

1. 두 함수 $f(x) = -3x + k$, $g(x) = 2x + 4$ 에 대하여, $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립하도록 하는 k 의 값은 얼마인가?

① -16 ② -14 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= -3x + k, \quad g(x) = 2x + 4 \text{에서} \\ (f \circ g)(x) &= f(2x + 4) = -3(2x + 4) + k \\ &= -6x - 12 + k \cdots \text{㉠} \\ (g \circ f)(x) &= g(-3x + k) = 2(-3x + k) + 4 \\ &= -6x + 2k + 4 \cdots \text{㉡} \\ \text{㉠과 ㉡이 같아야 하므로} \\ -6x - 12 + k &= -6x + 2k + 4 \\ \therefore k &= -16 \end{aligned}$$

2. 함수 $f(x) = 2x + 6$, $g(x) = ax - 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{5}{6}$

③ 1

④ 2

⑤ 6

해설

$$(f \circ g)(x) = 2g(x) + 6 = 2(ax - 1) + 6 \\ = 2ax + 4 \cdots \textcircled{A}$$

$$(g \circ f)(x) = af(x) - 1 = a(2x + 6) - 1 \\ = 2ax + 6a - 1 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } 2ax + 4 = 2ax + 6a - 1$$

$$4 = 6a - 1$$

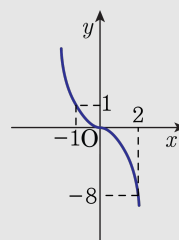
$$\therefore a = \frac{5}{6}$$

3. 삼차함수 $y = -x^3$ 에 대하여 정의역이 $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$ 일 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -4 ② 5 ③ -5 ④ 7 ⑤ -7

해설

$y = -x^3$ 의 그래프는 다음 그림과 같고
 $x = 2$ 일 때 최솟이고, $x = -1$ 일 때 최대이므로
 $f(2) = -8$, $f(-1) = 1$ 에서 구하는 값은
 $f(2) + f(-1) = -8 + 1 = -7$



4. 다음 함수 중 우함수에는 ‘우’, 기함수에는 ‘기’, 우함수도 기함수도 아닌 함수는 ‘×’ 를 써 넣을 때, 알맞은 것은?

- (1) $f(x) = 3x + 1$ ()
(2) $f(x) = 3x^2 - 2$ ()
(3) $f(x) = x^3 - x$ ()

- ① ×, 우, 기 ② 우, ×, 기 ③ 기, 우, ×
④ 기, ×, 우 ⑤ 우, 기, ×

해설

- (1) $f(-x) = -3x + 1$
따라서 $f(x)$ 는 우함수도, 기함수도 아니다.
(2) $f(-x) = 3(-x)^2 - 2 = 3x^2 - 2$
따라서 $f(-x) = f(x)$ 이므로 $f(x)$ 는 우함수이다.
(3) $f(-x) = 3(-x)^3 - (-x) = -x^3 + x$
따라서 $f(-x) = -f(x)$ 이므로 $f(x)$ 는 기함수이다.

5. 함수 $f(x) = 2x^2 + 1$, $g(x) = 3x^3$ 에 대하여 다음 <보기>에 있는 함수 중 그 그래프가 원점에 대하여 대칭인 것을 모두 고른 것은 ?

보기

- | | |
|-------------------|-------------------------|
| I. $f(g(x))$ | II. $g(g(x))$ |
| III. $\{g(x)\}^2$ | IV. $\frac{g(x)}{f(x)}$ |

- ① I, II ② I, IV ③ II, III ④ II, IV ⑤ III, IV

해설

$f(-x) = f(x)$, $g(-x) = -g(x)$ 에서

I. $F(x) = f(g(x))$ 로 놓으면

$$F(-x) = f(g(-x)) = f(-g(x)) = f(g(x))$$

$$\therefore F(-x) = F(x)$$

II. $F(x) = g(g(x))$ 로 놓으면

$$F(-x) = g(g(-x)) = g(-g(x)) = -g(g(x))$$

$$\therefore F(-x) = -F(x)$$

III. $F(x) = \{g(x)\}^2$ 로 놓으면

$$F(-x) = \{g(-x)\}^2$$

$$= \{-g(x)\}^2 = \{g(x)\}^2$$

$$\therefore F(-x) = F(x)$$

IV. $F(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ 로 놓으면

$$F(-x) = \frac{g(-x)}{f(-x)} = -\frac{g(x)}{f(x)}$$

$$\therefore F(-x) = -F(x)$$

따라서 원점에 대하여 대칭인 함수는 II, IV

6. 함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 기함수이고 $f(1) = 3$ 을 만족시킬 때, $a + b - c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

기함수는 모든 실수 x 에 대하여 원점에 대하여 대칭이어야 하므로

$$f(-x) = -f(x)$$

$$ax^2 - bx + c = -ax^2 - bx - c$$

$$\text{따라서 } a = 0, c = 0 \quad \therefore f(x) = bx$$

$$f(1) = 3 \text{ 이므로 } f(1) = b = 3$$

$$\therefore a + b - c = 3$$