

1. 다음 중 세 변의 길이가 각각 $n, n+2, n+3$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 n 의 값으로 옳은 것은?

① 1

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

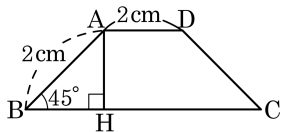
해설

삼각형의 세 변의 조건 : $n + (n + 2) > n + 3, n > 1$

둔각삼각형이 될 조건 : $(n + 3)^2 > (n + 2)^2 + n^2$

두 조건을 동시에 만족하는 값은 보기 중에서 3 이다.

2. 다음 그림의 사각형 ABCD는 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = 2\text{ cm}$, $\overline{AD} = 2\text{ cm}$, $\angle B = 45^\circ$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



- ① $\sqrt{2}\text{ cm}$ ② $2\sqrt{2}\text{ cm}$ ③ $(1 + 2\sqrt{2})\text{ cm}$
 ④ $(2 + 2\sqrt{2})\text{ cm}$ ⑤ $(4 + 4\sqrt{2})\text{ cm}$

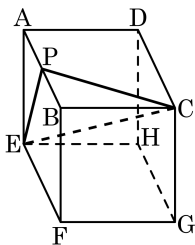
해설

$\triangle ABH$ 는 한 내각의 크기가 45° 인 직각삼각형이므로 $\overline{BH} : \overline{AH} : \overline{AB} = 1 : 1 : \sqrt{2}$

$$\overline{BH} : \overline{AH} : 2 = 1 : 1 : \sqrt{2} \text{ 에서 } \overline{AH} = \overline{BH} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 2(\text{cm})$$

3. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정육면체에서 점 P 가 $\overline{AB}$ 의 중점일 때, $\overline{PE} + \overline{PC}$ 의 값이 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, b 는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▶ 정답 : $a + b = 14$

해설

$$\overline{PE} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{10}$$

$$\overline{PC} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{10}$$

$$\overline{PE} + \overline{PC} = 4\sqrt{10} \text{ 이므로}$$

$$a + b = 14 \text{ 이다.}$$

4. $\tan A = \frac{4}{3}$ 일 때, $\sin A - \cos A$ 의 값을 구하여라. (단, $0^\circ < A < 90^\circ$)

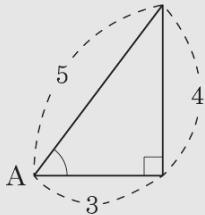
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{5}$

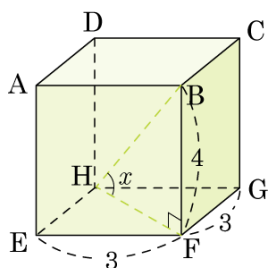
해설

$\tan A = \frac{4}{3}$ 이면

$$\therefore \sin A - \cos A = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

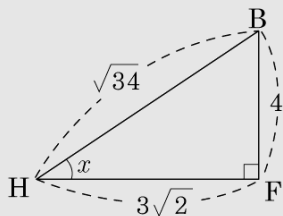


5. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선 $\overline{HB}$ 와 밑면의 대각선 $\overline{HF}$ 가 이루는 $\angle BHF$ 의 크기를 x 라 할 때, $\sin x + \cos x$ 의 값은?



- ① $\frac{6\sqrt{17}}{17}$ ② $\frac{5\sqrt{34}}{17}$ ③ $\frac{3\sqrt{34} + 2\sqrt{17}}{17}$
 ④ $\frac{2\sqrt{34} + 3\sqrt{17}}{17}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{34} - 3\sqrt{17}}{17}$

해설



$$\overline{HF} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2},$$

$$\overline{BH}^2 = (3\sqrt{2})^2 + 4^2 = \sqrt{34^2} \text{ 이므로}$$

$$\overline{BH} = \sqrt{34}$$

$$\therefore \sin x = \frac{4}{\sqrt{34}} = \frac{2\sqrt{34}}{17}$$

$$\therefore \cos x = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{34}} = \frac{3\sqrt{17}}{17}$$

$$\sin x + \cos x = \frac{2\sqrt{34}}{17} + \frac{3\sqrt{17}}{17} = \frac{2\sqrt{34} + 3\sqrt{17}}{17}$$

6. $45^\circ \leq x < 90^\circ$ 이고 세 변의 길이가 $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ 인 직각삼각형일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}^\circ$

▷ 정답 : 45°

해설

$45^\circ \leq x < 90^\circ$ 에서 $\tan x$ 의 값이 가장 크므로

$$\tan^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x = 1 \quad (\because \tan x > 0)$$

$$\therefore x = 45^\circ$$

7. 다음 표는 삼각비의 값을 소수 둘째 자리까지 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

각도	sin	cos	tan
32°	0.53	0.85	0.62
33°	0.54	0.84	0.65
34°	0.56	0.83	0.67
35°	0.57	0.82	0.70
36°	0.59	0.81	0.73
37°	0.60	0.80	0.75

① $\sin 32^\circ = 0.53$

② $\cos 34^\circ = 0.83$

③ $\tan 36^\circ = 0.73$

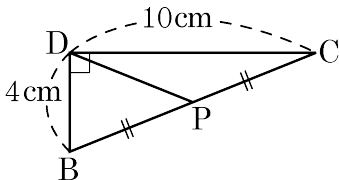
④ $2 \sin 35^\circ = 1.14$

⑤ $3 \cos 36^\circ = 2.44$

해설

$\cos 36^\circ = 0.81$ 이므로 $3 \cos 36^\circ = 2.43$ 이다.

8. 직각삼각형 BCD 에서 $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$ 이고, 점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분할 때, $\overline{PD}$ 의 길이는?



① $\sqrt{29}\text{ cm}$

② $\sqrt{30}\text{ cm}$

③ $\sqrt{31}\text{ cm}$

④ $4\sqrt{2}\text{ cm}$

⑤ $\sqrt{33}\text{ cm}$

해설

피타고라스 정리에 따라서

$$\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2 = 4^2 + 10^2 = 116$$

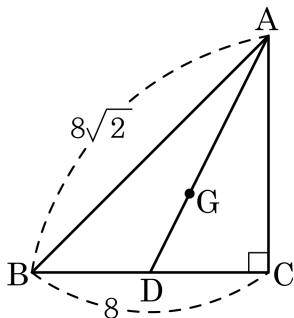
$$\overline{BC} = 2\sqrt{29}\text{ cm}$$

점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분하므로 $\overline{BP} = \overline{CP} = \sqrt{29}\text{ cm}$

그런데 직각삼각형의 빗변의 중점은 직각삼각형의 외심이므로

$\overline{DP} = \overline{BP} = \overline{CP}$ 이므로 $\overline{DP} = \sqrt{29}\text{ cm}$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 중선이고, 점 G 는 무게중심일 때,
 $\overline{DG}$ 의 길이를 구하여라.



① $\frac{\sqrt{5}}{3}$

② $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

③ $\sqrt{5}$

④ $\frac{4\sqrt{5}}{3}$

⑤ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$

해설

삼각형 ABC 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AC}^2 = (8\sqrt{2})^2 - 8^2 = 8^2$

$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 8$ 이다.

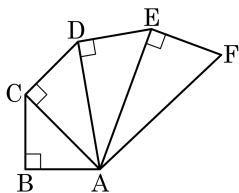
점 D 는 변 BC 를 이등분하므로 $\overline{CD} = 4$

따라서 삼각형 ACD 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AD}^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$ 이다.

$\overline{AD} > 0$ 이므로 $\overline{AD} = 4\sqrt{5}$

$\overline{DG}$ 는 $\overline{AD}$ 의 길이의 $\frac{1}{3}$ 이므로 $\overline{DG} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$ 이다.

10. 다음 그림에서 $\overline{BA} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF}$ 이고, $\triangle ADE$ 의 둘레가 $3 + 3\sqrt{3}$ 일 때, $\triangle AEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

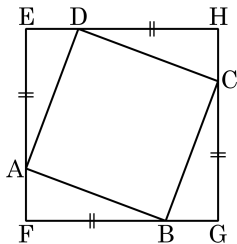
해설

$\overline{BA} = a$ 라고 하면 $\overline{AD} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$, $\overline{AE} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a$ 이다.

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레는 $a + a\sqrt{3} + 2a = 3a + a\sqrt{3} = 3 + 3\sqrt{3}$, $a = \sqrt{3}$ 이고

$\triangle AEF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$ 이다.

11. 다음 그림에서 사각형 ABCD와 EFGH는 모두 정사각형이고 $\square ABCD = 73 \text{ cm}^2$, $\square EFGH = 121 \text{ cm}^2$, $\overline{BF} > \overline{BG}$ 일 때, $\overline{BG}$ 의 길이는?



① 3 cm

② $\frac{7}{2}$ cm

③ 4 cm

④ 8 cm

⑤ $\frac{15}{2}$ cm

해설

$\square ABCD = 73 \text{ cm}^2$, $\square EFGH = 121 \text{ cm}^2$ 이므로 $\overline{AB} = \sqrt{73} \text{ cm}$, $\overline{FG} = 11 \text{ cm}$ 이다.

$\overline{BG} = x \text{ cm}$, $\overline{FB} = y \text{ cm}$ 라고 할 때,

$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.

$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$

인수분해를 이용하면 $(x - 3)(x - 8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{BF} > \overline{BG}$) 이다.

12. 길이가 6 cm, 8 cm 인 두 개의 막대가 있다. 여기에 막대 하나를 보태서 직각삼각형을 만들려고 한다. 필요한 막대의 길이로 가능한 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{10}$ cm

② 10 cm

③ 100 cm

④ $2\sqrt{7}$ cm

⑤ 28 cm

해설

가능한 막대의 길이를 x cm 라 하자.

② $x > 8$ 이면

$6 + 8 > x(\text{m})$ 이고 $6^2 + 8^2 = x^2$

$\therefore x = 10 (\text{cm})$

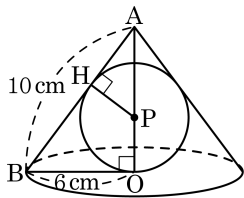
④ $x < 8$ 이면

$x + 6 > 8$ 이고 $x^2 + 6^2 = 8^2$

$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7} (\text{cm})$

따라서 가능한 막대의 길이는 10 cm 또는 $2\sqrt{7}$ cm 이다.

13. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 6cm, 모선의 길이가 10cm 인 원뿔에 내접하는 구가 있다. 이 구의 반지름의 길이는?



① 3cm

② 45cm

③ 15cm

④ $15\sqrt{3}$ cm

⑤ $\frac{45}{16}$ cm

해설

$$\overline{AO} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

내접한 구의 반지름의 길이를 x 라 두면

$$\overline{OP} = x = \overline{HP}, \overline{AP} = 8 - x \text{ 이다.}$$

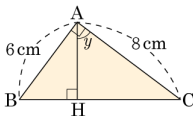
$\triangle AHP \sim \triangle AOB$ 이므로 ($\because \angle HAP$ 를 공유)

$$\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{HP} : \overline{BO}$$

$$8 - x : 10 = x : 6$$

$$x = 3(\text{cm})$$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\cos y$ 의 값은?



① $\frac{3}{5}$

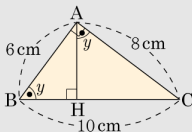
② 1

③ $\frac{6}{5}$

④ $\frac{7}{5}$

⑤ $\frac{8}{5}$

해설



$$\triangle ABH \sim \triangle CBA, \triangle AHC \sim \triangle BAC$$

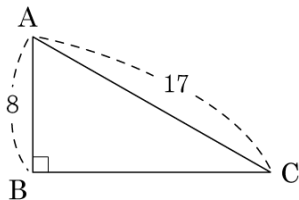
또한 $\overline{BC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\text{cm}$ 이므로 $\cos y = \frac{3}{5}$ 이다.

15. 다음과 같은 직각삼각형에서 $\tan C \sin C$ 의 값으로 바르게 구한 것은?

① $\frac{63}{255}$
④ $\frac{67}{255}$

② $\frac{64}{255}$
⑤ $\frac{68}{255}$

③ $\frac{66}{255}$



해설

$$\overline{BC} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$$

$$\tan C \sin C = \frac{8}{15} \times \frac{8}{17} = \frac{64}{255}$$

16. 함수 $y = \sin^2 x - 2 \sin x + 2$ 의 최댓값과 최솟값은? (단, $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$)

- ① 최댓값 2, 최솟값 1 ② 최댓값 3, 최솟값 1
③ 최댓값 2, 최솟값 -1 ④ 최댓값 4, 최솟값 1
⑤ 최댓값 1, 최솟값 -3

해설

$\sin x = A$ ($0 \leq A \leq 1$) 라 하면

$$y = A^2 - 2A + 2 = (A - 1)^2 + 1$$

$A = 0$ 일 때, 최댓값 2

$A = 1$ 일 때, 최솟값 1 ($0 \leq A \leq 1$)

17. $\tan(A - 15^\circ) = 1$ 이고, $x^2 - 2x \tan A - 3(\tan A)^2 = 0$ 의 두 근을 구하면? (단, $0^\circ < A < 90^\circ$)

① $3\sqrt{3}, 2\sqrt{3}$

② $-\sqrt{3}, 3\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{3}$

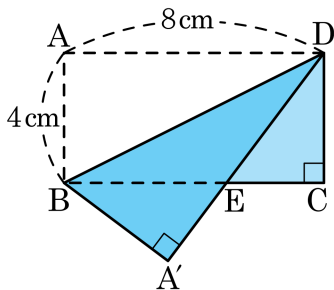
④ $2\sqrt{3}, \sqrt{3}$

⑤ $-\sqrt{3}, -3\sqrt{3}$

해설

$\tan 45^\circ = 1$ 이므로 $A - 15^\circ = 45^\circ$, $A = 60^\circ$ 이다. 따라서 $x^2 - 2 \tan 60^\circ x - 3(\tan 60^\circ)^2 = x^2 - 2\sqrt{3}x - 9 = 0$ 이다. 근을 구하면 $(x - 3\sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$, $x = 3\sqrt{3}, -\sqrt{3}$ 이다.

18. 가로와 세로의 길이가 각각 8cm, 4cm 인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 대각선 BD를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{EC}$ 의 길이를 구하라.



▶ 답: cm

▶ 정답 : 3 cm

해설

 $\triangle DCE$ 와 $\triangle BA'E$ 에서

$$\angle DCE = \angle BA'E = 90^\circ$$

$$\angle BEA' = \angle DEC(\text{맞꼭지각})$$

$$\overline{BA'} = \overline{DC} \circlearrowleft \text{이므로}$$

$$\triangle DCE \equiv \triangle BA'E$$

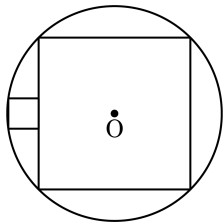
따라서 $\overline{EC} = x(\text{cm})$ 일 때,

$$\overline{A'E} = x \text{ cm}, \overline{BE} = 8 - x (\text{cm})$$

$$(8 - x)^2 = x^2 + 4^2$$

따라서 $x = 3\text{ cm}$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 두 정사각형의 한 변이 붙어있으면서 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$ 인 원 O 에 내접하고 있다. 두 정사각형의 한 변의 길이의 차를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

다음 그림과 같이 원의 중심 O 에서 $\overline{PS}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{OA} = 5\sqrt{2}$$

$$\overline{AC} = 2\overline{OA} = 10\sqrt{2}$$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 10 이다.

한편 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$$\overline{OH} = \frac{x}{2}, \overline{PH} = x + 5 \text{ 이므로}$$

$\triangle POH$ 에서

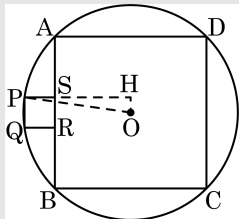
$$(x+5)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = (5\sqrt{2})^2$$

$$x^2 + 10x + 25 + \frac{x^2}{4} = 50$$

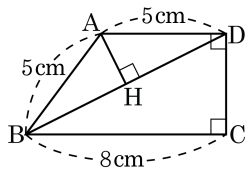
$$x^2 + 8x - 20 = 0$$

$$\therefore x = 2 \ (x > 0)$$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 2 이므로, 두 정사각형의 한 변의 길이 차는 $10 - 2 = 8$ 이다.



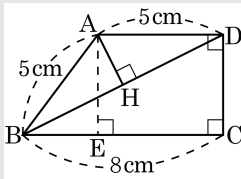
20. 다음 그림과 같은 $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle C = \angle D = 90^\circ$ 이다. 점 A 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{5}\text{cm}$

해설



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면 $\triangle ABE$ 가 직각삼각형이므로

$$\overline{AE}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BE}^2 = 5^2 - (8 - 5)^2 = 16$$

$$\therefore \overline{AE} = 4(\text{cm}) \quad (\because \overline{AE} > 0)$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{AE} = 4(\text{cm})$$

$\triangle BCD$ 에서

$$\overline{BD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 = 8^2 + 4^2 = 80$$

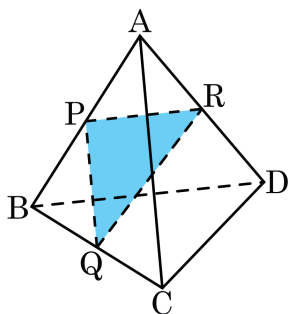
$$\therefore \overline{BD} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}(\text{cm}) \quad (\because \overline{BD} > 0)$$

$\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AH}^2 = 5^2 - (2\sqrt{5})^2 = 25 - 20 = 5(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AH} = \sqrt{5}(\text{cm}) \quad (\because \overline{AH} > 0)$$

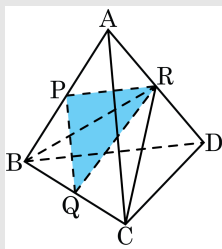
21. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 15 인 정사면체 A-BCD 에서 모서리 AB, BC, AD 의 중점을 각각 P, Q, R 이라 할 때, 삼각형 PQR 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{225}{8}$

해설



$$\overline{PR} = \overline{PQ} = \frac{15}{2}$$

$\triangle RBC$ 는 $\overline{BR} = \overline{RC}$ 인 이등변삼각형이므로 $\angle RQC = 90^\circ$ 이다.

따라서 $\overline{BR}$ 과 $\overline{RC}$ 은 각각 정삼각형 ABD 와 ACD 의 높이이므로

$$\text{로 } \overline{RC} = \overline{BR} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 15 = \frac{15}{2} \sqrt{3} \text{ 이고}$$

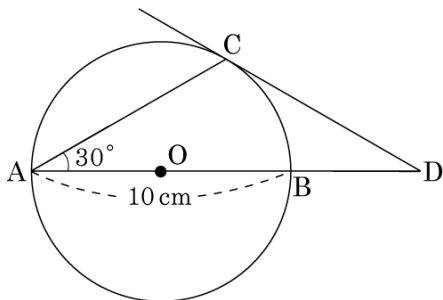
$$\overline{BQ} = \frac{15}{2} \text{ 이므로}$$

$$\overline{RQ} = \sqrt{\left(\frac{15}{2} \sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \frac{15}{2} \sqrt{2}$$

$\overline{PR}^2 + \overline{PQ}^2 = \overline{RQ}^2$ 이므로 $\triangle PRQ$ 는 직각이등변삼각형이다.

$$\therefore \triangle PQR = \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times \frac{15}{2} = \frac{225}{8}$$

22. 다음 그림과 같이 선분 AB 를 지름으로 하는 원 O 위의 한 점 C 에서의 접선과 지름 AB 의 연장선과의 교점을 D 라 한다. $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\angle BAC = 30^\circ$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



- ① 3cm ② 3.5cm ③ 4cm
④ 4.5cm ⑤ 5cm

해설

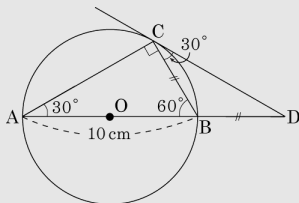
점 B 와 C 를 이으면 $\angle BCD = \angle BAC = 30^\circ$

$\angle ACB = 90^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 60^\circ$

$\triangle CBD$ 에서

$\angle BDC = \angle ABC - \angle BCD = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

$\therefore \overline{BD} = \overline{BC} = 10 \sin 30^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5(\text{ cm})$



23. 등식 $\cos(3x - 10^\circ) = \sin(x + 10^\circ)$ 를 만족시키는 x 의 값은?

① 10°

② 15°

③ 22.5°

④ 25°

⑤ 30°

해설

$$3x - 10^\circ + x + 10^\circ = 90^\circ$$

$$4x = 90^\circ$$

$$\therefore x = 22.5^\circ$$