**1.** $a<0$이고 $a+b=0$일 때, 부등식$(a-b)x-a-2b<0$의 해는?

① $x<-\frac{1}{2}$　　② $x>-\frac{1}{2}$　　③ $x>2$

④ $x<-2$　　⑤ $x>1$

해설

$a+b=0$에서 $b=-a$를 부등식에 대입하면

$(a+a)x-a+2a<0,\ 2ax+a<0,\ 2ax<-a$

$\therefore\ x>-\frac{1}{2}(\because\ 2a<0)$

**2.** 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{a}{4} \ge \frac{x}{4} - \frac{1}{8} \\ 3x - 1 \ge 5x - 7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 $x$가 3개일 때, 상수 $a$의 값의 범위는?

① $-\frac{1}{2} < a \le \frac{1}{2}$　② $-\frac{1}{2} \le a < \frac{1}{2}$　③ $0 \le a < 1$
④ $\frac{1}{2} < a \le \frac{3}{2}$　⑤ $\frac{1}{2} \le a < \frac{3}{2}$

해설

$\frac{x}{2} - \frac{a}{4} \ge \frac{x}{4} - \frac{1}{8}$ 에서 $x \ge a - \frac{1}{2}$

$3x - 1 \ge 5x - 7$ 에서 $x \le 3$

$\therefore\ a - \frac{1}{2} \le x \le 3$

연립부등식을 만족하는 정수 $x$가 3개이려면

$0 < a - \frac{1}{2} \le 1$

$\therefore\ \frac{1}{2} < a \le \frac{3}{2}$

**3.** 연립부등식 $5x-3>a,\ 4x+3 \leq -x-2a$ 의 해가 존재하도록 상수 $a$ 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a<-2$

해설

주어진 부등식을

$$\begin{cases} 5x-3>a & \cdots ㉠ \\ 4x+3 \leq -x-2a & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $x>\dfrac{a+3}{5}$

㉡에서 $x \leq \dfrac{-2a-3}{5}$

해가 존재해야 하므로 $\dfrac{a+3}{5}<\dfrac{-2a-3}{5}$

$\therefore\ a<-2$

**4.** 부등식 $2|x-1|-|x-2|<1$ 해는 $\alpha < x < \beta$ 이다. 이 때, $\alpha\beta$의 값은?

① $-\dfrac{8}{3}$ ② $-\dfrac{5}{3}$ ③ $-\dfrac{-3}{3}$ ④ $-\dfrac{3}{3}$ ⑤ $-\dfrac{9}{3}$

**해설**

i ) $x<1$일 때

$-2(x-1)+(x-2)<1$

$x>-1$ $\therefore$ 공통부분은 $-1<x<1$

ii ) $1 \le x < 2$일 때

$2(x-1)+(x-2)<1$

$x<\dfrac{5}{3}$

$\therefore$ 공통부분은 $1 \le x < \dfrac{5}{3}$

iii) $x \ge 2$일 때

$2(x-1)-(x-2)<1$

$x<1$ $\therefore$ 공통부분은 없음

i ), ii ), iii)을 모두 합하면 $-1<x<\dfrac{5}{3}$

$\therefore \alpha\beta = -\dfrac{5}{3}$

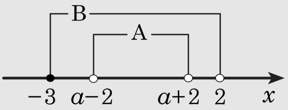
**5.** $|x-a|<2$가 $-3 \le x < 2$에 완전히 포함된다고 할 때, 정수 $a$의 가 될 수 있는 수들의 합은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$|x-a|<2 \Leftrightarrow -2<x-a<2 \Leftrightarrow a-2<x<a+2$

다음 그림에서




$-3 \le a-2,\ a+2 \le 2$

$\therefore -1 \le a \le 0$

따라서 위의 부등식을 만족하는 정수 $a$의 값은

$-1,\ 0$이고, 그 합은 $-1$이다.

**6.** 부등식 $(k-2)x^2+2(k-2)x+4>0$이 모든 실수 $x$에 대하여 성립할 때, $k$의 값의 범위를 구하면?

① $-2<k<6$

② $2 \le k < 6$

③ $0<k<2$

④ $k \le 2$ 또는 $k>6$

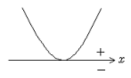
⑤ $k<2$ 또는 $k>6$

해설

$(k-2)x^2+2(k-2)x+4>0$

i ) $k=2$일때, $4>0$으로 성립

ii )




$k-2>0,\ D<0$

$$\frac{D}{4}=(k-2)^2-(k-2)\cdot 4<0$$

$k^2-8k+12<0$, $(k-6)(k-2)<0$에서 $2<k<6$

i )과 ii )에 의해 $2 \le k < 6$

**7.** 부등식 $x^2+x+m \geq 0$의 $x$의 값에 관계없이 성립할 때, 실수 $m$의 최솟값은?

① $-4$ ② $0$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $1$

해설

$x^2+x+m \geq 0$이 $x$의 값에 관계없이 항상 성립하려면
$x^2+x+m=0$의 판별식을 $D$라 할 때

$D=1^2-4m \leq 0 \quad \therefore m \geq \frac{1}{4}$

따라서 실수 $m$의 최솟값은 $\frac{1}{4}$이다.

**8.** 임의의 실수 $x$ 에 대하여 부등식 $x^2 - a|x| + 2 \geq 0$ 이 성립하기 위한 실수 $a$ 의 최댓값은? (단, $a > 0$ )

① 3　　② $2\sqrt{2}$　　③ 2　　④ $\sqrt{2}$　　⑤ 1

해설

$x^2 - a|x| + 2 = |x|^2 - a|x| + 2$ 이므로

$|x| = t \ (t \geq 0)$ 로 치환하면 $t^2 - at + 2 \geq 0$

$$f(t) = \left(t - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 2$$

$t \geq 0$ 인 모든 실수 $t$ 에 대하여

$t^2 - at + 2 \geq 0$ 이 성립하려면 $a > 0$ 이므로

그림에서 $f\left(\frac{a}{2}\right) \geq 0$

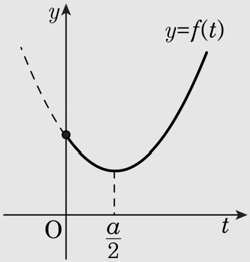
$-\frac{a^2}{4} + 2 \geq 0, \ a^2 - 8 \leq 0$

$-2\sqrt{2} \leq a \leq 2\sqrt{2}$

그런데 $a > 0$ 이므로

$0 < a \leq 2\sqrt{2}$

따라서 실수 $a$ 의 최댓값은 $2\sqrt{2}$ 이다.



**9.** 함수 $f(x) = (x^2 + 2ax + 3)^2 + (x^2 + 2ax + 3) - 6$ 일 때, 모든 실수 $x$ 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이 성립하는 실수 $a$ 의 값의 범위는?

① $-1 \leq a \leq 1$ ② $-1 < a \leq 0$ ③ $-1 < a < 0$

④ $0 \leq a < 1$ ⑤ $0 < a \leq 1$

해설

$x^2 + 2ax + 3 = t$ 로 놓으면

$t^2 + t - 6 \geq 0, \ (t+3)(t-2) \geq 0$

$\therefore \ t \leq -3$ 또는 $t \geq 2$

( i ) $t \leq -3$ , 즉 $g(x) \leq -3$ 일 때

$x^2 + 2ax + 3 \leq -3$ 에서 $x^2 + 2ax + 6 \leq 0$

$y = x^2 + 2ax + 6$ 의 그래프는

아래로 볼록한 포물선이므로

모든 실수 $x$ 에 대하여 성립하지 않는다.

( ii ) $t \geq 2$ , 즉 $g(x) \geq 2$ 일 때

$x^2 + 2ax + 3 \geq 2$ 에서 $x^2 + 2ax + 1 \geq 0$

이 부등식이 모든 실수 $x$ 에 대하여 성립해야 하므로 이차방정식

$x^2 + 2ax + 1 = 0$ 의 판별식을 $D$ 라 하면

$\frac{D}{4} = a^2 - 1 \leq 0 \quad \therefore \ -1 \leq a \leq 1$

( i ), ( ii ) 에서 $-1 \leq a \leq 1$

**10.** 부등식 $5 - x > 2|x+1|$의 해와 $ax^2 + bx + 7 > 0$의 해가 같도록 상수 $a$, $b$의 값을 정할 때, $a+b$의 값은 ?

① $-7$ ② $-5$ ③ $5$ ④ $7$ ⑤ $0$

해설

$5 - x > 2|x+1|$ 을 풀면

( i ) $x \geq -1$ 일 때

$5 - x > 2x + 2,\ x < 1 \quad \therefore -1 \leq x < 1$

( ii ) $x < -1$ 일 때

$5 - x > -2x - 2,\ x > -7 \quad \therefore -7 < x < -1$

( i ), ( ii ) 에 따라 $-7 < x < 1$

$ax^2 + bx + 7 > 0 \Leftrightarrow -7 < x < 1$ 이므로 $a < 0$ 이고

$ax^2 + bx + 7 = a(x+7)(x-1)$

계수를 비교하면

$a = -1, b = -6 \quad \therefore\ a + b = -7$

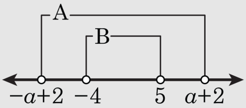
**11.** 양의 실수 $a$에 대하여 부등식 $-3 < x + 1 < 6$의 모든 해가 부등식 $|x-2| < a$를 만족할 때, $a$값의 범위는?

① $0 < a \le 3$　② $0 < a < 3$　③ $0 \le a \le 3$

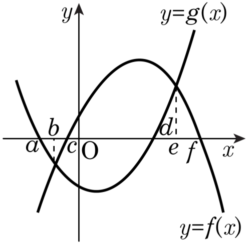
④ $a \ge 3$　⑤ $a \ge 6$

해설

$\therefore\ a \ge 6$



**12.** 이차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음의 그림과 같을 때, 부등식 $f(x)\,g(x) > 0$ 의 해는 ?




① $a < x < c,\ d < x < f$

② $a < x < b,\ e < x < f$

③ $b < x < c,\ d < x < e$

④ $a < x < c,\ e < x < f$

⑤ $x < a,\ c < x < d,\ x > f$

**해설**

$f(x)\,g(x) > 0$ 이면

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$$

따라서 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 모두 $x$ 축보다 위쪽에 있거나 또는 모두 $x$ 축보다 아래쪽에 있어야 한다.

$\therefore a < x < c,\ d < x < f$