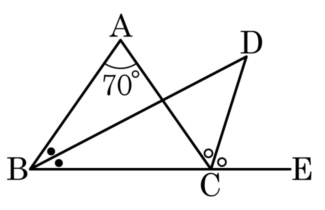
▶ 답 : $\underline{\quad}$ °

▷ 정답 : 40 °

해설

$\angle BCD = \angle x, \angle ACD = \angle y$ 라 하면
$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle x + \angle y$
$\triangle CBD$ 에서 $\angle CDB = \angle x + \angle y$
$\triangle ECD$ 에서 $\angle ECD = \angle x + \angle y$ 이므로
$\angle ECB = \angle y$
$\angle ACE = 100°$ 이므로
$\angle x + 2\angle y = 100° \cdots$ ㉠
$\triangle CBD$ 에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$3\angle x + 2\angle y = 180° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡를 연립하면 $\angle x = 40°$, $\angle y = 30°$
$\therefore\ \angle x = \angle BCD = 40°$

5. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라고 한다, $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle D$ 의 크기는?



① 32.5°　② 35°　③ 37.5°　④ 40°　⑤ 42.5°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

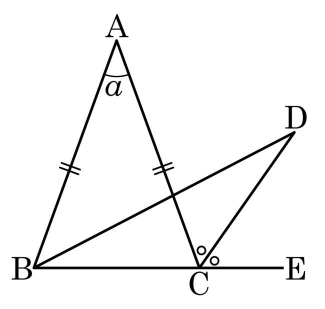
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

$$\begin{aligned}\angle ACD &= \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC)\\ &= \frac{1}{2}(70° + 55°)\\ &= 62.5°\end{aligned}$$

$\angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC) = \frac{1}{2} \times 55° = 27.5°$

$$\begin{aligned}\therefore \angle D &= 180° - (27.5° + 55° + 62.5°)\\ &= 180° - 145°\\ &= 35°\end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle ACD = \angle DCE$, $\angle ABD = 2\angle DBC$, $\angle A = a$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 a 로 나타내면?



① $15° - \frac{5}{12}a$　② $15° + \frac{5}{12}a$　③ $-15° + \frac{5}{12}a$
④ $15° + \frac{5}{14}a$　⑤ $15° - \frac{5}{14}a$

해설

$\angle DBC = y$ 라고 하면 $\angle ABD = 2\angle DBC = 2y$
$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle ACB = \angle ABC = 3y$ 이고
내각의 합은 $180°$ 이므로 $a + 6y° = 180°$

$\therefore y° = 30° - \frac{1}{6}a$

또한 $\angle ACD = \frac{1}{2}(180° - 3y) = 90° - \frac{3}{2}y$ 이고
$\triangle BCD$ 의 내각의 합은 $180°$ 이므로

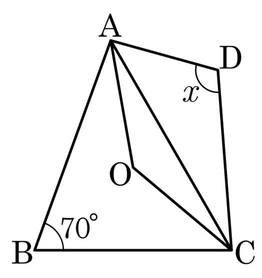
$$\begin{aligned} 180° &= \angle BDC + \angle DCB + \angle CBD \\ &= \angle BDC + \left(3y + 90° - \frac{3}{2}y\right) + y \end{aligned}$$

$180° = \angle BDC + 90° +$

$\frac{5}{2}y$ 이므로

$$\begin{aligned} \therefore \angle BDC &= 90° - \frac{5}{2}y \\ &= 90° - \frac{5}{2}\left(30° - \frac{1}{6}a\right) \\ &= 15° + \frac{5}{12}a \end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 의 외심은 O 로 동일하고 $\angle ABC = 70^\circ$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



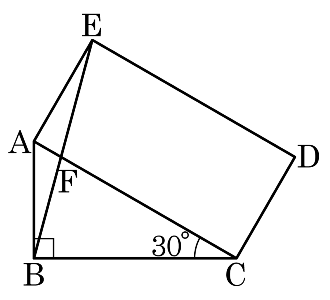
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 110°

해설

$\angle AOC = 2\angle ABC = 140^\circ$
$\angle OAD = a$, $\angle OCD = b$ 라고 하고, $\overline{OD}$ 를 그으면 $\angle D = a + b$
□AOCD 에서, $\angle OAD + \angle ADC + \angle DCO + \angle COA = 360^\circ$,
$360^\circ = 140^\circ + a + b + a + b = 140^\circ + 2(a + b)$, $a + b = \angle ADC =$
110°

8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}°$

▷ 정답 : $30°$

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60°$ 이므로

$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$

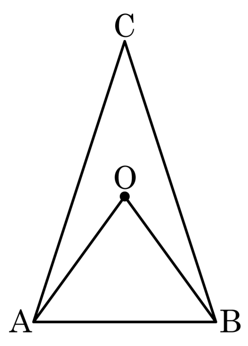
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$

$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$

$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

9. $\triangle$ABC 의 외심을 O 라 하고 $\angle A + \angle B : \angle C = 4 : 1$ 일 때, $\angle$AOB 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$°

▷ 정답 : 72°

해설

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OBC = \angle OCB = y$, $\angle OCA = \angle OAC =$ z 라고 하면

$2x + 2y + 2z = 180°$, $x + y + z = 90° \cdots$ ㉠

또한, $\angle A + \angle B = 4\angle C$ 이므로

$x + z + x + y = 4(y + z) \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면 $x = 54°$

$\triangle$AOB 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

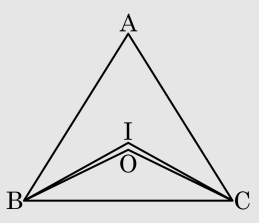
$\angle AOB = 180° - (54° \times 2) = 72°$

10. $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심 O, 내심 I 에 대하여 $\angle BOC = 128°$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 3°

해설



$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 128° = 64$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 64° = 122°$

$$\begin{aligned}\angle ABC &= \frac{1}{2} \times (180° - \angle A)\\ &= \frac{1}{2}(180° - 64°)\\ &= 58°\end{aligned}$$

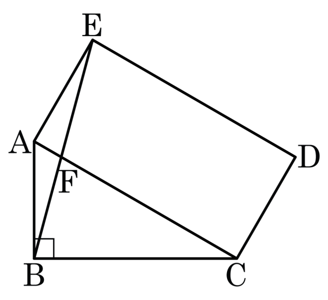
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 △OBC, △IBC 는 이등변삼각형이다.

$$\begin{aligned}\angle OBC &= \angle OCB\\ &= \frac{1}{2} \times (180° - 128°)\\ &= 26° \cdots ㉠\end{aligned}$$

$\angle IBC = \angle ICB = \frac{1}{2} \times (180° - 122°) = 29° \cdots ㉡$

따라서 $\angle OBI = \angle IBC - \angle OBC = 29° - 26° = 3°$ 이다.

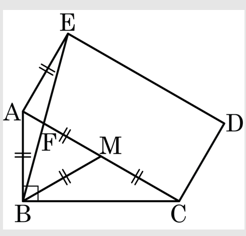
11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$, $\angle C = 30°$ 인 직각삼각형이고 $\square ACDE$ 는 $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 인 직사각형이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 15°

해설



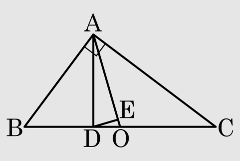
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로
$\overline{AC}$ 의 중점을 M 이라 하면 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$
$\angle BAC = 60°$ 이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이다.
또한, $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 에서 $\overline{AM} = \overline{AE} = \overline{AB}$ 이므로
$\triangle ABE$ 는 이등변 삼각형이다.

$\therefore\ \angle AEB = \dfrac{1}{2}(180° - 60° - 90°) = 15°$

12. $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{BC} = 5$ 인 삼각형 ABC 의 외심을 O, 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{CD} = a$ 라 할 때, AOD 의 넓이를 a 를 사용하여 나타낸 것은?

① $3 + 2a$　② $3 + a$　③ $3 - \frac{a}{2}$
④ $\frac{2a}{5} - 3$　⑤ $\frac{6a}{5} - 3$

해설



점 D 에서 $\overline{AO}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면
점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \frac{5}{2}$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AD}$ 에서 $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{AD}$

$\therefore \overline{AD} = \frac{12}{5}$

이때, $\overline{CD} = a$ 라 하면

$\triangle AOD = \frac{1}{2} \times \left(a - \frac{5}{2}\right) \times \frac{12}{5} = \frac{6}{5}a - 3$ 이다.