

1. 다음은 학생 10 명의 음악 실기 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 10 명의 음악 실기 성적의 분산을 구하여라.

계급	계급값	도수	(계급값) \times (도수)
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	60	3	180
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	70	3	210
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	80	2	160
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	90	2	180
계	계	10	730

▶ 답 :

▷ 정답 : 121

해설

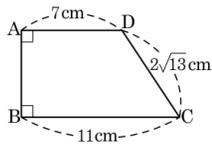
학생들의 음악 성적의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{730}{10} = 73(\text{점})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{8} \{ (60-73)^2 \times 3 + (70-73)^2 \times 3 + (80-73)^2 \times 2 + (90-73)^2 \times 2 \} \\
 &= \frac{1}{10} (507 + 27 + 98 + 578) = 121
 \end{aligned}$$

2. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD의 넓이는?



- ① 50 cm^2 ② 51 cm^2 ③ 52 cm^2
 ④ 53 cm^2 ⑤ 54 cm^2

해설

높이를 h 라고 하자.

점 C에서 \overline{BD} 에 내린 수선의 발을 E라고 하면 $\overline{ED} = 4(\text{cm})$
 따라서 피타고라스 정리를 적용하면 $h = \sqrt{52 - 16} = 6(\text{cm})$

$\square ABCD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (7 + 11) \times 6 = 54(\text{cm}^2)$

3. 다음 중 직각삼각형을 모두 골라라.

- | | |
|------------------------------|----------------------|
| ㉠ 5 cm, 6 cm, 9 cm | ㉡ 9 cm, 12 cm, 15 cm |
| ㉢ 4 cm, $4\sqrt{3}$ cm, 6 cm | ㉣ 5 cm, 12 cm, 13 cm |
| ㉤ 10 cm, 16 cm, 20 cm | |

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

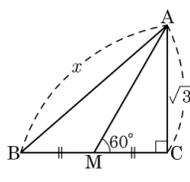
▷ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ $9^2 > 5^2 + 6^2$
- ㉡ $15^2 = 9^2 + 12^2$
- ㉢ $(4\sqrt{3})^2 < 4^2 + 6^2$
- ㉣ $13^2 = 5^2 + 12^2$
- ㉤ $20^2 > 10^2 + 16^2$

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다. 이 때, x 는?

- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{7}$
 ④ $\sqrt{11}$ ⑤ $\sqrt{13}$



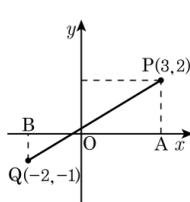
해설

1 : $\sqrt{3} = \overline{CM} : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{CM} = 1$ 이다.
 따라서 $\overline{BM} = 2$ 이고

$\overline{AB} = x = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}$ 이다.

5. 다음 그림을 보고 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 점 P와 Q는 원점 대칭이다.
- ② \overline{OP} 의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.
- ③ \overline{AB} 의 길이는 5이다.
- ④ \overline{OQ} 의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.
- ⑤ \overline{PQ} 의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.



해설

- ① 점 P와 Q는 원점 대칭이 아니다.
- ② \overline{OP} 의 길이는 $\sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ 이다.
- ③ \overline{AB} 의 길이는 $3 + 2 = 5$ 이다.
- ⑤ \overline{PQ} 의 길이는 $\sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$ 이다.

6. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 중앙값은 반드시 한 개 존재 한다.
- ㉡ 최빈값은 없을 수도 있다.
- ㉢ 자료의 개수가 짝수이면 중앙값은 없다.
- ㉣ 최빈값과 중앙값은 반드시 다르다.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

해설

㉢ 자료의 개수가 짝수이면 중앙값은 없다. → 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.
㉣ 최빈값과 중앙값은 반드시 다르다. → 최빈값과 중앙값은 같을 수도 있다.

8. 다음 표는 A, B, C, D, E 5명의 학생의 영어 성적의 편차를 나타낸 것이다. 이 때, 5명의 영어 성적의 표준편차를 구하여라.

학생	A	B	C	D	E
편차(점)	-5	0	10	x	5

▶ 답:

▷ 정답: $5\sqrt{2}$

해설

편차의 합은 0이므로

$$-5 + 0 + 10 + x + 5 = 0$$

$$\therefore x = -10$$

$$\frac{(-5)^2 + 10^2 + (-10)^2 + (-5)^2}{5}$$

$$= \frac{25 + 100 + 100 + 25}{5} = \frac{250}{5} = 50$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ 이다.

9. 네 개의 수 5, 8, a , b 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a , b 의 평균이 4이므로

$$\frac{5+8+a+b}{4} = 4, a+b+13 = 16$$

$$\therefore a+b = 3 \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 7이므로

$$\frac{(5-4)^2 + (8-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2}{4} = 7$$

$$\frac{1+16+a^2-8a+16+b^2-8b+16}{4} = 7$$

$$\frac{a^2+b^2-8(a+b)+49}{4} = 7$$

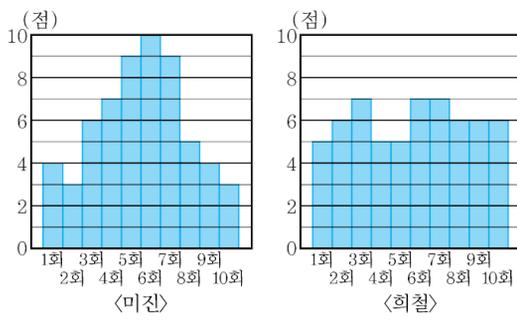
$$a^2+b^2-8(a+b)+49 = 28$$

$$\therefore a^2+b^2-8(a+b) = -21 \cdots \textcircled{B}$$

\textcircled{B} 의 식에 \textcircled{A} 을 대입하면

$$\therefore a^2+b^2 = 8(a+b) - 21 = 8 \times 3 - 21 = 3$$

10. 다음은 미진이와 희철이가 10 회에 걸친 수학 시험에서 얻은 점수를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 어느 학생의 성적이 더 고르다고 할 수 있는가?



▶ 답:

▷ 정답: 희철

해설

희철의 성적이 평균을 중심으로 변량의 분포가 더 고르다.

11. 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 10, 분산이 5일 때, 변량 $4x_1+1, 4x_2+1, 4x_3+1, \dots, 4x_n+1$ 의 평균, 분산을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 41

▷ 정답 : 분산 : 80

해설

$$(\text{평균}) = 4 \cdot 10 + 1 = 41$$

$$(\text{분산}) = 4^2 \cdot 5 = 80$$

12. 다음 세 개의 변수 a, b, c 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $2a, 2b, 2c$ 의 표준편차는 a, b, c 의 표준편차의 2배이다.
- ㉡ $a+2, b+2, c+2$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 2만큼 크다.
- ㉢ $2a+1, 2b+1, 2c+1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 4배이다.
- ㉣ $3a, 3b, 3c$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 3배만큼 크다.

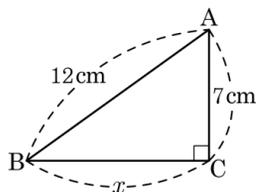
▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a+1, 2b+1, 2c+1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 2배이다.

13. 다음 그림에서 \overline{BC} 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?



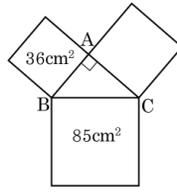
- ① 90 cm^2 ② 95 cm^2 ③ 100 cm^2
④ 105 cm^2 ⑤ 110 cm^2

해설

피타고라스 정리에 따라
 $x^2 + 7^2 = 12^2$
 $x^2 = 144 - 49 = 95$
 $x > 0$ 이므로 $x = \sqrt{95}$ 이다.
 \overline{BC} 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
 x^2 이므로 $(\sqrt{95})^2 = 95 \text{ cm}^2$ 이다.

14. 다음은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 세 개의 정사각형을 그린 것이다. \overline{AC} 의 길이는?

- ① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm
 ④ 9 cm ⑤ 10 cm



해설

\overline{AB} 를 포함하는 정사각형의 넓이가 36 cm^2
 \overline{BC} 를 포함하는 정사각형의 넓이가 85 cm^2 이다.
 \overline{AC} 를 포함하는 정사각형의 넓이는
 $85 - 36 = 49 \text{ (cm}^2\text{)}$ 이므로 $AC = 7 \text{ cm}$ 이다.

15. 세 변의 길이가 12 cm, $(12 - x)$ cm, $(12 + x)$ cm 인 삼각형이 둔각삼각형이기 위한 자연수 x 의 개수는?

- ㉠ 2개 ㉡ 4개 ㉢ 5개 ㉣ 7개 ㉤ 8개

해설

가장 긴 변이 $(12 + x)$ 이므로 삼각형이 될 조건에 의하여 (두 변의 합 > 나머지 한 변)

$$(12 + x) < 12 + (12 - x) \rightarrow x < 6 \cdots \textcircled{1}$$

둔각삼각형이므로

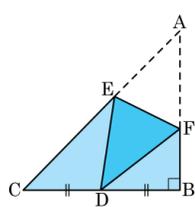
$$(12 + x)^2 > 12^2 + (12 - x)^2 \rightarrow x > 3 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 3 < x < 6$$

따라서 이 범위에 속하는 자연수는 4, 5

\therefore 2개

16. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형의 종이를 \overline{EF} 를 접는 선으로 하여 점 A가 \overline{BC} 의 중점 D에 겹치게 접은 것이다. 다음 중 틀린 것을 모두 고르면?

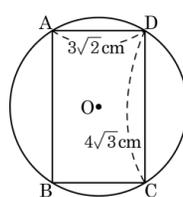


- ① $\angle AFE = \angle DFE$ ② $\overline{AF} = \overline{FD}$
 ③ $\overline{BF} = \overline{DC}$ ④ $\overline{AE} = \overline{ED}$
 ⑤ $\angle BFD = \angle DEC$

해설

- ③ $\overline{BF} \neq \overline{DC} = \overline{DB}$ 이다.
 ⑤ $\angle BFD \neq \angle DEC$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 직사각형 ABCD의 가로 길이가 $3\sqrt{2}\text{cm}$, 세로 길이가 $4\sqrt{3}\text{cm}$ 일 때, 원 O의 넓이를 구하면?



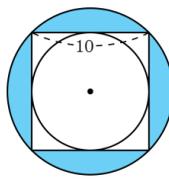
- ① $6\sqrt{6}\pi\text{cm}^2$ ② $12\sqrt{6}\pi\text{cm}^2$ ③ $33\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$
 ④ $\frac{33}{2}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $66\pi\text{cm}^2$

해설

피타고라스 정리에 따라
 $\overline{AC}^2 = (3\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{3})^2$
 $\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = \sqrt{66}\text{cm}$
 이 원의 지름이 $\sqrt{66}\text{cm}$ 이므로
 반지름은 $\frac{\sqrt{66}}{2}\text{cm}$ 이고 이 원의 넓이는
 $\frac{\sqrt{66}}{2} \times \frac{\sqrt{66}}{2} \times \pi = \frac{33}{2}\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 10 인 정사각형에 내접하는 원과 외접하는 원을 그렸다. 이때 색칠한 부분의 넓이가 $a + b\pi$ 라면 $b - a$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

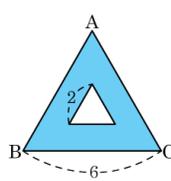
- ① 50 ② 100 ③ 150
 ④ 200 ⑤ 250



해설

한 변의 길이가 10 인 정사각형의 대각선의 길이는 $10\sqrt{2}$ 이다. 외접원은 정사각형의 대각선을 지름으로 하는 원이므로 이 원의 반지름은 $5\sqrt{2}$ 이고, 색칠한 부분의 넓이는 외접원의 넓이에서 정사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로
 $(5\sqrt{2})^2\pi - 10^2 = 50\pi - 100$ 이므로
 $a = -100, b = 50$
 따라서 $b - a = 50 - (-100) = 150$ 이다.

19. 다음 그림과 같은 정삼각형 ABC 안에서 한 변의 길이가 2인 정삼각형을 올려냈을 때, 어두운 부분과 넓이가 같은 정삼각형의 한 변의 길이는?



- ① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$
 ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

한 변이 a 인 정삼각형의 넓이는 $S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

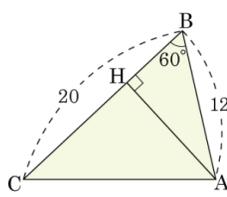
구하는 길이를 x 라 하면,

$$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2$$

$$x^2 = 32$$

$x > 0$ 이므로 $x = 4\sqrt{2}$ 이다.

20. 다음 그림에서 \overline{AH} 와 \overline{BC} 는 서로 직교한다고 할 때, \overline{CH} 의 길이는?



- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$\overline{AB} : \overline{BH} = 2 : 1$ 이므로

$2 : 1 = 12 : \overline{BH}$

$\therefore \overline{BH} = 6$ (cm)

따라서 $\overline{CH} = 20 - \overline{BH} = 20 - 6 = 14$ 이다.

21. 세 점 A(0, 2), B(-3, 1), C(2, -3)을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형 ② 예각삼각형
③ 둔각삼각형 ④ 이등변삼각형
⑤ 직각이등변삼각형

해설

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{(0+3)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{10} \\ \overline{BC} &= \sqrt{(-3-2)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{41} \\ \overline{CA} &= \sqrt{(0-2)^2 + (2+3)^2} = \sqrt{29} \end{aligned}$$

\overline{BC} 가 가장 긴 변이다.
 $\overline{BC}^2 > \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이므로 둔각삼각형이다.

22. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 가 있다. 꼭짓점을 P, y 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, 선분 PQ 의 길이를 구하면?

- ㉠ $\sqrt{2}$ ㉡ $2\sqrt{2}$ ㉢ $3\sqrt{2}$ ㉣ $4\sqrt{2}$ ㉤ $5\sqrt{2}$

해설

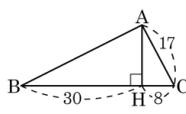
$$y = x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$$

꼭짓점 P(-1, 2)

Q 는 y 절편이므로 (0, 3)

$$PQ = \sqrt{(-1-0)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{2}$$

23. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 \overline{AB} 의 길이를 구하여라.



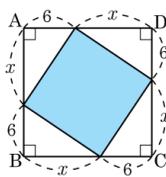
▶ 답:

▷ 정답: $15\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15 \\ \overline{AB} &= \sqrt{15^2 + 30^2} = \sqrt{225 + 900} = \sqrt{1125} = 15\sqrt{5}\end{aligned}$$

24. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이다. 어두운 부분의 넓이가 100 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

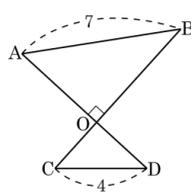
색칠된 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{6^2 + x^2}$ 이므로

$$x^2 + 6^2 = 100, x^2 = 64$$

$$\therefore x = 8 (\because x > 0)$$

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이고, $\overline{AB} = 7, \overline{CD} = 4$ 일 때, $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2$ 의 값을 구하여라.



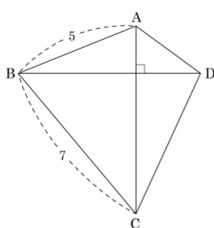
▶ 답:

▷ 정답: 65

해설

$$\begin{aligned}
 & \overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 \\
 &= (\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2) + (\overline{OC}^2 + \overline{OD}^2) \\
 &= \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \\
 &= 7^2 + 4^2 \\
 &= 65
 \end{aligned}$$

26. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 에서 두 대각선이 서로 직교하고, $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 7$ 일 때, $\overline{CD}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

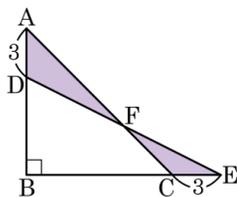
$\square ABCD$ 의 두 대각선이 서로 직교하므로

$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$$

$$5^2 + \overline{CD}^2 = 7^2 + \overline{AD}^2$$

$$\therefore \overline{CD}^2 - \overline{AD}^2 = 24$$

28. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CE} = 3$ 일 때, $\triangle ADF$ 의 넓이와 $\triangle ECF$ 의 넓이의 차를 구하여라.



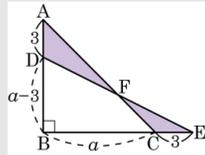
▶ 답:

▷ 정답: 4.5

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = a$ 라 하면

$\triangle ADF = \triangle ABC - \square DBCF$, $\triangle ECF = \triangle DBE - \square DBCF$

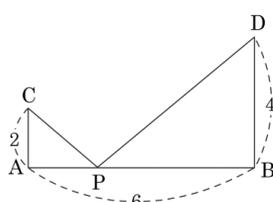


$\therefore \triangle ADF - \triangle ECF = \triangle ABC - \triangle DBE$

$$= \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}(a+3)(a-3)$$

$$= \frac{9}{2} = 4.5$$

29. 다음 그림과 같이 점 P는 \overline{AB} 위를 움직이고 $\overline{CA} \perp \overline{AB}$, $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ 일 때, $\overline{CP} + \overline{PD}$ 의 최솟값을 $a\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, b 는 최소의 자연수)



▶ 답:

▷ 정답: $a+b=8$

해설

점 C를 \overline{AB} 에 대해서 대칭 이동시킨 점을 C' 이라고 하면 $\overline{CP} + \overline{PD}$ 의 최솟값은 $\overline{C'D}$ 의 거리이다.
 $\overline{C'D} = 6\sqrt{2}$ 이므로 $a+b=8$ 이다.

