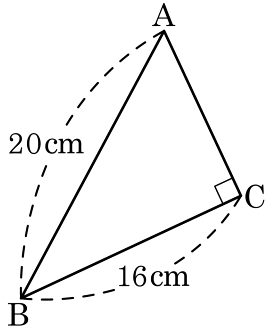
1. 다음과 같은 직각삼각형 ABC 의 넓이는?



① 92cm^2 ② 94cm^2 ③ 96cm^2 ④ 98cm^2 ⑤ 100cm^2

해설

피타고라스 정리에 따라

$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2$

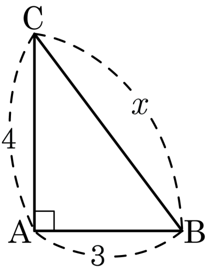
$\overline{AC}^2 = 400 - 256 = 144$

$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 12$

따라서 직각삼각형 ABC 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96(\text{cm}^2)$ 이다.

2. 피타고라스 정리를 이용하여 x 의 길이를 구하여라.



$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$

$x^2 = 3^2 + 4^2 = \boxed{}$

$x > 0$ 이므로, $x = \boxed{}$

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

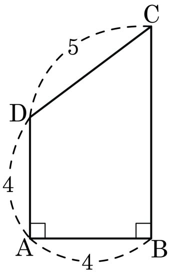
해설

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$

$x^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2$

$x > 0$ 이므로 $x = 5$ 이다.

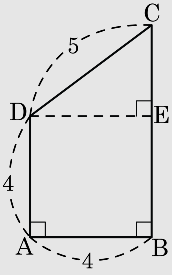
3. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이는?



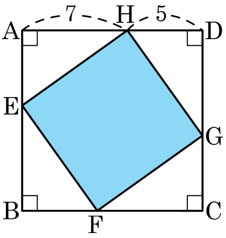
① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

점 D를 지나면서 $\overline{AB}$에 평행한 보조선을 긋고 $\overline{BC}$와의 교점을 E라고 하자.
$\triangle DEC$에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{EC} = 3$
따라서 $\overline{BC} = 4 + 3 = 7$이다.



4. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle AEH$ 와 이와 합동인 세 개의 삼각형을 이용하여 정사각형 ABCD 를 만들었다. 이때, 정사각형 EFGH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 74

해설

$\overline{AH} = 7, \overline{HD} = \overline{AE} = 5$ 이고 $\triangle AEH$ 는 직각삼각형이므로

$\overline{EH}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{AE}^2 = 7^2 + 5^2 = 74$ 이다.

사각형 EFGH 는 정사각형이므로 $\overline{EH} = \overline{FE} = \overline{GF} = \overline{GH}$ 이다.

따라서 정사각형 EFGH 의 넓이는 $\overline{EH}^2 = 74$ 이다.

5. 세 변의 길이가 각각 5, $n+3$, $n+4$ 인 삼각형이 예각삼각형이 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ＿＿＿ 개

▷ 정답 : 8 개

해설

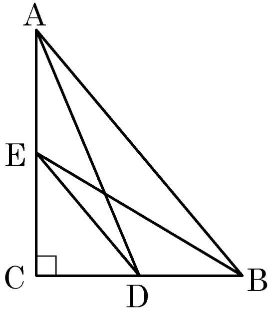
가장 긴 변의 길이가 $n+4$ 이므로 이 삼각형이 예각삼각형이 되려면

$(n+4)^2 < 5^2 + (n+3)^2$

$\therefore\ n < 9$

따라서 조건을 만족시키는 자연수 n 은 $1, 2, 3, \cdots, 8$ 의 8 개이다.

6. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BE}^2 = 21$ 일 때, $\overline{DE}^2 + \overline{AB}^2$ 을 구하여라.



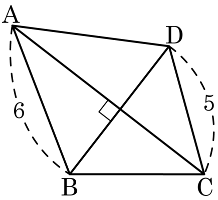
▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$\overline{DE}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BE}^2$ 이므로 $\overline{DE}^2 + \overline{AB}^2 = 21$

7. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$ 의 값은?



① 11　② 30　③ 41

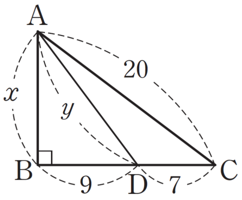
④ 56　⑤ 61

해설

대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같다.

$\therefore\ \overline{AD}^2+\overline{BC}^2=5^2+6^2=61$

8. 그림과 같은 직각삼각형에서 x, y의 값의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

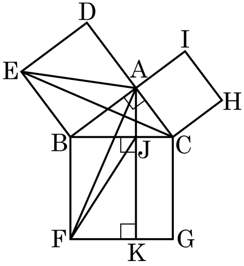
$\triangle$ABC에서 $x^2 = 20^2 - 16^2 = 144$

$\therefore x = 12$

$\triangle$ABD에서 $y^2 = 9^2 + 12^2 = 225$

$\therefore y = 15$

9. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 □ADEB, □ACHI, □BFGC 가 정사각형일 때, 다음 중 그 넓이가 나머지 넷과 다른 하나는?



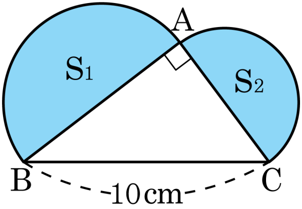
① △EBC ② △ABF ③ △EBA

④ △BCI ⑤ △JBF

해설

△EBA = △EBC = △ABF = △JBF

10. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 직각을 낀 두 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 두 반원의 넓이의 합 $S_1 + S_2$ 의 값을 구하면?



① $\dfrac{45}{2}\pi\,\text{cm}^2$　② $\dfrac{35}{2}\,\text{cm}^2$　③ $\dfrac{25}{2}\pi\,\text{cm}^2$

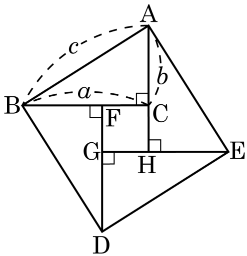
④ $\dfrac{15}{2}\pi\,\text{cm}^2$　⑤ $\dfrac{5}{2}\pi\,\text{cm}^2$

해설

$$S_1 + S_2 = \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 \pi \times \frac{1}{2} + \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 \pi \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{8}\left(\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2\right)$$

$$= \frac{\pi}{8} \times \overline{BC}^2 = \frac{25}{2}\pi(\text{cm}^2)$$

11. 다음 그림에서 □ABDE는 한 변의 길이가 c인 정사각형이다. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\triangle ABC \equiv \triangle BDF$	㉡ $\overline{CH} = a + b$
㉢ □FGHC는 정사각형	㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}\square ABDE$
㉤ $a^2 + b^2 = c^2$	㉥ $\overline{CH} = a - b$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

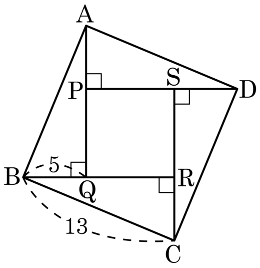
▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = a - b$

㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}(\square ABDE - \square FGHC)$

12. 다음 그림의 □ABCD 는 합동인 네 개의 직각삼각형을 붙여 만든 정사각형이다. $\overline{BC} = 13$, $\overline{CR} = 5$ 일 때, □PQRS 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

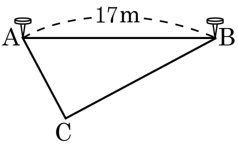
△ABQ 에서 $\overline{AB} = 13$, $\overline{BQ} = 5$ 이므로

$\overline{AB}^2 = \overline{BQ}^2 + \overline{AQ}^2$ $\quad \therefore \ \overline{AQ} = 12$,

$\overline{AP} = 5$ 이므로 □PQRS 에서 $\overline{PQ} = 12 - 5 = 7$

$\therefore$ □PQRS $= 7 \times 7 = 49$

13. 17 m 거리에 있는 두 못 A, B 에 길이가 40 m 인 끈을 걸어서 다음 그림과 같이 $\angle$C가 직각이 되게 하려고 할 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 를 몇 m로 하여야 하는가? (단, $\overline{\mathrm{AC}} < \overline{\mathrm{BC}}$)



▶ 답 : m

▷ 정답 : 8 m

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = x$라 하면, $\overline{\mathrm{BC}} = 40 - 17 - x = 23 - x$

$\triangle$ABC 는 $\angle \mathrm{C} = 90°$인 직각삼각형이므로

$x^2 + (23 - x)^2 = 17^2$

$x^2 - 23x + 120 = 0$

$(x - 8)(x - 15) = 0$

$\therefore \ x = 8(\mathrm{m}) \ (\because \ \overline{\mathrm{AC}} < \overline{\mathrm{BC}})$

14. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$, $\overline{AB} = c$ 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle A > 90°$ 이다.

② $a - b < c < a + b$

③ $c^2 > a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형이다.

④ $b^2 < a^2 + c^2$ 이면 예각삼각형이다.

⑤ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형이다.

해설

④ $\angle B$ 는 예각이라 할 수 있지만 예각삼각형은 세 각이 모두 예각이어야 한다. 즉 b가 가장 긴 변이라는 조건이 있어야한다.

15. 세 변의 길이가 a, b, c 일 때, 다음 보기의 설명중 옳은 것은?

보기

㉠ $a - b < c < a + b$

㉡ $c^2 < a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형

㉢ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형

㉣ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle B > 90°$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

㉡ $c^2 > a^2 + b^2$ 일 때, 둔각삼각형이다.
㉣ $a^2 > b^2 + c^2$ 일 때, a 가 가장 긴 변이면 $\angle A > 90°$ 이다.

16. 세 변의 길이가 각각 $a-7$, a, $a+1$ 로 나타내어지는 삼각형이 직각 삼각형이 되기 위한 상수 a 의 값을 구하여라.

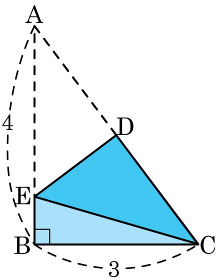
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

변의 길이이므로 $a-7>0$, $a>7\cdots$㉠
삼각형이 될 조건에 의해
$(a-7)+a>a+1$, $a>8\cdots$㉡
㉠, ㉡에 의하여
세 변 중 가장 긴 변이 $a+1$ 이므로
$(a+1)^2=(a-7)^2+a^2$
$a^2-16a+48=0$
$(a-4)(a-12)=0$
$\therefore\ a=12\ (\because\ a>8)$

17. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AC 를 두 점 A 와 C 가 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle$CDE 의 둘레의 길이는?

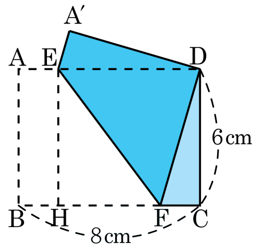


① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$
④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

$\triangle$ABC 가 직각삼각형이므로
$\overline{AC}^2 = 4^2 + 3^2$, $\overline{AC} = 5$ 이다.
$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 4 - x$ 이고
$\triangle$EBC 가 직각삼각형이므로
$(4-x)^2 = x^2 + 3^2$, $x = \frac{7}{8}$ 이다.
$\triangle$ADE 가 직각삼각형이므로
$\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$, $\overline{DE} = \frac{15}{8}$ 이다.
따라서 $\triangle$CDE 의 둘레는 $\frac{15}{8} + \frac{25}{8} + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$ 이다.

18. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접었다. $\overline{CD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$, 점 H 는 점 E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{A'E} = \frac{7}{4}\,\text{cm}$

② $\angle DEF = \angle EFH$

③ $\overline{EF} = \frac{17}{2}\,\text{cm}$

④ $\overline{BF} = \overline{DE}$

⑤ $\overline{HF} = \frac{9}{2}\,\text{cm}$

해설

$\triangle A'ED$ 에서 $\overline{A'E}$ 를 x 로 잡으면 피타고라스 정리에 따라

$x^2 + 6^2 = (8 - x)^2$, $x = \frac{7}{4} = \overline{A'E} = \overline{FC}$

$\therefore\ \overline{ED} = 8 - \frac{7}{4} = \frac{25}{4}(\text{cm})$ 이고, $\overline{HF} = \overline{CH} - \overline{CF} = \frac{25}{4} - \frac{7}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}(\text{cm})$

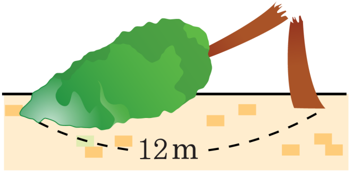
$\triangle EHF$ 에서 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{EF}^2 = 6^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{225}{4}$$

$\overline{EF}$ 는 변이므로 양수이다. 따라서 $\overline{EF} = \frac{15}{2}(\text{cm})$ 이다.

③ $\overline{EF} \neq \frac{17}{2}\,\text{cm}$

19. 지면 위에 똑바로 서 있던 높이가 18 m 인 나무가 다음 그림과 같이 부러졌다.



이때 지면으로부터 부러진 부분까지의 높이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 m

해설

땅에서 부러진 곳까지의 거리를 x m 라 하면 부러진 곳에서 부터 나무 위쪽 끝까지의 거리는 $(18-x)$ m 이므로
피타고라스 정리를 이용하여 식을 세우면
$12^2+x^2=(18-x)^2$
$144+x^2=324-36x+x^2$
$36x=180$
$\therefore x=5$
따라서 지면으로부터 부러진 부분까지의 높이는 5 m 이다.

20. $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 12$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 AB, AC 를 각각 1 : 2 로 내분하는 점을 D, E 라 할 때, $\overline{CD}^2 + \overline{BE}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

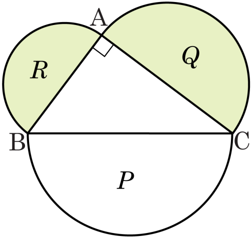
▷ 정답 : 160

해설

점 D, E 가 변 AB, AC 를 각각 1 : 2 로 내분하므로
$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 이고, $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$
$\therefore\ \overline{DE} = 4$
$\triangle ABE$ 에서 $\overline{BE}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2$
$\triangle ADC$ 에서 $\overline{CD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2$

$$\begin{aligned}\therefore\ \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2 + \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 \\ &= \overline{BC}^2 + \overline{DE}^2 \\ &= 12^2 + 4^2 \\ &= 160\end{aligned}$$

21. 다음 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC의 각 변을 지름으로 하는 세 반원의 넓이를 각각 P, Q, R이라 하자. $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 4$일 때, $R : Q$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $1 : 15$

해설

$\overline{AB} = k$, $\overline{BC} = 4k$라 하고 반원의 넓이를 구하면

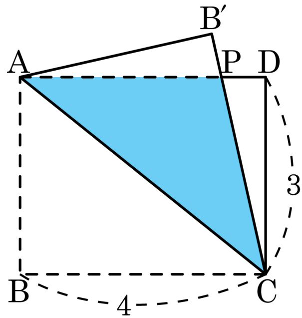
$R = \frac{\pi}{8}k^2$

$P = 2\pi k^2$

$Q = P - R = 2\pi k^2 - \frac{\pi}{8}k^2 = \frac{15}{8}\pi k^2$이므로

$\therefore R : Q = 1 : 15$

22. 다음 그림은 가로, 세로의 길이가 각각 4 cm, 3 cm 인 직사각형 모양의 종이를 대각선 AC 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. 변 B′C 가 변 AD 와 만나는 점을 P 라고 할 때, △ACP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\frac{75}{16}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{\text{AP}}$ 의 길이를 $x$cm 라 하면

$\overline{\text{PD}} = 4 - x(\text{cm})$

△AB′P 와 △CDP 는 서로 합동이므로

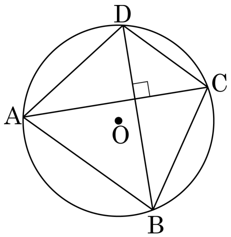
$\overline{\text{PD}} = \overline{\text{PB}'} = 4 - x(\text{cm})$

$x^2 = (4 - x)^2 + 3^2$,$x = \frac{25}{8}$

(△ACP 의 넓이)

$= 6 - \frac{1}{2} \times \frac{7}{8} \times 3 = \frac{75}{16}(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 는 원 O 에 내접하고, 대각선 AC, BD 는 직교한다. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.

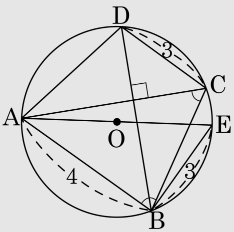


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\frac{25}{4}\pi$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

점 A 에서 원의 중심 O 를 지나는 지름을 그으면



사각형 BECD 는 등변사다리꼴이므로

$\overline{BE} = \overline{CD} \cdots$ ㉠

또한 삼각형 ABE 에서 $\angle ABE$ 는 지름에 대한 원주각으로 $90°$ 이므로

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}^2 + \overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AE}^2$

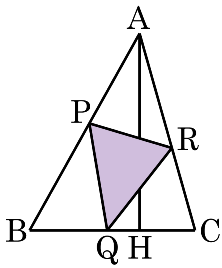
$4^2 + 3^2 = \overline{AE}^2$

$\therefore\ \overline{AE} = 5(\text{cm})$

따라서 반지름이 $\frac{5}{2}\text{cm}$ 이므로

원의 넓이는 $\frac{25}{4}\pi\ (\text{cm}^2)$ 이다.

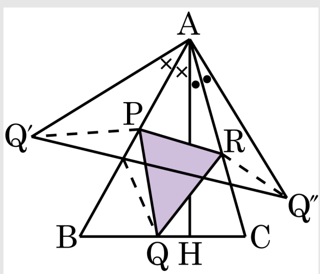
24. 다음과 같이 $\angle A = 45°$ 인 예각삼각형 ABC 의 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH} = 8$ 이다. 삼각형 ABC 에 내접하는 삼각형 PQR 의 둘레의 길이가 최소일 때, $\angle AQB$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 90 °

해설



위의 그림과 같이 점 Q 의 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 대한 대칭점을 각각 Q', Q'' 라 하면

$\overline{PQ} = \overline{PQ'}$, $\overline{RQ} = \overline{RQ''}$

$\angle Q'AQ'' = 2(\bullet + \times) = 90°$ 이고,

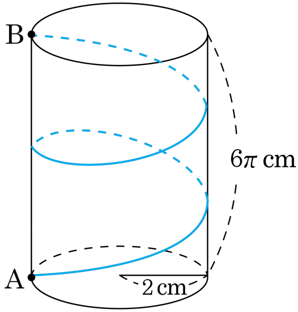
$\triangle PQR$ 의 둘레의 길이는

$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RP} = \overline{PQ'} + \overline{Q''R} + \overline{RP} \geq \overline{Q'Q''}$

그런데 $\overline{AQ'} = \overline{AQ''} = \overline{AQ}$ 이므로 $\overline{AQ}$ 가 최소일 때, 즉 $\overline{AQ}$ 가 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선일 때, $\overline{Q'Q''}$ 가 최소가 된다.

따라서 $\angle AQB = \angle AHB = 90°$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $2\,\mathrm{cm}$, 높이가 $6\pi\,\mathrm{cm}$ 인 원기둥이 있다. 점 A에서 출발하여 원기둥의 옆면을 따라 두 바퀴 돌아서 점 B에 이르는 최단거리를 구하여라.

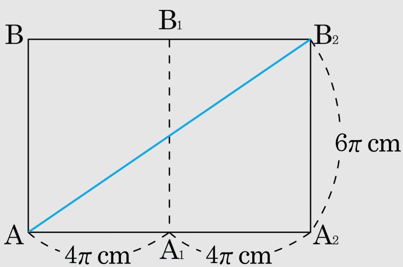


▶ 답 :

▷ 정답 : $10\pi\,\mathrm{cm}$

해설

다음 전개도에서 $\overline{\mathrm{AA_1}}$ 는 원주이므로
$\overline{\mathrm{AA_1}} = 2\pi \times 2 = 4\pi(\,\mathrm{cm})$



따라서 최단거리 $\overline{\mathrm{AB_2}}$ 는
피타고라스 정리에 의하여
$\overline{\mathrm{AB_2}} = \sqrt{(6\pi)^2 + (8\pi)^2} = 10\pi(\,\mathrm{cm})$