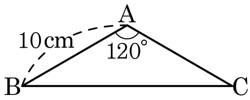
1. 다음 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 그림을 보고 옳은 것을 모두 고른 것은?



㉠ $\overline{AC} = 10\text{cm}$　　㉡ $\angle B = 60°$
㉢ $\angle C = 30°$

① ㉠　② ㉡　③ ㉢　④ ㉠, ㉢　⑤ ㉡, ㉢

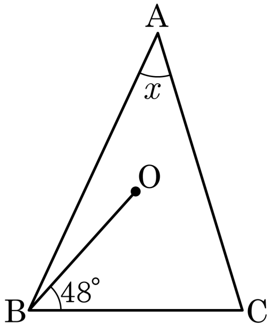
해설

㉠ $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = 10\text{cm}$

㉡, ㉢ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle B = \angle C = 30°$

2. 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이라고 할 때, $\angle OBC = 48°$이다. $\angle x$의 크기는?

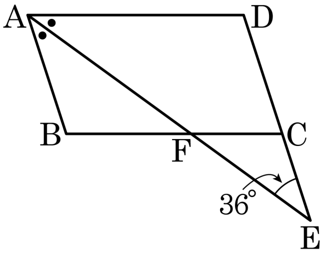


① 40°　② 42°　③ 44°　④ 46°　⑤ 48°

해설

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OBC = \angle OCB = 48°$
$\angle BOC = 84°$
$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 42°$

3. 평행사변형 ABCD에서 각 A의 이등분선이 $\overline{CD}$의 연장선과 만나는 점을 E라 하자. $\angle CEF = 36^\circ$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



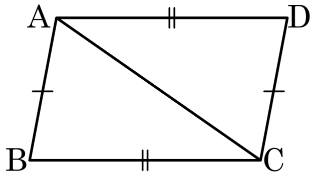
① 36° ② 72° ③ 108° ④ 120° ⑤ 144°

해설

$\angle CEF = \angle BAF = 36^\circ$

$\angle BCD = 2\angle BAF = 72^\circ$

4. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



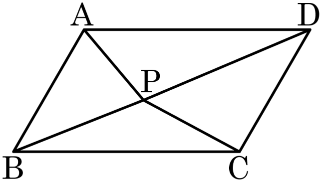
$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$인 □ABCD에서
점 A와 점 C를 이으면
$\triangle ABC$ 와 $\triangle CDA$ 에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) $\cdots$ ㉠
$\overline{BC} = \overline{AD}$ (가정) $\cdots$ ㉡
$\boxed{}$는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (SSS 합동)
$\angle BAC = \angle DCA$이므로
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$ $\cdots$ ㉣
$\angle ACB = \angle CAD$이므로
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ $\cdots$ ㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

① $\overline{DC}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{DA}$ ④ $\overline{AC}$ ⑤ $\overline{BA}$

해설

$\overline{AC}$는 공통

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에 대하여 $\triangle ABP = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 16\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 20\text{cm}^2$일 때, $\triangle APD$의 넓이는?



① 17cm^2 ② 22cm^2 ③ 25cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

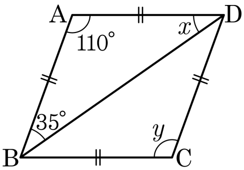
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle ABP + \triangle PCD = \triangle APD + \triangle PBC$이다.

$\triangle ABP = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 16\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 20\text{cm}^2$이므로

$18 + 20 = \triangle APD + 16$이다.

$\therefore\ \triangle PAD = 22\text{cm}^2$

6. □ABCD 에서 $\angle x + \angle y = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?



① 135 ② 140 ③ 145

④ 150 ⑤ 155

해설

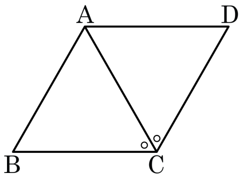
$\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 $x = 35^\circ$

$y = \angle BAD$

$\angle BAD = 180^\circ - (35^\circ + 35^\circ) = 110^\circ$

따라서 $y = 110^\circ$ 이고, $\angle x + \angle y = 35^\circ + 110^\circ = 145^\circ$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BCA = \angle DCA$ 이면 □ABCD 는 어떤 사각형인가?



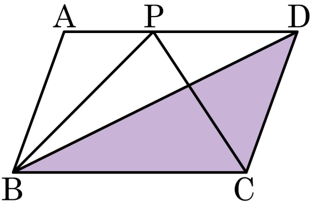
① 평행사변형 ② 사다리꼴 ③ 직사각형

④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle BCA = \angle DAC$ (엇각), $\angle DCA = \angle CAB$ (엇각) 이고, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$는 이등변삼각형이다. $\therefore \overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{CD} \rightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$ $\therefore$ □ABCD는 마름모가 된다.

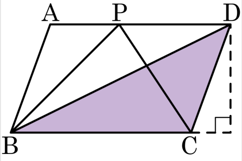
8. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$가 평행사변형이고 $\triangle PBC = 14\text{cm}^2$일 때, 어두운 부분의 넓이는?



① 13cm^2 ② 14cm^2 ③ 15cm^2

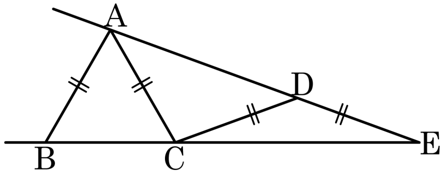
④ 16cm^2 ⑤ 17cm^2

해설



$\triangle PBC$와 $\triangle DBC$는 밑변의 길이 $\overline{BC}$와 높이가 같으므로 $\triangle DBC = \triangle PBC = 14(\text{cm}^2)$이다.

9. 다음 그림에서 $\angle E = \angle e$ 라 하고, $\angle BAC = 2\angle e + 20^\circ$ 일 때, <u>틀린</u> 것을 모두 고르면?(정답 2개)



① $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

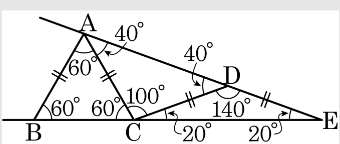
② $\angle e$ 의 크기는 30° 이다.

③ $\angle ACD = 100^\circ$ 이다.

④ $\overline{BC}$ 의 길이는 $\overline{DE}$ 와 같다.

⑤ $\triangle ABE$ 는 직각삼각형이다.

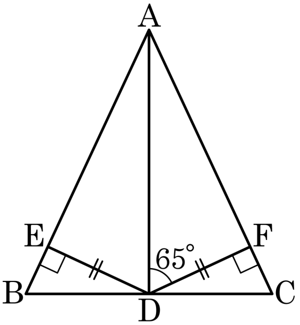
해설



② $\angle e$ 의 크기는 20° 이다.

⑤ $\triangle ABE$ 는 둔각삼각형이다.

10. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{DE} = \overline{DF}$이고 $\angle AED = \angle AFD = 90°$이다. $\angle ADF = 65°$일 때, $\angle BAC$의 크기는?



① $35°$ ② $40°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $55°$

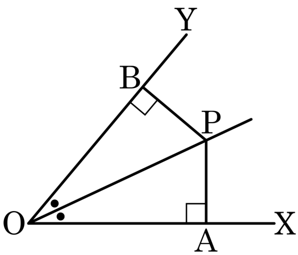
해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ADF$(RHS 합동)

$\angle DAF = 180° - (90° + 65°) = 25° = \angle EAD$

$\therefore\ \angle BAC = 25° \times 2 = 50°$

11. 다음은 각의 이등분선 위의 한 점에서 각의 두변에 이르는 거리는 같음을 보이는 과정이다. 다음 빈칸에 들어갈 말로 <u>틀린</u> 것은?



보기

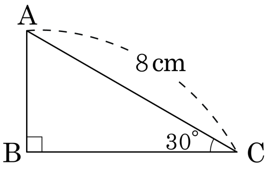
$\angle$XOY 의 이등분선 위의 한 점 P를 잡으면
$\triangle$PAO 와 $\triangle$PBO 에 있어서
$\angle$PAO $=$ ((가)) $= 90° \cdots$ ㉠
가정에서$\angle$POA $=$ ((나)) $\cdots$ ㉡
$\overline{\text{OP}}$((다)) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle$PAO $\equiv$ $\triangle$PBO ((라) 합동)
$\therefore$ $\overline{\text{PA}}$ $=$ ((마))

① (가)$\angle$PBO
② (나) $\angle$POB
③ (다) 빗변(공통변)
④ (라) RHS
⑤ (마) $\overline{\text{PB}}$

해설

$\angle$XOY 의 이등분선 위의 한 점 P 를 잡으면
$\triangle$PAO 와 $\triangle$PBO 에 있어서
$\angle$PAO $=$ ($\angle$PBO) $= 90° \cdots$㉠
$\angle$POA $=$ ($\angle$POB) $\cdots$ ㉡
$\overline{\text{OP}}$ $=$ (빗변(공통변)) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle$PAO $\equiv$ $\triangle$PBO (RHA 합동)
$\therefore$ $\overline{\text{PA}}$ $=$ ($\overline{\text{PB}}$)

12. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$는 $\angle B = 90°$인 직각삼각형이다. $\overline{AC} = 8\,\text{cm}$, $\angle ACB = 30°$일 때, $\overline{AB}$의 길이를 구하여라.

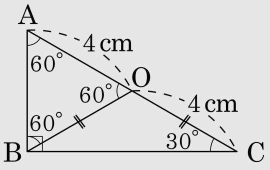


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심을 O라 하고 꼭짓점 B와 연결시키면



$\angle CAB = 90° - 30° = 60°$

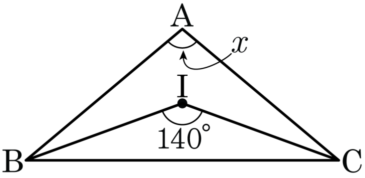
$\overline{OA} = \overline{OB}$이므로 $\angle OBA = 60°$

$\triangle OAB$는 세 각의 크기가 같으므로 정삼각형이다.

따라서 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB} = 4\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{AB} = 4\,\text{cm}$

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle BIC = 140°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



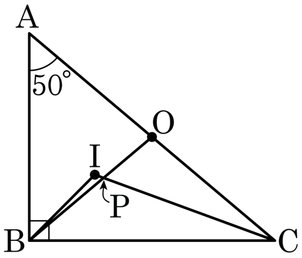
① 70° ② 80° ③ 90° ④ 100° ⑤ 110°

해설

$$90° + \frac{1}{2}\angle x = 140°$$

$$\therefore \angle x = 100°$$

14. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심, 외심이다. $\overline{CI}$ 와 $\overline{BO}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle IPB$ 의 크기는 얼마인가?



① 56° ② 57° ③ 58° ④ 59° ⑤ 60°

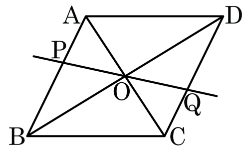
해설

$\angle ACB = 90° - 50° = 40°$ 이므로 $\angle ICB = \dfrac{1}{2}\angle C = 20°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 40°$,$\triangle PBC$ 에서 $\angle BPC = 180° - (40° + 20°) = 120°$ 이다.

따라서 $\angle IPB = 180° - \angle BPC = 180° - 120° = 60°$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 각각 P , Q 라고 한다. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.



보기

ㄱ $\overline{OA} = \overline{OC}$

ㄴ $\overline{OP} = \overline{OQ}$

ㄷ $\overline{OB} = \overline{OC}$

ㄹ $\angle PAO = \angle QCO$

ㅁ $\triangle OAP \equiv \triangle OCQ$

ㅂ $\angle QDO = \angle ADO$

▶ 답 :

▶ 답 :

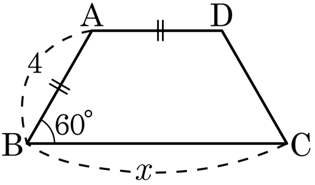
▷ 정답 : ㄷ

▷ 정답 : ㅂ

해설

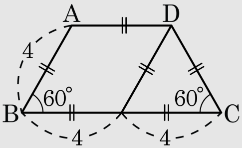
평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분한다.
$\triangle OPA$, $\triangle OQC$ 에서
$\overline{AO} = \overline{CO}$ 이고, $\angle BAO = \angle OCD$, $\angle AOP = \angle COQ$ 임으로,
$\triangle OPA \equiv \triangle OQC$ (ASA 합동)
따라서 $\overline{PO} = \overline{QO}$ 이다.
ㄷ. 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분하므로 $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이다. 그러나, 항상 $\overline{OB} \neq \overline{OC}$ 는 아니다.
ㅂ. 평행사변형에서 $\angle B = \angle D$ 이지만, $\angle ADO = \angle QDO$ 인지는 알 수 없다.

16. 등변사다리꼴 ABCD에서 x의 길이를 구하여라.



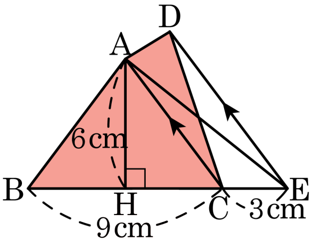
① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설



$\triangle$DEC는 정삼각형이므로 $x = 4 + 4 = 8$이다.

17. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} // \overline{DE}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$일 때, □ABCD의 넓이는?



① $18 cm^2$ ② $24 cm^2$ ③ $27 cm^2$

④ $30 cm^2$ ⑤ $36 cm^2$

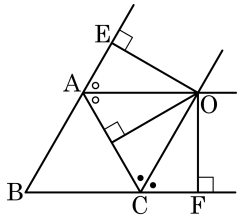
해설

$\overline{AC} // \overline{DE}$이므로 △ADC와 △AEC는 밑변과 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\therefore$ □ABCD $= \triangle ABC + \triangle ADC = \triangle ABC + \triangle AEC$

$= \triangle ABE = \frac{1}{2} \times (9+3) \times 6 = 36(cm^2)$

18. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 의 두 각 $\angle A$, $\angle C$ 에 대한 외각의 이등분선이 만나는 점을 O 라 하자. 점 O 에서 두 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 연장선 위와 $\overline{AC}$ 에 각각 내린 수선의 발을 E, F, G 라고 할 때, $\overline{OE} = \frac{2}{3}$cm 라고 한다. $\overline{OE}+\overline{OF}+\overline{OG}$ 를 구하여라.



▶ **답 :** cm

▷ **정답 :** 2 cm

해설

$\triangle$OAE 와 $\triangle$ OAG 에서

$\overline{OA}$ 는 공통 $\cdots$ ㉠

$\angle OAE = \angle OAG \cdots$ ㉡

$\angle OEA = \angle OGA = 90° \cdots$ ㉢

㉠, ㉡,㉢에 의해 $\triangle OAE \equiv \triangle OAG$(RHA) $\cdots$ ㉮

$\triangle$OGC 와 $\triangle$OFC 에서

$\overline{OC}$ 는 공통$\cdots$ ㉠

$\angle OCG = \angle OCF \cdots$ ㉡

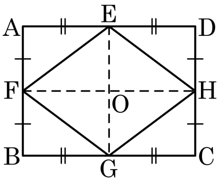
$\angle OGC = \angle OFC = 90° \cdots$ ㉢

㉠, ㉡,㉢에 의해 $\triangle OGC \equiv \triangle OFC \cdots$ ㉯

따라서 ㉮,㉯ 에 의해 $\overline{OE} = \overline{OF} = \overline{OG} = \frac{2}{3}$cm

$\overline{OE}+\overline{OF}+\overline{OG} = 2(\text{cm})$ 이다.

19. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 이고, $\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 의 교점을 O 라고 할 때, △EFO 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $6\,\text{cm}^2$

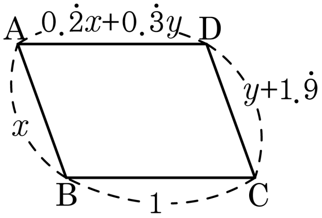
해설

$\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 이므로 직사각형 ABCD 의 넓이는 $6 \times 8 = 48(\text{cm}^2)$ 이다.

직사각형의 각 변의 중점을 연결하면 마름모가 되고, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 48 = 24(\text{cm}^2)$ 이다.

따라서 △EFO 의 넓이는 $\frac{1}{4} \times 24 = 6(\text{cm}^2)$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 합 $x+y$ 의 값을 구하여라.



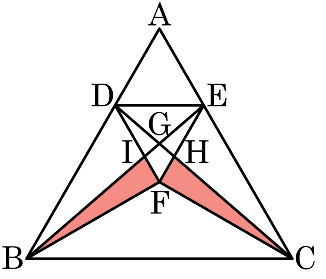
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x=y+1.\dot{9}$, $0.\dot{2}x+0.\dot{3}y=1$ 이므로 이를 풀면 $x=3, y=1$ $\therefore$ $x+y=4$

21. 다음 그림과 같은 정삼각형 ABC 에서 $\overline{BD} = 2\overline{AD}$, $\overline{CE} = 2\overline{AE}$ 가 되도록 점 D, E 를 잡고, 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 평행하게 그은 직선과 점 E 에서 $\overline{AB}$ 에 평행하게 그은 직선의 교점을 F 라 하였다. $\overline{BE}$ 와 $\overline{CD}$ 의 교점을 G 라 하고, $\triangle DGI = \triangle EGH = 2$, $\triangle DEG = 4$ 일 때, $\triangle BFI + \triangle CFH$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\square ADFE$ 는 평행사변형이므로 $\triangle ADE = \triangle DEF$

$\overline{EF} \,/\!/\, \overline{AB}$ 이므로 $\triangle BEF = \triangle DEF = \triangle ADE$

$\overline{DF} \,/\!/\, \overline{AC}$ 이므로 $\triangle DCF = \triangle DEF = \triangle ADE$

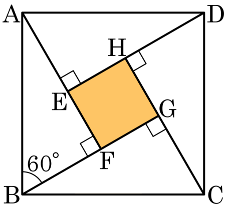
$\triangle DFH + \triangle CFH = \triangle DFH + \triangle DEH$

$\therefore\ \triangle CFH = \triangle DEH$

$$\begin{aligned}\triangle BIF &= \triangle BEF - (\triangle EGH + \square FIGH)\\ &= \triangle DCF - (\triangle DGI + \square FIGH)\\ &= \triangle CFH\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle BFI + \triangle CFH &= 2\triangle CFH = 2\triangle DEH\\ &= 2(\triangle DEF - \triangle DGI - \triangle DEG)\\ &= 2(2+4) = 12\end{aligned}$$

22. 정사각형 ABCD 에서 $\angle ABF = 60°$ 이고, $\overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = \overline{AE}$ 가 되도록 E, F, G, H 를 잡았을 때, 사각형 EFGH는 어떤 사각형인지 말하여라.



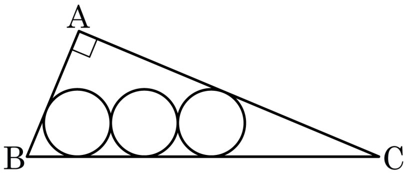
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

사각형 EFGH 에서 $\angle AEH = 90°$ 이므로 $\angle HEF = 90°$ 이고, $\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$ 이므로 정사각형이다.

23. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 12$, $\overline{BC} = 13$ 인 직각삼각형 ABC 에 반지름의 길이가 같은 세 원이 내접해 있다. 원의 반지름의 길이를 구하여라.

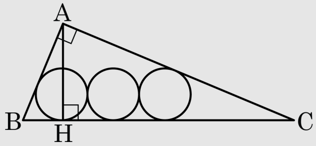


▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{26}{21}$

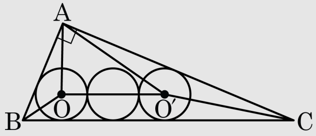
해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\dfrac{1}{2} \times 5 \times 12 = \dfrac{1}{2} \times 13 \times \overline{AH} \qquad \therefore \overline{AH} = \dfrac{60}{13}$

직각삼각형 ABC 를 그림과 같이 원 O 와 원 O′ 의 중심을 기준으로 세 개의 삼각형과 1 개의 사다리꼴로 분할하면



$\triangle ABC = \triangle ABO + \triangle AO'C + \square OBCO' + \triangle AOO'$

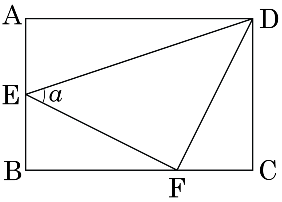
내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times 5 \times 12 \times = & \frac{1}{2} \times 5 \times r + \frac{1}{2} \times 12 \times r \\ & + \frac{1}{2} \times (4r + 13) \times r \\ & + \frac{1}{2} \times 4r \times \left(\frac{60}{13} - r \right) \end{aligned}$$

$60 = 5r + 12r + 4r^2 + 13r + \dfrac{240}{13}r - 4r^2$

$\therefore\ r = \dfrac{26}{21}$

24. 다음 그림은 $\overline{AB} : \overline{AD} = 2 : 3$인 직사각형으로 점 E는 선분 AB의 중점이고, $\overline{BF} : \overline{FC} = 2 : 1$이다. 이 때, $\angle a$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\ ^\circ}$

▷ 정답 : $45\,\underline{^\circ}$

해설

$\overline{AB} = 2a$, $\overline{AD} = 3a$라 하면

$\triangle BEF$와 $\triangle CFD$에서

$\overline{BE} = \overline{CF} = a$

$\overline{BF} = \overline{CD} = 2a$

$\angle B = \angle C = 90^\circ$

$\triangle BEF \equiv \triangle CFD$ (SAS 합동)

따라서 $\triangle DEF$는 $\overline{FE} = \overline{FD}$인 이등변삼각형이다.

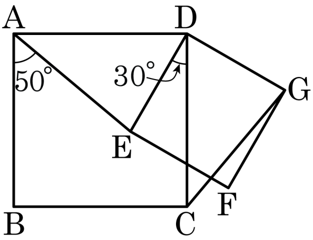
또한 $\angle BEF + \angle BFE = 90^\circ$이므로

$\angle DFC + \angle BFE = 90^\circ$

즉, $\angle EFD = 90^\circ$이므로 $\triangle DEF$는 직각이등변삼각형

$\therefore\ \angle a = 45^\circ$

25. 다음 그림과 같이 한 점 D를 공유하는 두 정사각형 ABCD 와 DEFG 에서 $\angle BAE = 50°$, $\angle CDE = 30°$ 일 때, $\angle CGD = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

해설

$\triangle DEA$ 와 $\triangle DGC$ 에서

$\overline{DA} = \overline{DC}$

$\overline{DE} = \overline{DG}$

$\angle ADE = 90° - 30° = 60°$, $\angle CDG = 90° - 30° = 60°$ 이므로

$\triangle DEA \equiv \triangle DGC$ (SAS 합동)

$\angle DAE = 90° - 50° = 40°$ 이고 $\angle ADE = 60°$ 이므로 $\angle AED = 180° - 40° - 60° = 80°$ 이다. 따라서 $\angle CGD = 80°$ 이다.