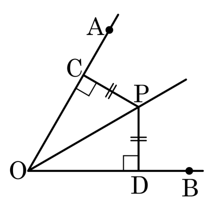
1. $\angle AOB$ 의 내부에 한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라고 할 때, $\overline{PC} = \overline{PD}$ 이면 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$ 임을 증명하기 위해서 이용한 합동조건은?

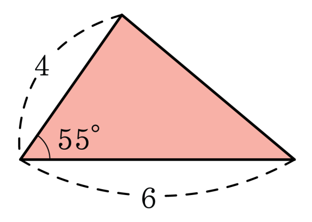


① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동
④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

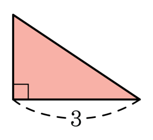
해설

$\angle PCO = \angle PDO = 90°$, $\overline{OP}$(공통), $\overline{CP} = \overline{PD}$ 이므로 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$ 는 RHS 합동이다.

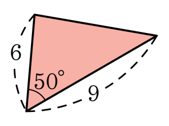
2. 다음 주어진 삼각형과 닮은 삼각형을 알맞게 짝지은 것은?



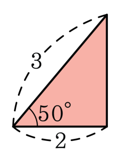
①



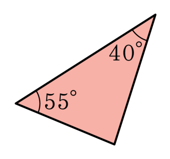
②



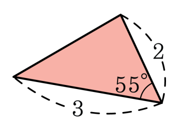
③



④



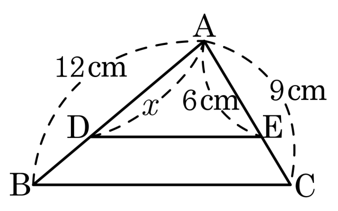
⑤



해설

⑤는 SAS 닮음이다.

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 9\text{cm}$, $\overline{AE} = 6\text{cm}$ 일 때, x 값은?



① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

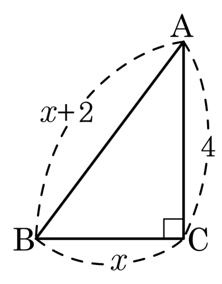
해설

$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$

$x : 12 = 6 : 9$

$9x = 72 \qquad \therefore\ x = 8$

4. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$(x+2)^2 = x^2 + 4^2$

$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 16$

$4x = 12 \therefore x = 3$

5. 세 변의 길이가 각각 n, $n+1$, $n+2$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$n+2$ 가 가장 긴 변이므로
$n^2+(n+1)^2=(n+2)^2$
$n^2+n^2+2n+1=n^2+4n+4$
$n^2-2n-3=0$, $(n+1)(n-3)=0$
$n>0$ 이므로 $n=3$

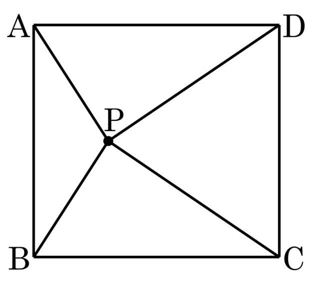
6. 세 변의 길이가 6, a, 10 인 삼각형이 예각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위는 ?(단, $a < 10$)

① $0 < a < 2$
② $2 < a < 4$
③ $4 < a < 6$
④ $6 < a < 8$
⑤ $8 < a < 10$

해설

i) 삼각형이 될 조건에서
$10 - 6 < a < 10 + 6$
그런데 $a < 10$ 이므로 $4 < a < 10$
ii) 예각삼각형일 조건
$10^2 < 6^2 + a^2$
$a > 8$
i), ii) 에 의하여 $8 < a < 10$

7. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{PA}} = 4$, $\overline{\mathrm{PC}} = 6$ 일 때, $\overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PD}}^2$ 의 값을 구하여라.

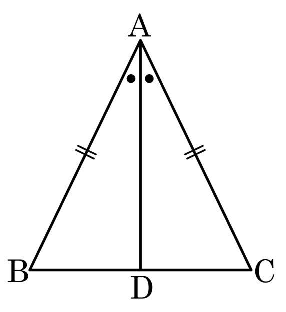


① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

해설

$\overline{\mathrm{PB}^2} + \overline{\mathrm{PD}^2} = 4^2 + 6^2 = 52$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle B=\angle C$　　② $\angle ADB=\angle ADC$

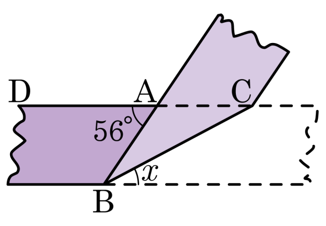
③ $\overline{AD}\perp\overline{BC}$　　④ $\overline{BD}=\overline{CD}$

⑤ $\overline{AD}=\overline{BC}$

해설

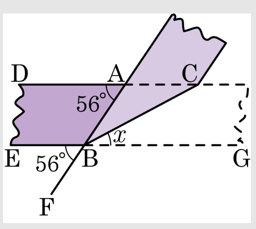
$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle C$
이등변삼각형의 성질 중에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{AD}\perp\overline{BC}$, $\angle ADB=\angle ADC=90°$

9. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle\mathrm{BAD} = 56°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



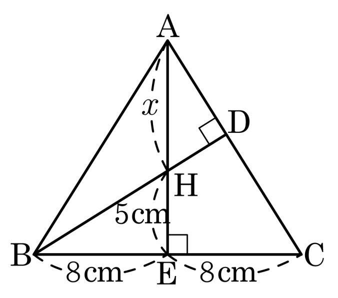
① 20° ② 22° ③ 24° ④ 26° ⑤ 28°

해설



$\angle\mathrm{DAB} = \angle\mathrm{EBF} = 56°$ (동위각)
$\angle\mathrm{EBF} = \angle\mathrm{ABG} = 56°$ (맞꼭지각)
(또는 $\angle\mathrm{DAB} = \angle\mathrm{ABG} = 56°$ (엇각))
$\angle\mathrm{ABC} = \angle\mathrm{CBG} = \frac{1}{2} \times 56° = 28°$ (종이 접은 각)
$\therefore \angle x = 28°$

10. $\triangle$ABC 에서 $\overline{BE} = \overline{CE} = 8$cm, $\overline{HE} = 5$cm 일 때, x 의 길이는?



① 4cm ② 7.4cm ③ 12.8cm

④ 6cm ⑤ 7.8cm

해설

$\triangle$HBE $\backsim$ $\triangle$CAE (AA 닮음)

$\overline{HE} : \overline{EB} = \overline{CE} : \overline{EA}$

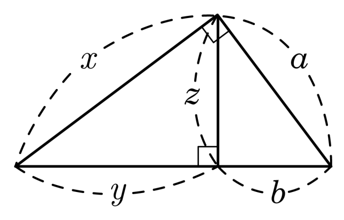
$5 : 8 = 8 : (x + 5)$

$5(x + 5) = 64$

$5x = 39$

$\therefore\ x = 7.8(\text{cm})$

11. 다음 중 옳은 것은?



① $x+a=y+b$ ② $y^2+z^2=a^2$ ③ $a^2-z^2=b^2$

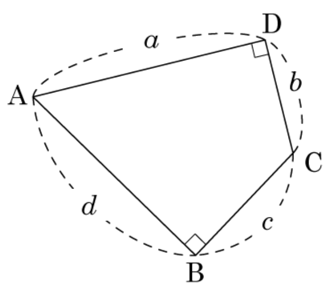
④ $x-a=y-b$ ⑤ $x\times z=a\times z$

해설

피타고라스 정리에 따라 $z^2+b^2=a^2$

따라서 $a^2-z^2=b^2$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 는 $90°$, $\overline{AD} = a$, $\overline{CD} = b$, $\overline{BC} = c$, $\overline{AB} = d$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은 ?



① $a + b = c + d$

② $a = d$, $b = c$

③ $a^2 + d^2 = b^2 + c^2$

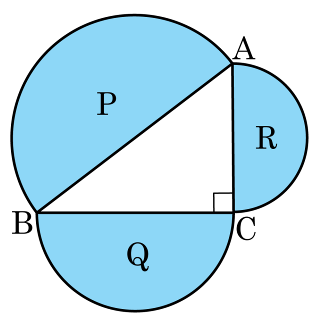
④ $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

⑤ $a - d = b - c$

해설

$\overline{AC}$ 가 공통변이고 각각 $\triangle ADC$, $\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$ 이 성립한다.

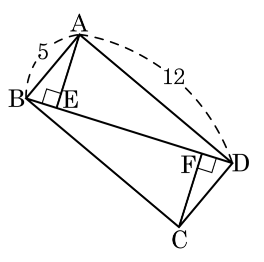
13. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $P = Q + R$　　② $P = QR$　　③ $Q^2 + R^2 = P^2$
④ $P = 2Q - R$　　⑤ $P = Q - R$

해설
작은 두 반원의 넓이의 합은 가장 큰 반원의 넓이와 같다.
① $P = Q + R$

14. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD 에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\dfrac{118}{13}$ ② $\dfrac{119}{13}$ ③ $\dfrac{120}{13}$ ④ $\dfrac{121}{13}$ ⑤ $\dfrac{122}{13}$

해설

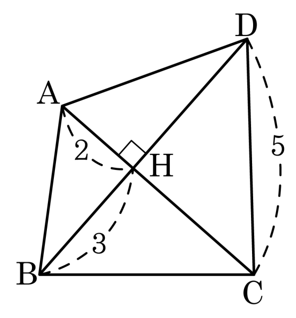
$\triangle$ABD 에서 $\overline{BD} = 13$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = \dfrac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = \dfrac{60}{13} + \dfrac{60}{13} = \dfrac{120}{13}$ 이다.

15. 다음 그림의 □ABCD 에서 대각선 AC 와 BD 는 서로 직교하고 있다. 대각선의 교점을 H 라 하고 $\overline{AH} = 2$, $\overline{BH} = 3$, $\overline{CD} = 5$ 일 때, $\overline{AD^2} + \overline{BC^2}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 38

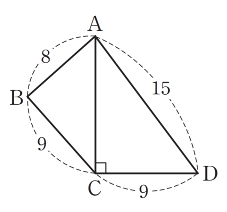
해설

$\overline{AB}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = (2^2 + 3^2) + 5^2 = 38$

$\therefore \overline{AD^2} + \overline{BC^2} = 38$

16.

오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=8$, $\overline{AD}=15$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CD}=9$이고 $\angle C=90^\circ$일 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가?



① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형
⑤ 직각삼각형

▶ 답 :

▷ 정답 : ③

해설

$\triangle ACD$에서

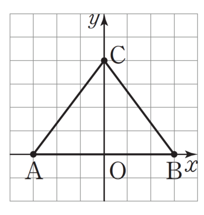
$\overline{AC}^2=15^2-9^2=144 \quad \therefore \overline{AC}=12$

$\triangle ABC$에서

$8^2+9^2>12^2$이므로 예각삼각형이다.

17.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC가 있다. A$(-3,\ 0)$, B$(3,\ 0)$, C$(0,\ 4)$일 때, $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\overline{AO}=\overline{BO}=3$, $\overline{CO}=4$이므로

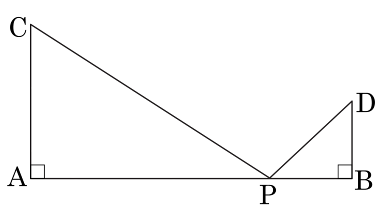
$\triangle AOC$에서

$\overline{AC}^2=3^2+4^2=25 \quad \therefore\ \overline{AC}=\overline{BC}=5$

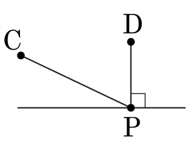
$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC}$

$=5+6+5=16$

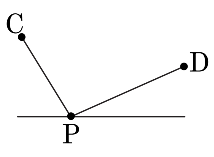
18. 다음 그림에서 $\overline{CA} \perp \overline{AB}$, $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP}+\overline{PD}$ 의 최단거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?



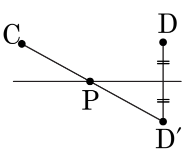
①



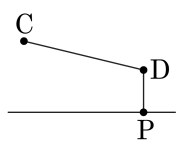
②



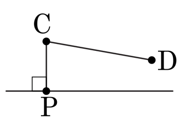
③



④



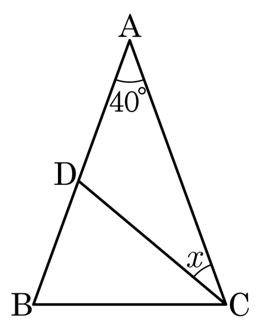
⑤



해설

AB 에 대한 점 D 의 대칭점 D′ 을 잡고 선분 CD′ 가 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P 로 잡는다.

19. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{CB}=\overline{CD}$, $\angle A=40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$에서

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}(180°-40°)=70°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD=180°-(2\times 70°)=40°$

따라서 $\angle x=70°-40°=30°$이다.

20. 세 변의 길이가 각각 $10\,\mathrm{cm}, 24\,\mathrm{cm}, 26\,\mathrm{cm}$ 인 직각삼각형의 외접원과 내접원의 넓이의 합을 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 185π $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

외접원의 반지름 : $\dfrac{26}{2} = 13(\mathrm{cm})$

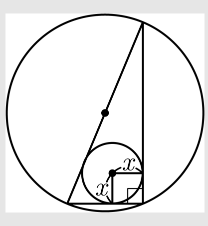
넓이 :$13 \times 13 \times \pi = 169\pi(\mathrm{cm}^2)$

내접원의 반지름의 길이를 x 라 하면

$10 - x + 24 - x = 26$

$34 - 2x = 26, \quad -2x = -8$

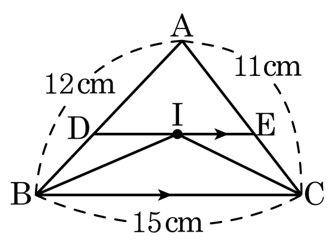
$\therefore x = 4$



넓이 : $4 \times 4 \times \pi = 16\pi(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore 169\pi + 16\pi = 185\pi(\mathrm{cm}^2)$

21. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\text{cm}$, $\overline{AC} = 11\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 23 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서

점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \cdots$ ㉠

$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

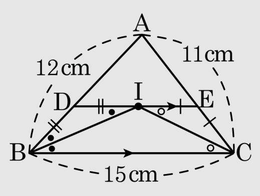
$\overline{DB} = \overline{DI}$

같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.

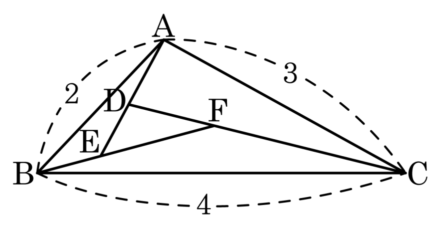
$\overline{EC} = \overline{EI}$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는

$\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE} = \overline{AB} + \overline{AC} = 12 + 11 = 23(\text{cm})$



22. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 4$, $\overline{CA} = 3$이고, $\angle BAE = \angle CBF = \angle ACD$ 일 때, $\overline{DE} : \overline{EF}$는?



① 2 : 3　② 3 : 2　③ 4 : 3　④ 3 : 4　⑤ 1 : 2

해설

$\angle DAC = x,\ \angle FCB = y,\ \angle EBA = z$ 라 하면,

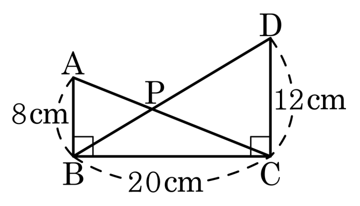
$\angle EDF = x + \angle ACD = x + \angle BAE = \angle A$

$\angle DFE = y + \angle CBF = y + \angle ACD = \angle C$

$\angle FED = z + \angle BAE = z + \angle CBF = \angle B$

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 이므로 $\overline{DE} : \overline{EF} = \overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 2$

23. 다음 그림에서 점 P 가 $\overline{AC}, \overline{BD}$ 의 교점일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 48 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

점 P 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

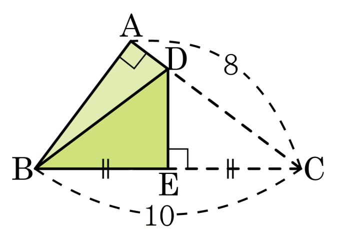
$\overline{AP} : \overline{CP} = 2 : 3,\ \overline{BH} : \overline{CH} = 2 : 3$

$\overline{PH} : \overline{AB} = \overline{CH} : \overline{CB}$

$\overline{PH} : 8 = 3 : 5,\ \overline{PH} = \frac{24}{5}(\text{cm})$

$\therefore \triangle PBC = \frac{1}{2} \times 20 \times \frac{24}{5} = 48(\text{cm}^2)$

24. 다음 그림에서 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 를 선분 DE 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 B 와 C 를 일치하게 접었을 때, $\overline{AD}$ 의 값은?



① $\frac{1}{5}$ ② 3 ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{7}{5}$

해설

$\angle C$ 는 공통, $\angle CED = \angle CAB$ 이므로

$\triangle CED \backsim \triangle CAB$ (AA 닮음)

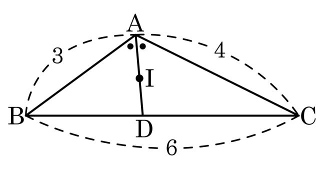
$\overline{CE} : \overline{CA} = \overline{CD} : \overline{CB}$

$5 : 8 = \overline{CD} : 10$

$8\overline{CD} = 50 \quad \therefore\ \overline{CD} = \frac{25}{4}$

$\therefore\ \overline{AD} = 8 - \frac{25}{4} = \frac{7}{4}$

25. 다음 그림에서 점 I는 내심이다. $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{BC} = 6$ 일 때, $\overline{AI} : \overline{ID}$ 를 구하면?



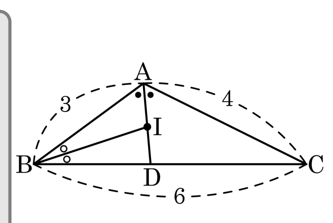
① 4 : 3 ② 5 : 3 ③ 6 : 5

④ 7 : 6 ⑤ 8 : 5

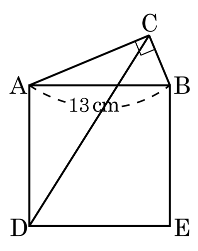
해설

$\overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 4$ 이므로 $\overline{BD} = 6 \times \frac{3}{7} = \frac{18}{7}$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로 $\overline{AI} : \overline{ID} = \overline{BA} : \overline{BD} = 3 : \frac{18}{7} = 7 : 6$



26. 다음 그림은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\,\text{cm}$, $\triangle ACD = 72\,\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?

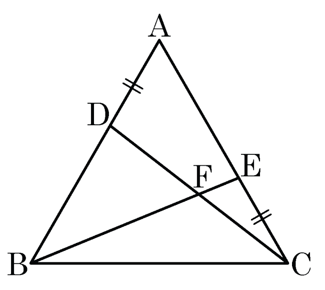


① $21\,\text{cm}^2$ ② $22\,\text{cm}^2$ ③ $25\,\text{cm}^2$
④ $30\,\text{cm}^2$ ⑤ $40\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 $144\,\text{cm}^2$ 이다.
또, $\square ADEB = 13^2 = 169\ (\text{cm}^2)$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
$169 - 144 = 25\ (\text{cm}^2)$ 이다.

27. 정삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}=\overline{CE}$ 이고, $\triangle FBC=45\text{cm}^2$ 이다. $\square ADFE$ 의 넓이는?

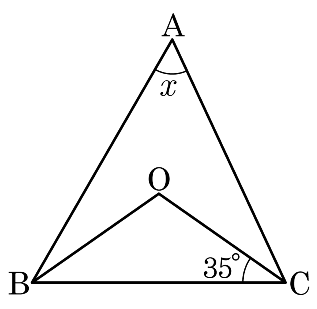


① 35cm^2 ② 40cm^2 ③ 45cm^2
④ 50cm^2 ⑤ 55cm^2

해설

$\triangle ADC$ 와 $\triangle CEB$ 에서
$\overline{AC}=\overline{CB}, \overline{AD}=\overline{CE}, \angle DAC=\angle ECB=60°$
$\therefore \triangle ADC \equiv \triangle CEB$(SAS합동)
$\triangle ADC=\triangle CEB$
$\square ADFE+\triangle FCE=\triangle FBC+\triangle FCE$
$\therefore \square ADFE=\triangle FBC=45\ (\text{cm}^2)$

28. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OCB = 35°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

$\angle OBC = \angle OCB = 35°$

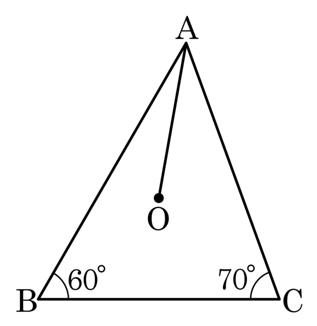
$\angle BAC + \angle ABO + \angle ACO = 2x$

$180° = 35° \times 2 + 2x$

$110° = 2x$

$\therefore x = 55°$

29. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle B = 60°$, $\angle C = 70°$일 때, $\angle OAC$의 크기는?

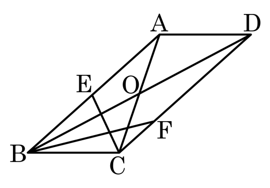


① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\angle A = 180° - (60° + 70°) = 50°$
점 O는 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OCA = \angle OAC$
$\angle OAC = \angle a$ 라 하면
$\angle OCA = \angle OAC = \angle a$
$\angle OCB = 70° - \angle a = \angle OBC$, $\angle OAB = 50° - \angle a = \angle OBA$
$\angle B = (70° - \angle a) + (50° - \angle a) = 60°$
$\therefore \angle a = \angle OAC = 30°$

30. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BO}$, $\overline{BF}$ 는 $\angle B$ 의 삼등분선이다. $\angle BEC = 73°$, $\angle BCE = 65°$ 일 때, $\angle BFC$ 의 크기를 구하여라.



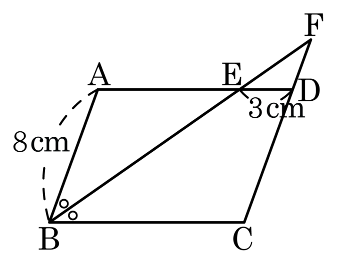
▶ 답: ______ °

▷ 정답: 28°

해설

$\angle EBC = 180° - (73° + 65°) = 42°$
$\angle BCF = 180° - 42° = 138°$
$\angle FBC = 42 \div 3 = 14°$
$\angle BFC = 180° - (\angle BCF + \angle FBC)$
$= 180° - (138° + 14°)$
$= 28°$

31. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle\mathrm{ABE} = 10\mathrm{cm}^2$ 이라 할때, □EBCD 의 넓이를 구하여라.



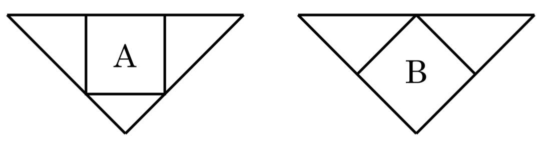
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 17.5 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle\mathrm{ABE}$ 에서 $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AB}} = 8\,(\mathrm{cm})$ 이므로
$\triangle\mathrm{ABE}$ 에서 높이를 h 라고 하면
$10 = \frac{1}{2} \times 8 \times h, h = 2.5\,(\mathrm{cm})$
$\therefore \square\mathrm{EBCD} = 11 \times 2.5 - 10$
$= 27.5 - 10$
$= 17.5\,(\mathrm{cm}^2)$

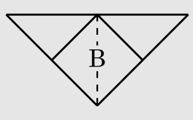
32. 서로 합동인 두 직각이등변삼각형에 대하여 다음 그림과 같이 두 정사각형 A, B 가 꼭 맞게 내접하여 있다. 직각이등변삼각형의 넓이가 90 일 때, 두 정사각형 A, B 의 넓이의 차를 구하여라.



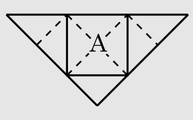
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



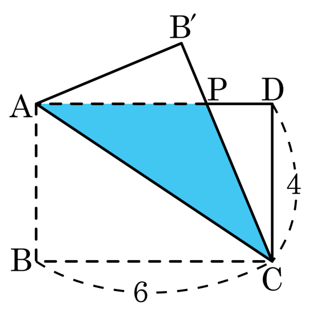
위의 그림에서 정사각형 B 의 넓이는 직각이등변삼각형의 $\frac{1}{2}$ 이므로 (B의 넓이) $= 45$



위의 그림에서 정사각형 A 의 넓이는 직각이등변삼각형의 $\frac{4}{9}$ 이므로 (A의 넓이) $= \frac{4}{9} \times 90 = 40$

따라서, 두 정사각형 A , B 의 넓이의 차는 $45 - 40 = 5$ 이다.

33. 다음 그림은 가로, 세로의 길이가 각각 6, 4 인 직사각형 모양의 종이를 대각선 AC 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. 변 B′C 가 변AD 와 만나는 점을 P 라고 할 때, △ACP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{26}{3}$

해설

$\overline{\mathrm{AP}}$ 의 길이를 x 라 하면
$\overline{\mathrm{PD}} = 6 - x$
△AB′P 와 △CDP 는 서로 합동이므로
$\overline{\mathrm{PD}} = \overline{\mathrm{PB'}} = 6 - x$
$x^2 = (6-x)^2 + 4^2$,$x = \frac{13}{3}$
(△ACP 의 넓이)
$= \frac{1}{2} \times \frac{13}{3} \times 4 = \frac{26}{3}$