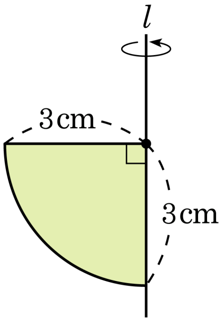
1. 다음 그림에서 원의 $\frac{1}{4}$ 되는 도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 360° 회전시킨 회전체의 겉넓이는?



① $24\pi\text{cm}^2$　② $27\pi\text{cm}^2$　③ $30\pi\text{cm}^2$

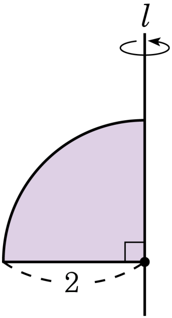
④ $33\pi\text{cm}^2$　⑤ $36\pi\text{cm}^2$

해설

(반구의 겉넓이) $= \frac{1}{2} \times$ (구의 겉넓이) $+$ (밑넓이)

$\therefore\ 4\pi \times 3^2 \times \frac{1}{2} + \pi \times 3^2 = 27\pi(\text{cm}^2)$

2. 다음 그림의 사분원을 직선 l 을 회전축으로 하여 일회전 하였을 때 생기는 입체도형의 겉넓이 S 와 부피 V 는?



① $S = 8\pi,\ V = \dfrac{4}{3}\pi$ ② $S = 8\pi,\ V = \dfrac{8}{3}\pi$

③ $S = 12\pi,\ V = \dfrac{16}{3}\pi$ ④ $S = 24\pi,\ V = \dfrac{16}{3}\pi$

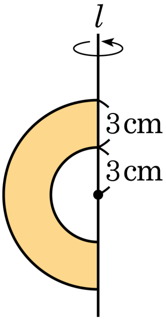
⑤ $S = 24\pi,\ V = \dfrac{32}{3}\pi$

해설

$$S = \frac{1}{2} \times 4\pi \times 2^2 + 2^2 \times \pi = 12\pi$$

$$V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{16}{3}\pi$$

3. 다음 그림의 색칠한 부분을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 회전체의 부피는?



① $240\pi\text{cm}^3$　② $252\pi\text{cm}^3$　③ $256\pi\text{cm}^3$

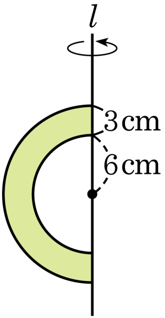
④ $264\pi\text{cm}^3$　⑤ $272\pi\text{cm}^3$

해설

큰 구의 부피에서 작은 구의 부피를 뺀다.

$$V = \left(\frac{4}{3}\pi \times 6^3\right) - \left(\frac{4}{3}\pi \times 3^3\right) = 252\pi(\text{cm}^3)$$

4. 다음 그림의 색칠한 부분을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 회전체의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ____________ cm^3

▷ 정답 : $684\pi\ \text{cm}^3$

해설

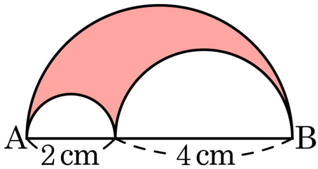
V_1 : 큰 구의 부피
V_2 : 작은 구의 부피

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi \times 9^3 = 972\pi$$

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi \times 6^3 = 288\pi$$

$$V = V_1 - V_2 = 972\pi - 288\pi = 684\pi(\text{cm}^3)$$

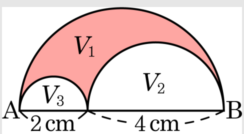
5. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 위에 3 개의 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분을 $\overline{AB}$ 를 축으로 1 회전시켰을 때 얻어지는 입체도형의 부피는?



① $24\pi\text{cm}^3$ ② $28\pi\text{cm}^3$ ③ $32\pi\text{cm}^3$
④ $36\pi\text{cm}^3$ ⑤ $40\pi\text{cm}^3$

해설

구 3 개의 부피를 구한 다음 $V = V_1 - (V_2 + V_3)$ 를 이용해서 구한다.



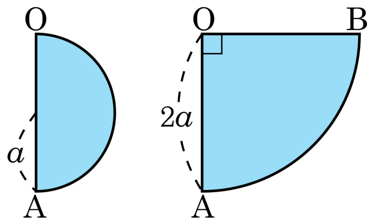
$$V_1 = \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi(\text{cm}^3)$$

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{32}{3}\pi(\text{cm}^3)$$

$$V_3 = \frac{4}{3}\pi \times 1^3 = \frac{4}{3}\pi(\text{cm}^3)$$

$$V = V_1 - (V_2 + V_3) = 36\pi - \left(\frac{32}{3}\pi + \frac{4}{3}\pi\right) = 24\pi(\text{cm}^3)$$

6. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 a 인 반원과 반지름의 길이가 $2a$ 인 사분원을 $\overline{\mathrm{OA}}$ 를 축으로 하여 1 회전 시켜서 회전체를 만들었다. 이 두 회전체의 부피의 비와 어떤 회전체가 더 큰지를 구하면?



① 1 : 4, 반원을 회전시킨 회전체

② 1 : 8, 반원을 회전시킨 회전체

③ 1 : 4, 사분원을 회전시킨 회전체

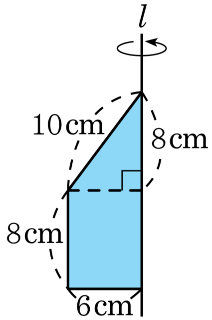
④ 1 : 8, 사분원을 회전시킨 회전체

⑤ 서로 같다.

해설

반지름의 길이가 a 인 반원을 1 회전 시키면
반지름의 길이가 a 인 구가 생기고
이 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi a^3(\mathrm{cm}^3)$
반지름의 길이가 $2a$ 인 사분원을 1 회전 시키면
반지름의 길이가 $2a$ 인 반구가 생기고
이 구의 부피는
$\frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3} \times \pi \times 8a^3\right) = \frac{16}{3}\pi a^3(\mathrm{cm}^3)$
따라서 두 회전체의 부피의 비는
$\frac{4}{3}\pi a^3 : \frac{16}{3}\pi a^3 = 1 : 4$ 이고,
사분원을 회전시킨 회전체가 더 크다.

7. 다음 그림에서 단면을 직선 l 을 축으로 하여 1회전 시켰을 때 생기는 입체도형의 겉넓이는 몇 cm^2 인가?



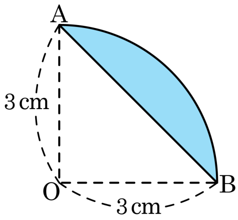
① $152\pi\text{cm}^2$ ② $162\pi\text{cm}^2$ ③ $172\pi\text{cm}^2$

④ $182\pi\text{cm}^2$ ⑤ $192\pi\text{cm}^2$

해설

(겉넓이) $= \pi \times 10 \times 6 + 2\pi \times 6 \times 8 + \pi \times 6^2 = 192\pi(\text{cm}^2)$

8. 다음 그림의 색칠한 부분을 직선 OA 를 축으로 1회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피는?



① $12\pi\,\text{cm}^3$ ② $11\pi\,\text{cm}^3$

③ $10\pi\,\text{cm}^3$ ④ $9\pi\,\text{cm}^3$

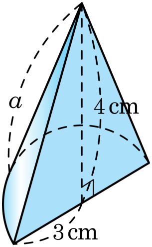
⑤ $8\pi\,\text{cm}^3$

해설

반지름의 길이가 3 cm 인 반구의 부피에서 밑면의 반지름의 길이와 높이가 3 cm 인 원뿔의 부피를 빼면 된다.

$$\frac{4}{3}\pi \times 3^3 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 3 = 18\pi - 9\pi = 9\pi(\text{cm}^3)$$

9. 다음 그림은 원뿔을 꼭짓점과 밑면의 지름을 지나는 평면으로 자른 입체도형이다. 이 입체도형의 겉넓이가 $(12\pi + 12)\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, a 를 구하여라.



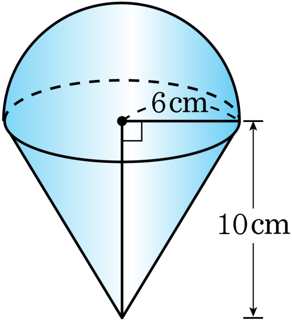
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$$\pi \times 3^2 \times \frac{1}{2} + \pi \times 3 \times a \times \frac{1}{2} + 6 \times 4 \times \frac{1}{2}$$
$$= \frac{9}{2}\pi + \frac{3}{2}a\pi + 12$$
$$= 12\pi + 12(\mathrm{cm}^2)$$
$$\frac{9}{2} + \frac{3}{2}a = 12$$
$$a = 5$$

10. 다음 그림과 같은 입체도형의 부피를 구하여라.



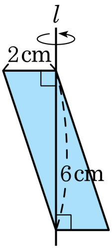
▶ **답 :** ______ cm^3

▷ **정답 :** 264π cm^3

해설

$$(\text{부피})=\frac{4}{3}\pi\times6^3\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times10=144\pi+120\pi=264\pi(cm^3)$$

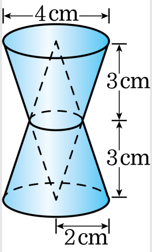
11. 다음 그림의 도형에서 직선 l 을 축으로 하여 1 회전 시킬 때 생기는 입체도형의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^3}$

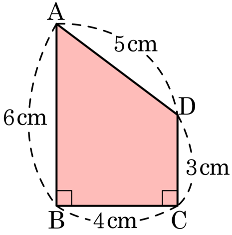
▷ 정답 : 14π $\underline{\text{cm}^3}$

해설



$$(\text{부피}) = 2 \times \left(\frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 6 - \frac{1}{3}\pi \times 1^2 \times 3\right) = 14\pi(\text{cm}^3)$$

12. 다음 그림과 같은 평면도형을 $\overline{AB}$ 를 회전축으로 1 회전시켰을 때 생기는 회전체의 겉넓이를 구하여라.

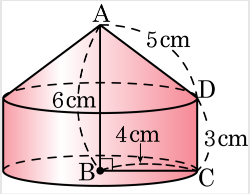


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 60π $\underline{\text{cm}^2}$

해설

회전체는 다음 그림과 같다.

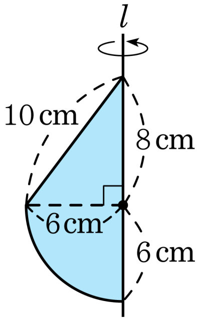


따라서 (부채꼴의 넓이) + (옆넓이) + (밑넓이)

$= \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 2\pi \times 4\right) + (2\pi \times 4 \times 3) + (\pi \times 4 \times 4) = 20\pi + 24\pi + 16\pi =$

$60\pi(\text{cm}^2)$

13. 다음 도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1 회전 시킬 때, 생기는 회전체의 부피는?



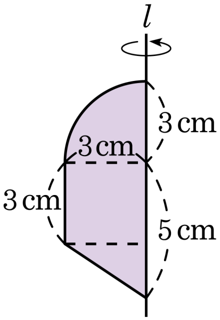
① $200\pi\text{cm}^3$ ② $240\pi\text{cm}^3$ ③ $260\pi\text{cm}^3$

④ $280\pi\text{cm}^3$ ⑤ $300\pi\text{cm}^3$

해설

$$V = (\text{원뿔의 부피}) + (\text{반구의 부피})$$
$$= \left(\frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 8\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi \times 6^3\right)$$
$$= 240\pi(\text{cm}^3)$$

14. 다음 도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 회전시켰을 때, 생기는 입체 도형의 부피를 구하여라.



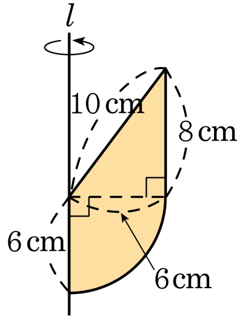
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \text{cm}^3}$

▷ 정답 : $51\pi\,\underline{\text{cm}^3}$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{부피}) &= (\text{반구의 부피}) + (\text{원기둥의 부피}) \\
&\quad + (\text{원뿔의 부피}) \\
&= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi \times 3^3 + \pi \times 3^2 \times 3 \\
&\quad + \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 2 \\
&= 18\pi + 27\pi + 6\pi = 51\pi(\text{m}^3)
\end{aligned}
$$

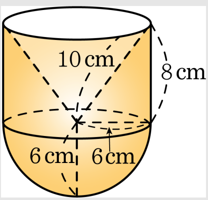
15. 다음 그림과 같은 도형을 직선 l 을 축으로 1 회전 시켰을 때 생기는 입체도형의 부피는?



① $328\pi \mathrm{cm}^3$　② $332\pi \mathrm{cm}^3$　③ $336\pi \mathrm{cm}^3$

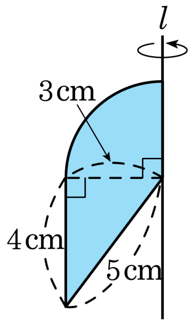
④ $340\pi \mathrm{cm}^3$　⑤ $344\pi \mathrm{cm}^3$

해설



$$V = (\text{원기둥 부피}) - (\text{원뿔 부피}) + (\text{반구 부피})$$
$$= (\pi \times 6^2 \times 8) - \left(\frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 8\right)$$
$$+ \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi \times 6^3\right)$$
$$= 336\pi(\mathrm{cm}^3)$$

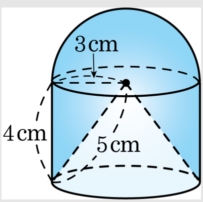
16. 다음 단면을 l 축을 중심으로 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피는 얼마인지 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^3}$

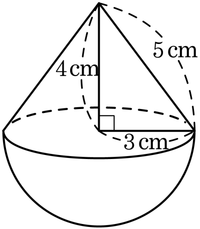
▷ 정답 : 42π $\underline{\text{cm}^3}$

해설



$$V = \frac{1}{2} \times (\text{구의 부피}) + (\text{원기둥의 부피}) - (\text{원뿔의 부피})$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi \times 3^3 + 3^2\pi \times 4 - \frac{1}{3} \times 3^2\pi \times 4$$
$$= 18\pi + 36\pi - 12\pi = 42\pi(\text{cm}^3)$$

17. 다음 그림과 같이 길이가 $3\,\mathrm{cm}$ 인 반구와 모선의 길이가 $5\,\mathrm{cm}$, 높이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔이 있다. 이 때, 겉넓이를 구하여라.



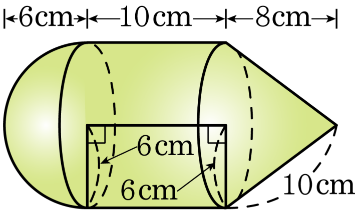
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $33\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$\frac{1}{2} \times 6\pi \times 5 + \frac{1}{2} \times 4\pi \times 3^2 = 33\pi(\mathrm{cm}^2)$$

18. 다음 입체도형의 부피는?



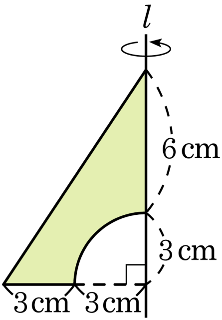
① $240\pi\,\text{cm}^3$ ② $360\pi\,\text{cm}^3$ ③ $500\pi\,\text{cm}^3$

④ $542\pi\,\text{cm}^3$ ⑤ $600\pi\,\text{cm}^3$

해설

$\left(\frac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times 8\right)+(\pi\times 6^2\times 10)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi\times 6^3\right)=96\pi+360\pi+144\pi=600\pi(\text{cm}^3)$

19. 다음 그림에서 색칠한 부분을 직선 l 을 회전축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 회전체의 부피는?



① $36\pi\text{cm}^3$　② $72\pi\text{cm}^3$　③ $90\pi\text{cm}^3$　④ $108\pi\text{cm}^3$　⑤ $288\pi\text{cm}^3$

해설

(원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times \pi \times 9 = 108\pi$

(반구의 부피) $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 18\pi$

$\therefore$ (부피) $= 108\pi - 18\pi = 90\pi(\text{cm}^3)$

20. 한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 각 면의 중심을 연결하여 정팔면체를 만들었다. 정육면체의 부피는 정팔면체의 부피의 몇 배인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 배

▷ 정답 : 6 배

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면

(정육면체의 부피) $= a^3$

정팔면체는 정사각뿔 2 개를 붙여놓은 것과 같으므로

(정팔면체의 부피) $=$

$$\left\{\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times a\times a\right)\times\frac{a}{2}\right\}\times 2=\frac{a^3}{6}$$

따라서 정육면체의 부피는 정팔면체의 부피의 $a^3 \div \dfrac{a^3}{6} = 6$ (배) 이다.

21. 정팔면체 안에 구가 꼭 맞게 내접해 있다. 정팔면체의 겉넓이가 64, 부피가 32 일 때, 구의 반지름의 길이를 구하여라.

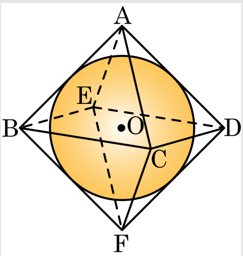
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

정팔면체는 8 개의 정삼각형으로 이루어져 있으므로 한 면의 넓이는 $\frac{64}{8}=8$,

그림에서 구의 중심을 O 라 하고 구의 반지름의 길이를 r 라 하면



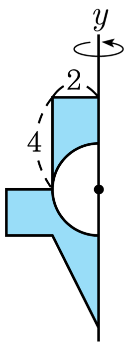
삼각뿔 O − ACD 의 부피는 정팔면체의 부피의 $\frac{1}{8}$ 과 같으므로,

$\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{ACD}\times r=\frac{1}{8}\times 32$

$\frac{1}{3}\times 8\times r=4$

$\therefore r=\frac{3}{2}$

22. 다음 그림은 가로, 세로가 각각 2, 4 인 직사각형 2 개와 빗변이 아닌 두 변이 각각 2, 4 인 직각삼각형 1 개를 서로 연결하여 만든 도형에서 반지름이 2 인 반원을 오려낸 모양이다. 이 평면도형을 y 축을 중심으로 회전 하여 만든 회전체의 부피를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{128}{3}\pi$

해설

(회전 하여 생기는 입체도형의 부피)

$=$ (원기둥 1의 부피) $+$ (원기둥 2의 부피)

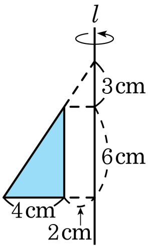
$+$ (원뿔의 부피) $-$ (구의 부피)

$= (\pi \times 2^2 \times 4) + (\pi \times 4^2 \times 2)$

$+ \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 4\right) - \left(\frac{4}{3}\pi \times 2^3\right)$

$= \frac{128}{3}\pi$

23. 다음 직각삼각형을 직선 l 을 회전축으로하여 회전시켰을 때의 입체도형의 부피를 구하면?



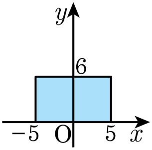
① $72\pi\,\mathrm{cm}^3$ ② $80\pi\,\mathrm{cm}^3$ ③ $108\pi\,\mathrm{cm}^3$

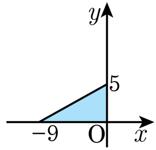
④ $156\pi\,\mathrm{cm}^3$ ⑤ $296\pi\,\mathrm{cm}^3$

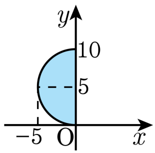
해설

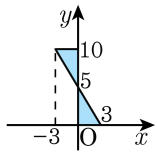
$$\frac{1}{3}\pi \times (4+2)^2 \times (3+6) - \frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 3 - \pi \times 2^2 \times 6 = 80\pi(\mathrm{cm}^3)$$

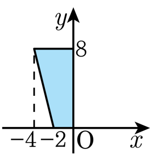
24. 다음 도형들을 y 축을 축으로 하여 1 회전 시켰을 때, 생기는 입체도형 중 부피가 가장 큰 것은?

①


②


③


④


⑤


해설

① (부피) $= \pi \times 5^2 \times 6 = 150\pi$

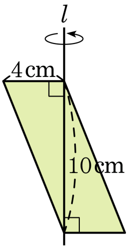
② (부피) $= \dfrac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times 5 = 135\pi$

③ (부피) $= \dfrac{4}{3}\pi \times 5^3 = \dfrac{500}{3}\pi$

④ (부피) $= 2 \times \left(\dfrac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 5\right) = 30\pi$

⑤ (부피) $= \left(\dfrac{1}{3}\pi \times 4^2 \times 16\right) - \left(\dfrac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 8\right) = \dfrac{224}{3}\pi$

25. 다음 그림의 도형을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전시킬 때, 생기는 입체도형의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad \text{cm}^3}$

▷ 정답 : $\dfrac{280}{3}\pi\,\underline{\text{cm}^3}$

해설

(부피) $= 2 \times \left(\dfrac{1}{3}\pi \times 4^2 \times 10 - \dfrac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 5\right) = \dfrac{280}{3}\pi(\text{cm}^3)$