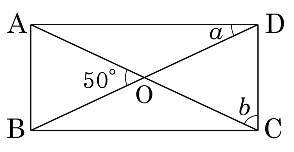
1. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\angle b - \angle a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

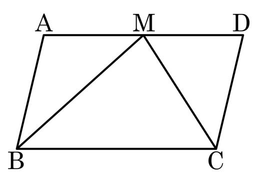
▷ 정답 : $40\,^{\circ}$

해설

$\triangle$AOD 는 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OD}}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle \mathrm{OAD} = \angle a$
즉, $\angle a + \angle a = 50\,^{\circ}$
$\therefore\ \angle a = 25\,^{\circ}$

$\overline{\mathrm{AB}} // \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle \mathrm{ACD} = \angle \mathrm{BAC} = \angle b$
즉 $\angle \mathrm{A} = \angle a + \angle b = 90\,^{\circ}$ 이므로
$25\,^{\circ} + \angle b = 90\,^{\circ}$
$\therefore \angle b = 65\,^{\circ}$
$\therefore \angle b - \angle a = 65\,^{\circ} - 25\,^{\circ} = 40\,^{\circ}$

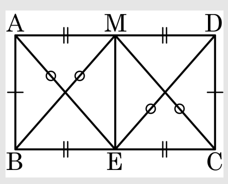
2. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 선분 $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이 되면 □ABCD 는 어떤 사각형인가?



① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형
④ 마름모 ⑤ 정사각형

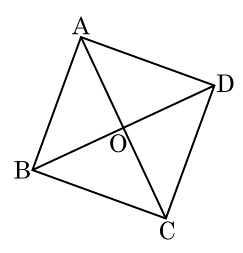
해설

그림과 같이 $\overline{ME}$ 을 그리면,



$\overline{BM} = \overline{AE}$ 이고, $\overline{CM} = \overline{DE}$ 이므로
□ABEM 과 □MECD 는 직사각형
∴ □ABCD 는 직사각형이다.

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?

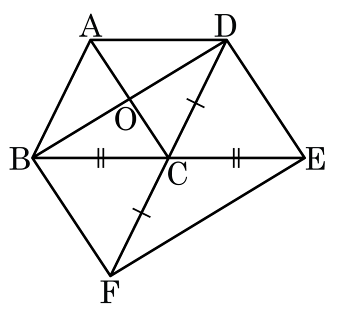


① 직사각형
② 평행사변형
③ 마름모
④ 정사각형
⑤ 사다리꼴

해설

한 내각의 크기가 $90°$ 인 평행사변형은 직사각형이고 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.
$\therefore$ □ABCD 는 네 변의 길이가 같고 네 내각의 크기도 같으므로 정사각형이다.

4. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, DC 의 연장선 위에 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □ABCD를 제외한 사각형이 평행사변형이 되는 조건은 보기에서 모두 몇 개인가?



보기

㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

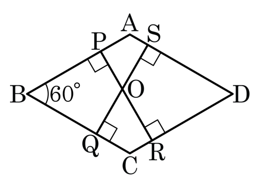
㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

평행사변형이 되는 조건은 □ABFC, □ACED가 평행사변형이되는 조건 ㉤과 □BFED가 평행사변형이 되는 조건 ㉣로 2 개이다.

5. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60°$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}$ 와 같은 것은?

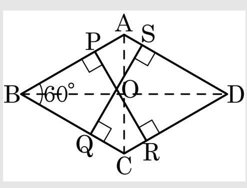


① $\overline{AC}$　　② $\overline{BD}$　　③ $\overline{OA}+\overline{OC}$

④ $\overline{OB}+\overline{OD}$　　⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



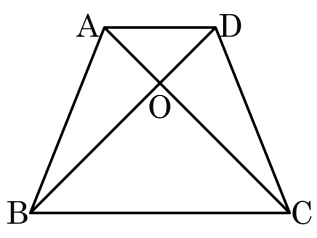
$\square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$
$= \frac{a}{2}\times\overline{OP}+\frac{a}{2}\times\overline{OQ}+\frac{a}{2}\times\overline{OR}+\frac{a}{2}\times\overline{OS}$
$= \frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS})$ $\cdots$ ㉠

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B = 60$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC}=a$ 이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD} = \frac{a}{2}\times\overline{BD}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ $\therefore$ $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}=\overline{BD}$

6. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\triangle AOD = 9\,\mathrm{cm}^2$이다. $\overline{AO} : \overline{OC} = 3 : 7$일 때, $\square ABCD$의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답: $100\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle DOC = \frac{7}{3} \times 9 = 21\,(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle OAB = \triangle ODC$이므로

$\triangle OBC = \frac{7}{3} \times 21 = 49\,(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \square ABCD = 9 + 21 \times 2 + 49 = 100\,(\mathrm{cm}^2)$

7. 다음 조건을 만족하는 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되는 것은 모두 몇 개인가?

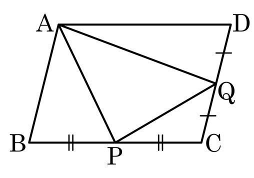
㉠ $\angle A = 80°$, $\angle B = 100°$, $\angle C = 80°$ 인 □ABCD
㉡ $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 인 □ABCD
㉢ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 □ABCD
㉣ $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\angle B = \angle D$ 인 □ABCD

① 없다 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

평행사변형이 되는 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

8. 평행사변형 ABCD 에서 두 점 P, Q 는 각각 변 BC, CD 의 중점이다. □ABCD 의 넓이가 $32\mathrm{cm}^2$ 일 때, △APQ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

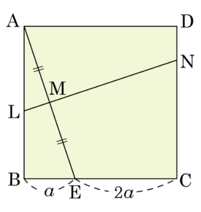
$\triangle\mathrm{ABP} = \dfrac{1}{4}\square\mathrm{ABCD} = \dfrac{1}{4}\times 32 = 8\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{AQD} = \dfrac{1}{4}\square\mathrm{ABCD} = \dfrac{1}{4}\times 32 = 8\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{PCQ} = \dfrac{1}{8}\square\mathrm{ABCD} = \dfrac{1}{8}\times 32 = 4\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{APQ} = 32 - (8+8+4) = 12\ (\mathrm{cm}^2)$

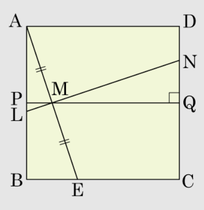
9. 한 변의 길이가 12cm 인 정사각형 ABCD 에서 $2\overline{BE} = \overline{EC}$, $\overline{AM} = \overline{ME}$ 가 성립하도록 점 E , M 을 잡았을 때, $\dfrac{\overline{LM}}{\overline{MN}}$ 을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{1}{5}$ cm

해설



점 M 을 지나면서 $\overline{AD}$ 에 평행하는 보조선을 긋고, $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 하자.

$\triangle PLM$, $\triangle QNM$, 에서

$\angle PML = \angle QMN$($\because$ 맞꼭지각)

$\angle MPL = \angle MQN$($\because 90°$)

$\angle MLP = \angle MNQ$($\because$ 엇각)

가 성립하므로 $\triangle PLM \backsim \triangle QNM$

$2\overline{BE} = \overline{EC}$, $\overline{AM} = \overline{ME}$ 에 의해

$\overline{BE} = 12 \times \frac{1}{3} = 4(\text{cm})$ 이므로

$\overline{PM} = 4 \times \frac{1}{2} = 2(\text{cm})$

따라서 $\dfrac{\overline{LM}}{\overline{MN}} = \dfrac{2}{12-2} = \dfrac{1}{5}$ 이다.