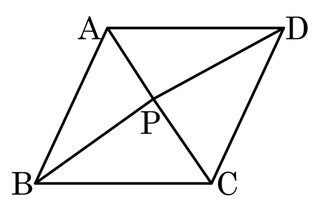
1. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 넓이는 80cm^2 이다. 대각선 BD 위의 한 점 P 에 대하여 $\triangle PAD = 15\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이는?



① 30cm^2 ② 20cm^2 ③ 15cm^2
④ 25cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

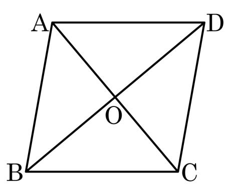
내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이다.
평행사변형 전체의 넓이가 80cm^2 이므로 $\triangle PAD + \triangle PBC = 40\text{cm}^2$ 이다.
따라서 $\triangle PAD = 15\text{cm}^2$ 이므로 $\triangle PBC = 40 - 15 = 25(\text{cm}^2)$ 이다.

2. 다음 중 평행사변형이 직사각형이 되는 조건은?

① 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
② 한 내각의 크기가 직각이다.
③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
④ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
⑤ 두 대각선이 수직으로 만난다.

해설
평행사변형의 이웃하는 두 각의 크기의 합이 180° 이므로 한 내각이 90° 임을 증명할 수 있다.

3. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle AOD = 90°$ 이고, $\overline{AB} = 3x - 2$, $\overline{AD} = -x + 6$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



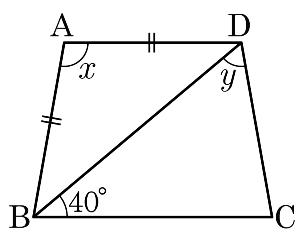
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

평행사변형 $\angle AOD = 90°$ 이므로
□ABCD 는 마름모이다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로
$3x - 2 = -x + 6,\ 4x = 8,\ x = 2$ 이다.

4. 다음 그림은 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD}$ 일 때, x, y 의 크기를 각각 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $\angle x = 100°$

▷ 정답 : $\angle y = 60°$

해설

$\angle x = 180° - 2 \times 40° = 100°$

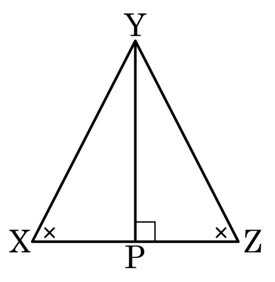
$\angle y = 100° - 40° = 60°$

5. 다음 중 도형의 성질에 대한 설명으로 바른 것을 모두 고르면?

① 직사각형의 두 대각선은 서로 직교한다.
② 대각선의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 등변사다리꼴이다.
③ 대각선이 서로 직교하는 것은 정사각형, 마름모이다.
④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 마름모이다.
⑤ 네 변의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 마름모이다.

해설
① 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형이다.

6. 다음은「두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\angle Y$ 의 이등분선과 $\overline{XZ}$ 와의 교점을 점 P 라고 하면
$\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 에서
㉠ $\angle XYP = \angle ZYP$
㉡ $\boxed{(가)}$
㉢ $\overline{YP}$ 는 공통
㉠,㉡,㉢에 의해서 $\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 는 $\boxed{(나)}$ 합동이므로
$\boxed{(다)}$
$\therefore \triangle XYZ$ 는 이등변삼각형이다.

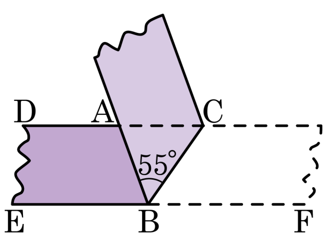
(가),(나),(다) 에 들어갈 말을 차례대로 쓴 것은 ?

① $\angle X = \angle Z$, ASA, $\overline{XY} = \overline{YZ}$
② $\angle X = \angle Y$, SSS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$
③ $\angle X = \angle Z$, SAS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$
④ $\angle Y = \angle Z$, ASA, $\overline{XP} = \overline{ZP}$
⑤ $\angle X = \angle Z$, SSS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$

해설

$\angle Y$ 의 이등분선과 $\overline{XZ}$ 와의 교점을 점 P 라고 하면 $\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 에서
㉠ $\angle XYP = \angle ZYP$
㉡ (가)$\angle X = \angle Z$
㉢ $\overline{YP}$ 는 공통
㉠,㉡,㉢에 의해서 $\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 는 (나)ASA 합동이므로
(다) $\overline{XY} = \overline{YZ}$
$\therefore \triangle XYZ$ 는 이등변삼각형이다.

7. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ABC = 55°$ 일 때, 다음 중 각의 크기가 $55°$인 것을 모두 고르면?



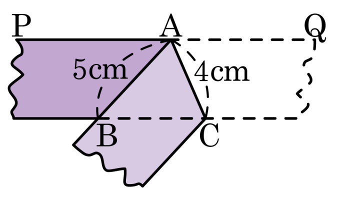
① $\angle ABE$ ② $\angle DAB$ ③ $\angle ACB$

④ $\angle CAB$ ⑤ $\angle CBF$

해설

① $\angle ABE = 180° - \angle ABC - \angle CBF = 180° - 55° - 55° = 70°$
② $\angle DAB = 180° - \angle CAB = 180° - 70° = 110°$
③ $\angle CBF = \angle ACB = 55°$ (엇각)
④ $\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle CAB = 180° - 55° - 55° = 70°$
⑤ 종이 테이프를 접으면 $\angle ABC = \angle CBF = 55°$

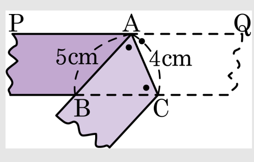
8. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었을 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 4cm ② 4.5cm ③ 5cm

④ 5.5cm ⑤ 6cm

해설



$\angle QAC = \angle CAB$ (종이 접은 각)

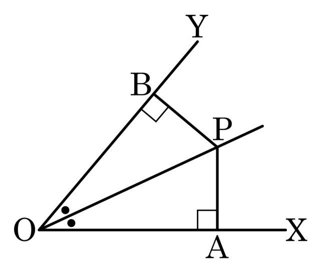
$\angle QAC = \angle ACB$ (엇각)

$\therefore \angle CAB = \angle ACB$

따라서 $\triangle ABC$는 밑각의 크기가 같고, $\overline{AB} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{AB} = 5cm$

9. 다음은 각의 이등분선 위의 한 점에서 각의 두변에 이르는 거리는 같음을 보이는 과정이다. 다음 빈칸에 들어갈 말로 <u>틀린</u> 것은?



보기

$\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점 P를 잡으면
$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에 있어서
$\angle PAO = (\ ㈎\ ) = 90° \cdots$ ㉠
가정에서$\angle POA = (\ ㈏\ ) \cdots$ ㉡
$\overline{OP}(\ ㈐\ ) \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (㈑ 합동)
$\therefore \overline{PA} = (\ ㈒\ )$

① (가)$\angle PBO$
② (나) $\angle POB$
③ (다) 빗변(공통변)
④ (라) RHS
⑤ (마) $\overline{PB}$

해설

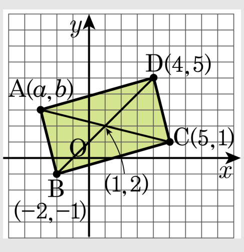
$\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점 P 를 잡으면
$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에 있어서
$\angle PAO = (\angle PBO\ ) = 90° \cdots$㉠
$\angle POA = (\angle POB) \cdots$ ㉡
$\overline{OP}$ = (빗변(공통변)) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{PA} = (\overline{PB})$

10. 좌표평면 위의 점 A, B$(-2,\ -1)$, C$(5,\ 1)$, D$(4,\ 5)$ 로 이루어지는 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 점 A 의 좌표는? (단, 점 A는 제 2 사분면 위에 있다.)

① $(-1,\ 3)$　② $(-1,\ 2)$　③ $(-3,\ 3)$
④ $(-3,\ 2)$　⑤ $(-3,\ 4)$

해설

점 A$(a,\ b)$ 라고 하면 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 중점과 $\overline{\mathrm{BD}}$ 의 중점의 좌표가 같아야 한다.



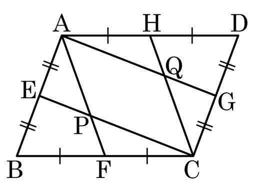
$$\left(\frac{a+5}{2},\ \frac{b+1}{2}\right) = \left(\frac{-2+4}{2},\ \frac{-1+5}{2}\right),$$

$$\left(\frac{a+5}{2},\ \frac{b+1}{2}\right) = (1,\ 2)$$

$\therefore\ a = -3,\ b = 3$

$\therefore\ A(-3, 3)$

11. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하고 $\overline{\mathrm{AF}}$ 와 $\overline{\mathrm{CE}}$ 의 교점을 P , $\overline{\mathrm{AG}}$ 와 $\overline{\mathrm{CH}}$ 의 교점을 Q 라 할 때, 다음 중 □APCQ 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{EB}}$, $\overline{\mathrm{AD}} // \overline{\mathrm{CB}}$　② $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CH}}$, $\overline{\mathrm{AH}} // \overline{\mathrm{FC}}$

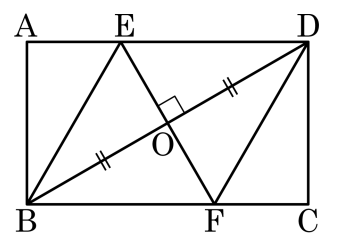
③ $\overline{\mathrm{AB}} // \overline{\mathrm{DC}}$, $\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{PC}}$　④ $\overline{\mathrm{AP}} // \overline{\mathrm{QC}}$, $\overline{\mathrm{AQ}} // \overline{\mathrm{PC}}$

⑤ $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{QC}}$, $\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{PC}}$

해설

$\overline{\mathrm{AE}} // \overline{\mathrm{CG}}$, $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CG}}$ 이므로
□AECG 는 평행사변형
$\therefore \overline{\mathrm{AG}} // \overline{\mathrm{EC}}$, 즉 $\overline{\mathrm{AQ}} // \overline{\mathrm{PC}} \cdots$ ①
$\overline{\mathrm{AH}} // \overline{\mathrm{FC}}$, $\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{FC}}$ 이므로
□AFCH 는 평행사변형
$\therefore \overline{\mathrm{AF}} // \overline{\mathrm{CH}}$, 즉 $\overline{\mathrm{AP}} // \overline{\mathrm{QC}} \cdots$ ②
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □APCQ 는 평행사변형이다.

12. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 대각선 BD의 수직이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와의 교점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD는 어떤 사각형인가?

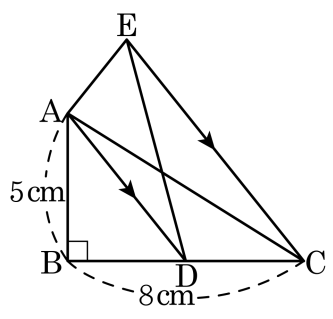


① 직사각형 ② 등변사다리꼴 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

마름모의 두 대각선은 서로 수직 이등분한다.
따라서 □EBFD는 마름모이다.

13. 다음 그림에서 $\overline{AD} // \overline{EC}$ 이고, $\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} =$ 8cm 일 때, $\triangle ADE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ cm^2

▷ 정답 : $10\,\underline{\text{cm}^2}$

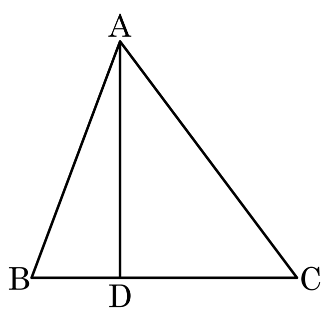
해설

$\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 4\text{cm}$ 가 되므로 $\overline{DC} = 4\text{cm}$ 이다.

$\overline{AD} // \overline{EC}$ 이므로 $\triangle ADE = \triangle ADC$ 이다.

$\therefore\ \triangle ADE = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림에서 $\overline{BD} : \overline{CD} = 1 : 2$, $\triangle ABC = 9$일 때, $\triangle ABD$의 넓이를 구하여라.



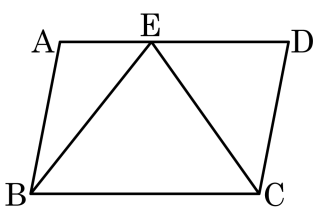
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\triangle ABD = 9 \times \frac{1}{1+2} = 3$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} : \overline{DE} = 2 : 3$ 이고 $\triangle ABE = 10\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이는?

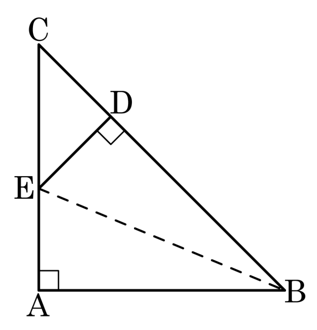


① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 15cm^2
④ 20cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

$\triangle ABE + \triangle DCE = \frac{1}{2}\square ABCD$
$\triangle ABE : \triangle DCE = 2 : 3$
$\triangle DCE = 15(\text{cm}^2)$
$\therefore\ \triangle EBC = \frac{1}{2}\square ABCD = 25(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{ED} = \overline{DC}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$

② $\angle DBE = \angle ABE$

③ $\overline{AE} = \overline{EC}$

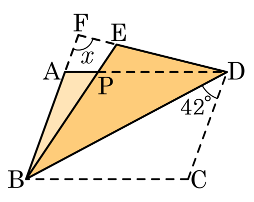
④ $\overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$

⑤ $\angle DEC = \angle DCE$

해설

① $\triangle ABE$와 $\triangle DBE$는
$\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{BE}$는 공통, $\angle BAE = \angle BDE = 90°$
$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS 합동)
② $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$이므로 $\angle DBE = \angle ABE$ 이다.
④ $\triangle CDE$는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{DC}$
또 $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS합동)이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$
$\therefore \overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$
⑤ $\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle C = 45°$
$\triangle CDE$에서 $\angle DEC = 180° - (90° + 45°) = 45°$
$\therefore$ $\angle DEC = \angle DCE$

17. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 를 대각선 BD 를 따라 접어 $\triangle DBC$ 가 $\triangle DBE$ 로 옮겨졌다. $\overline{DE}$, $\overline{BA}$ 의 연장선의 교점을 F 라 하고 $\angle BDC = 42^\circ$ 일 때, $\angle x = \square^\circ$ 이다. $\square$ 의 값은?

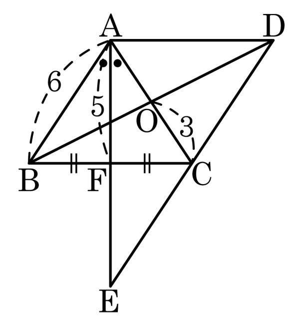


① 94　② 96　③ 98　④ 100　⑤ 102

해설

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로
$\angle CBD = \angle ABD = 42^\circ$ 이고,
$\triangle EDB$ 는 $\triangle CDB$ 를 접어올린 것이므로
$\angle CDB = \angle EDB = 42^\circ$ 이다.
$\triangle FBD$ 의 내각의 합이 180° 임을 이용하면
$\angle x + 42^\circ \times 2 = 180^\circ$
$\therefore \angle x = 96^\circ$

18. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 의 중점을 지나고, $\overline{AF} = 5$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{OC} = 3$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 둘레를 구하면?

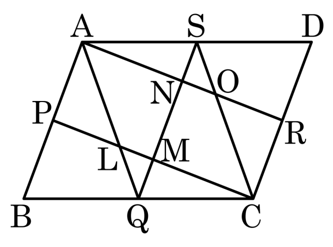


① 20　② 21　③ 22　④ 23　⑤ 24

해설

$\angle AFB = \angle CFE$, $\angle BAF = \angle FEC$ 이고, $\overline{BF} = \overline{FC}$ 이므로 $\triangle ABF \equiv \triangle ECF$ 이다.
따라서 $\triangle ACE$ 의 둘레는 $6 + 6 + 5 + 5 = 22$ 이다.

19. 평행사변형 ABCD 의 각 변에 중점 P, Q, R, S 를 잡아 다음 그림과 같이 연결하였다. 그림 속에 있는 도형 중 평행사변형의 개수를 모두 구하여라.



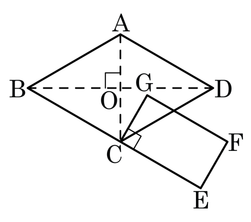
▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

▱ABCD, ▱ABQS, ▱SQCD, ▱APCR
▱APMN, ▱NMCR, ▱AQCS, ▱ALCO

20. 다음 그림의 $\square\mathrm{ABCD}$ 는 마름모이다. 변 BC 의 연장선 위에 $\overline{\mathrm{CE}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}}$ 인 점 E 를 잡고 $\overline{\mathrm{CG}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AC}}$ 인 직사각형을 그렸다. 직사각형 CEFG 의 넓이가 $10\mathrm{cm}^2$ 일 때, 마름모 ABCD 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 20 cm^2

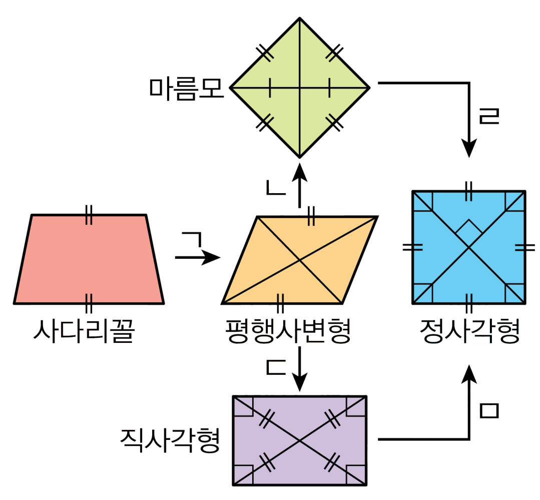
해설

$\square\mathrm{ABCD} = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AC}} \times \overline{\mathrm{BD}}$

$\square\mathrm{CEFG} = \overline{\mathrm{CG}} \times \overline{\mathrm{CE}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}} \times \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AC}} = \frac{1}{4} \times \overline{\mathrm{AC}} \times \overline{\mathrm{BD}} = \frac{1}{2} \times \square\mathrm{ABCD}$

$\therefore\ \square\mathrm{ABCD} = 2\square\mathrm{CEFG} = 20(\mathrm{cm}^2)$

21. 다음 그림은 사각형들 사이의 포함 관계를 나타낸 것이다. ㄱ~ㅁ 중 각 도형이 되기 위한 조건으로 옳지 않은 것은?



① ㄱ. 다른 한 쌍의 대변도 평행하다.

② ㄴ. 두 대각선이 직교한다.

③ ㄷ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

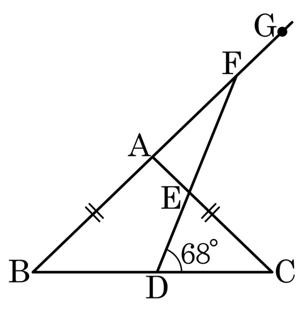
④ ㄹ. 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.

⑤ ㅁ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 $90°$ 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

22. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\overline{CD} = \overline{CE}$ 이다. $\angle EDC = 68°$ 일 때, $\angle EFG$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 156°

해설

$\angle C = 180° - 68° \times 2 = 44°$

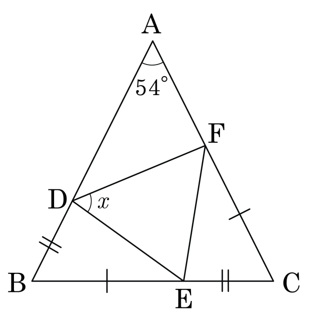
$\angle B = \angle C = 44°$

$\angle EFG = \angle B + \angle FDB$

$= 44° + 112°$

$= 156°$

23. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD} = \overline{EC}$, $\overline{BE} = \overline{FC}$ 이다. $\angle DAF$ 의 크기가 $54°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $58.5°$

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 54°) = 63°$

$\angle ABC = \angle ACB$, $\overline{BD} = \overline{EC}$, $\overline{BE} = \overline{FC}$ 이므로

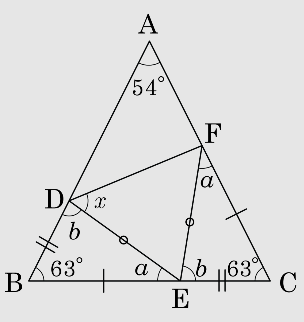
$\triangle BDE \equiv \triangle CEF$ (SAS 합동)

다음 그림의 $\triangle DBE$ 에서 $\angle a + \angle b + 63° = 180°$ 이므로

$\angle a + \angle b = 117°$

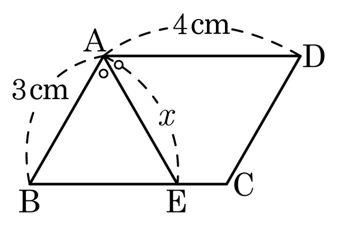
따라서 각 BEC 는 평각이므로

$\angle DEF = 180° - 117° = 63°$



$\therefore \ \angle x = \frac{1}{2}(180° - 63°) = 58.5°$

24. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 3cm$, $\overline{AD} = 4cm$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 E 라 할 때, x 의 길이는? (단, $\angle B = \frac{1}{2}\angle A$)



① 2.5cm　　② 2.7cm　　③ 3cm

④ 3.3cm　　⑤ 3.5cm

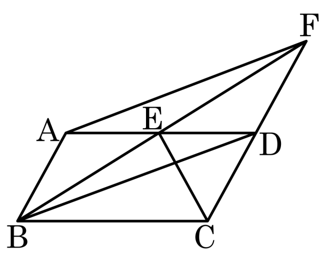
해설

$\angle B = \frac{1}{2}\angle A = 180 \times \frac{1}{3} = 60°$

$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이고 $\angle B = 60°$ 이므로 정삼각형이다.

$\therefore x = \overline{AE} = 3cm$

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 꼭지점 B를 지나는 직선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 E, $\overline{DC}$의 연장선과 만나는 점을 F라고 한다. $\triangle FEC = 60\,cm^2$, $\triangle EDF = 40\,cm^2$ 일 때, $\triangle FEA$의 넓이로 알맞은 것은?



① $10\,cm^2$ ② $20\,cm^2$ ③ $30\,cm^2$

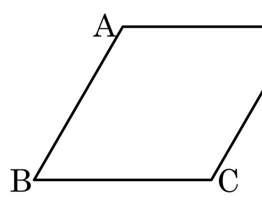
④ $40\,cm^2$ ⑤ $50\,cm^2$

해설

$\triangle ADF = \triangle BDF$ 이므로

$$\begin{aligned}\triangle FEA &= \triangle BED = \triangle ECD \\ &= \triangle FEC - \triangle EDF \\ &= 60 - 40 = 20\,(cm^2)\end{aligned}$$

26. 사각형 ABCD가 평행사변형이 될 수 있는 조건이 아닌 것은? (단, O는 두 대각선의 교점이다.)



① $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

② $\angle A = 120°$, $\angle B = 60°$, $\angle C = 120°$

③ $\angle A = \angle C$, $\overline{AB} // \overline{DC}$

④ $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

⑤ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

해설

$\overline{AB} // \overline{DC}$인 경우 $\overline{AB} = \overline{DC}$이어야 사각형 ABCD는 평행사변형이다.