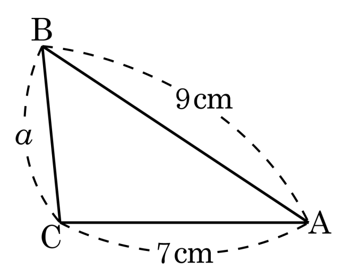
1. 그림과 같이 $\overline{AB} = 9\text{cm}, \overline{AC} = 7\text{cm}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C$ 가 둔각이 되게 하는 a 의 값의 범위로 알맞은 것을 고르면?



① $2 < a < 2\sqrt{2}$　② $2 < a < 3\sqrt{2}$　③ $2 < a < 4\sqrt{2}$
④ $2 < a < 5\sqrt{2}$　⑤ $2 < a < 6\sqrt{2}$

해설

$a^2 + 49 < 81$
$a^2 < 32,\ a < 4\sqrt{2}$
a 는 두 변의 차보다 커야 되므로 $a > 2$ 이다.
따라서 $2 < a < 4\sqrt{2}$ 이다.

2. 가로와 세로의 길이의 비가 $5 : 2$ 이고 대각선의 길이가 $2\sqrt{29}$ 인 직사각형의 둘레의 길이는?

① 28　② 20　③ 18　④ $10\sqrt{2}$　⑤ $14\sqrt{2}$

해설

가로의 길이를 $5x$, 세로의 길이를 $2x$ 라고 하면,
직사각형의 대각선의 길이
$2\sqrt{29} = \sqrt{(5x)^2 + (2x)^2} = \sqrt{29}x$ 가 되어 $x = 2$ 이다.
따라서 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 10, 4 이므로
직사각형의 둘레의 길이는 $2 \times 10 + 2 \times 4 = 28$ 이다.

3. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + k + 1$ 의 최댓값이 15 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$y = -x^2 + 6x + k + 1$
$= -(x-3)^2 + 9 + k + 1$
$= -(x-3)^2 + k + 10$

$x = 3$ 일 때, 최댓값 $k + 10$ 을 가지므로
$k + 10 = 15$
$\therefore\ k = 5$

4. 차가 16 인 두 수가 있다. 두 수의 곱의 최솟값을 구하면?

① 4 ② 32 ③ 43 ④ −26 ⑤ −64

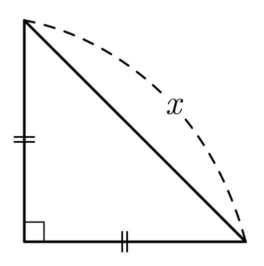
해설

차가 16 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(x+16)$ 이다.

$y = x(x+16) = x^2 + 16x = (x^2 + 16x + 64) - 64$

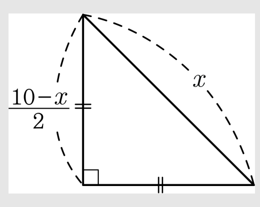
$y = (x+8)^2 - 64$

5. 다음 그림과 같은 이등변삼각형의 둘레의 길이가 10 이라고 할 때, x 의 값을 구하면?



① $-9+\sqrt{110}$　② $-10+10\sqrt{2}$　③ $-10+\sqrt{111}$
④ $-11+10\sqrt{2}$　⑤ $-10+\sqrt{111}$

해설



$x^2=\left(\frac{10-x}{2}\right)^2+\left(\frac{10-x}{2}\right)^2$

$x^2=\frac{(10-x)^2}{4}+\frac{(10-x)^2}{4}$

$4x^2=2(10-x)^2$

$2x^2=100-20x+x^2$

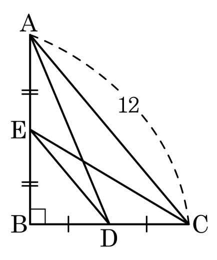
$x^2+20x-100=0$

$x=-10\pm\sqrt{200}$

$x=-10\pm10\sqrt{2}$

$\therefore$ (빗변의 길이) $=-10+10\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

6. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 이고, D, E 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\overline{AC} = 12$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

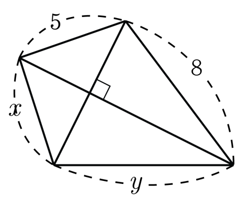
$\overline{BE} = x, \overline{BD} = y$ 라고 하면

$\triangle ABC$ 에서 $12^2 = (2x)^2 + (2y)^2, x^2 + y^2 = 36$

$\overline{AD}^2 = (2x)^2 + y^2, \overline{CE}^2 = x^2 + (2y)^2$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{AD^2} + \overline{CE}^2 &= 5x^2 + 5y^2 \\ &= 5(x^2 + y^2) \\ &= 5 \times 36 \\ &= 180\end{aligned}$$

7. 다음 사각형의 두 대각선이 서로 직교할 때, x^2-y^2의 값을 구하여라.



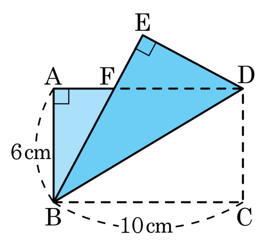
▶ 답:

▷ 정답: -39

해설

대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같으므로 $x^2+64=y^2+25$
따라서 $x^2-y^2=-39$이다.

8. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접어서 점 C 가 옮겨진 점을 E , BE 와 변 AD 의 교점을 F 라고 할 때, 옳지 않은 것은 ?



① $\overline{BE} = 10\text{cm}$

② $\overline{AD} = 2\overline{BF}$

③ $\overline{DE} = 6\text{cm}$

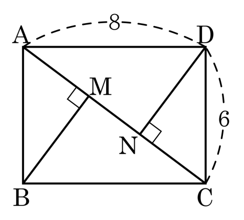
④ $\triangle BAF \equiv \triangle DEF$

⑤ $\angle EBD = \angle ADB$

해설

④ $\triangle BAF \equiv \triangle DEF$ 이므로 $\overline{BF} = \overline{DF}$
따라서 ⑤ $\angle EBD = \angle ADB$
접은 선분의 길이는 같으므로
① $\overline{BE} \equiv \overline{BC} = 10\text{cm}$, ③ $\overline{DE} = 6\text{cm}$

9. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?



① $\dfrac{14\sqrt{5}}{2}$　② $\dfrac{14\sqrt{5}}{5}$　③ $\dfrac{21}{5}$
④ $\dfrac{14}{5}$　⑤ $\dfrac{7}{5}$

해설

$\overline{AC} = 10,\ \overline{BM} = \overline{DN}$

$\triangle ABC = 8 \times 6 \times \frac{1}{2} = 10 \times \overline{BM} \times \frac{1}{2}$

$\overline{BM} = \frac{24}{5}$

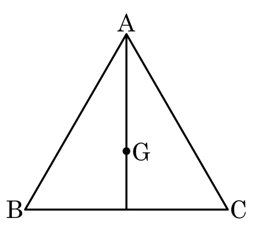
$\triangle ABM$ 에서

$$\overline{AM} = \sqrt{6^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2}$$
$$= \sqrt{36 - \frac{576}{25}}$$
$$= \sqrt{\frac{900-576}{25}} = \sqrt{\frac{324}{25}}$$
$$= \frac{18}{5}$$

$\overline{AM} = \overline{CN}$

$\therefore\ \overline{MN} = \overline{AC} - \overline{AM} - \overline{CN}$
$$= 10 - \left(\frac{18}{5}\right) \times 2$$
$$= 10 - \frac{36}{5}$$
$$= \frac{14}{5}$$

10. 다음 그림에서 점 G는 정삼각형 ABC 의 무게중심이다. 정삼각형 ABC의 넓이는 $27\sqrt{3}$ cm^2 일 때, $\overline{\mathrm{AG}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 6 cm

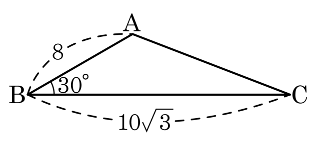
해설

정삼각형의 한 변의 길이를 a라고 하면 $27\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ $\therefore a = 6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

정삼각형의 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3} = 9(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{\mathrm{AG}} = \frac{2}{3} \times 9 = 6(\mathrm{cm})$

11. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 10\sqrt{3}$, $\angle B = 30°$ 일 때, $\overline{AC}$의 길이는?



① $4\sqrt{3}$　② 8　③ $6\sqrt{3}$　④ $2\sqrt{31}$　⑤ $4\sqrt{31}$

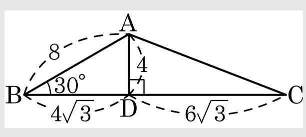
해설

점 A 에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D 라 하면　$1 : 2 = \overline{AD} : 8$, $\overline{AD} = 4$

$\sqrt{3} : 1 = \overline{BD} : 4$, $\overline{BD} = 4\sqrt{3}$

$\overline{CD} = 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AC} = \sqrt{4^2 + (6\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{31}$



12. 다음 중 두 점 사이의 거리가 가장 짧은 것은?

① $(0,0),(4,5)$ ② $(1,1),(3,4)$ ③ $(3,2),(1,1)$
④ $(1,2),(2,7)$ ⑤ $(2,1),(3,2)$

해설

① $\sqrt{41}$
② $\sqrt{13}$
③ $\sqrt{5}$
④ $\sqrt{26}$
⑤ $\sqrt{2}$

13. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

㉠ 꼭짓점이 x 축 위에 있다.
㉡ 축의 방정식은 $x = 4$ 이다.
㉢ 점 $(6,\ -2)$ 를 지난다.

① $y = -2(x-4)^2$　　② $y = 2(x-4)^2$

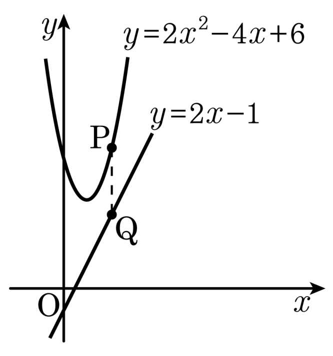
③ $y = \frac{1}{2}(x-4)^2$　　④ $y = -\frac{1}{2}(x-4)^2$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x+4)^2$

해설

꼭짓점이 x 축 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 0 이다. 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 0)$ 이다. $y = a(x-4)^2$ 의 형태에서 점 $(6,\ -2)$ 를 지나므로 $y = -\frac{1}{2}(x-4)^2$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 $y = 2x^2 - 4x + 6$ 과 $y = 2x - 1$ 이 y 축에 평행인 직선과 만나는 점을 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이 때, 점 P 의 좌표를 $(t,\ 2t^2 - 4t + 6)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t,\ 2t - 1)$ 이다.

$$\overline{PQ} = 2t^2 - 4t + 6 - (2t - 1) = 2t^2 - 6t + 7 = 2\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$$

$\therefore t = \frac{3}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$

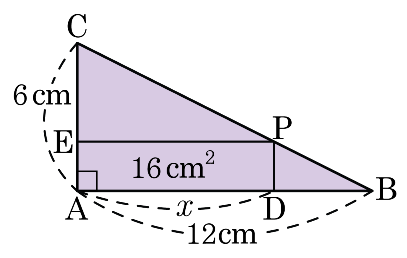
15. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1 ② -2 ③ 3 ④ -4 ⑤ 5

해설

$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x+k)^2 + k^2 + 4k$
$M = k^2 + 4k$ 이므로
$M = (k+2)^2 - 4$ 이다.
따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 위에 점 P 를 잡아 직사각형 EADP 를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가 16cm^2 이었다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면? (단, $\overline{AD} > 6\text{cm}$)



① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \backsim \triangle CAB$ (AA닮음) 이므로

$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$

즉, $\overline{CE} : x = 6 : 12$

$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x$

따라서 $\overline{EA} = 6 - \frac{1}{2}x$ 이므로 $x\left(6 - \frac{1}{2}x\right) = 16$

$-\frac{1}{2}x^2 + 6x = 16$

$x^2 - 12x + 32 = (x-4)(x-8) = 0$

$\therefore\ x = 4$ 또는 $x = 8$

그런데 $6 < x < 12$ 이므로 $x = 8(\text{cm})$

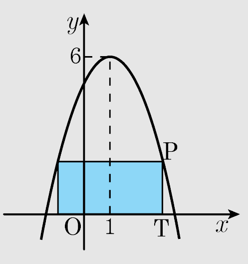
17. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형에 내접하고, 한 변이 x 축 위에 오는 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



포물선 위의 임의의 점 P 의 좌표는
$(t,\ -t^2 + 2t + 5)$ 이다.
직사각형의 가로의 길이는 $2(t-1)$,
직사각형의 세로의 길이는 $-t^2 + 2t + 5$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{둘레의 길이} &= 2[2(t-1) - t^2 + 2t + 5] \\ &= 2(-t^2 + 4t + 3) \\ &= -2t^2 + 8t + 6 \\ &= -2(t-2)^2 + 14 \end{aligned}$$

$t = 2$ 일 때, 최댓값은 14 이다.

18. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

① 5 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후

④ 10 초 후 ⑤ 알 수 없다.

해설

$y = 50t - 5t^2$

$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.

19. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.

③ B의 표준편차가 A의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.2 = \sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A이다.

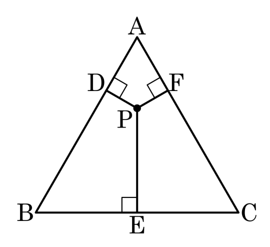
20. 빗변의 길이가 m^2+n^2 이고, 다른 한 변의 길이가 m^2-n^2 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m>0$, $n>0$)

① $m+n$ ② $2m+n$ ③ $m+2n$
④ $2(m+n)$ ⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면
$(m^2+n^2)^2=(m^2-n^2)^2+X^2$
$m^4+2m^2n^2+n^4=m^4-2m^2n^2+n^4+X^2$
$X^2=4m^2n^2=(2mn)^2$
$X>0$, $m>0$, $n>0$ 이므로 $X=2mn$ 이다.

21. 한 변의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC 의 내부의 한 점 P 에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{\mathrm{PD}}+\overline{\mathrm{PE}}+\overline{\mathrm{PF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

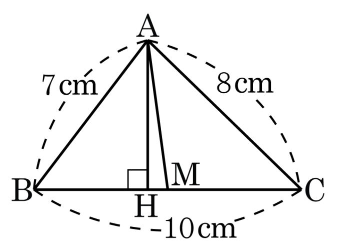
$\triangle\mathrm{ABC}=\triangle\mathrm{ABP}+\triangle\mathrm{BCP}+\triangle\mathrm{APC}$

$\frac{\sqrt{3}}{4}\times\sqrt{3}^2=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\overline{\mathrm{PD}}+\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\overline{\mathrm{PE}}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\overline{\mathrm{PF}}=$

$\frac{1}{2}\times\sqrt{3}(\overline{\mathrm{PD}}+\overline{\mathrm{PE}}+\overline{\mathrm{PF}})$

$\therefore\ \overline{\mathrm{PD}}+\overline{\mathrm{PE}}+\overline{\mathrm{PF}}=\frac{3}{2}$

22. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이고 $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때 $\triangle AHM$ 의 넓이는?



① $\dfrac{6\sqrt{55}}{32}\text{cm}$　② $\dfrac{7\sqrt{55}}{30}\text{cm}$　③ $\dfrac{7\sqrt{55}}{32}\text{cm}$
④ $\dfrac{8\sqrt{55}}{30}\text{cm}$　⑤ $\dfrac{9\sqrt{55}}{32}\text{cm}^2$

해설

$\overline{BH} = x\text{cm}$, $\overline{HC} = (10 - x)\text{cm}$

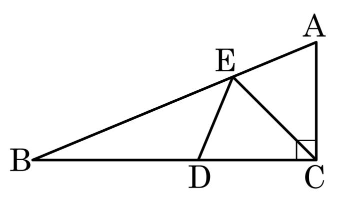
$7^2 - x^2 = 8^2 - (10 - x)^2$, $x = \dfrac{17}{4}$, $\overline{AH} = \sqrt{7^2 - \left(\dfrac{17}{4}\right)^2} =$

$\dfrac{3\sqrt{55}}{4}(\text{cm})$

$\overline{HM} = \overline{BM} - \overline{HB} = 5 - \dfrac{17}{4} = \dfrac{3}{4}(\text{cm})$

$\triangle AHM = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{3\sqrt{55}}{4} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{9\sqrt{55}}{32}(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림과 같이 $\angle ACB = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{AC} = \overline{CD} = 5\text{cm}$, $\angle ACE = \angle ECD$ 일 때, $\dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2.4

해설

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144 = 12^2$

$\therefore \overline{BC} = 12\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BD} = 12 - 5 = 7\,(\text{cm})$

또한 $\triangle ACE \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

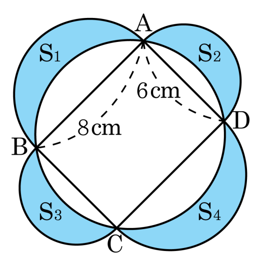
$\therefore \overline{DE} = \overline{AE}$

각의 이등분선의 성질에 의해

$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{BE}$

$\dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}} = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{AE}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{12}{5} = 2.4$

24. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 각 변을 지름으로 하는 반원과 ABCD 의 대각선을 지름으로 원을 그린 것이다. $S_1+S_2+S_3+S_4$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm^2

▷ 정답 : 48 cm^2

해설

직사각형 ABCD 에 대각선 $\overline{BD}$ 를 그으면 히포크라테스의 원이 2개가 나온다.
S_1+S_2 는 △ABD 의 넓이와 같고, S_3+S_4 는 △BCD 의 넓이와 같다.
그러므로 $S_1+S_2+S_3+S_4$ 의 넓이는 직사각형 ABCD 의 넓이와 같다.
$8\times 6 = 48(cm^2)$