

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 9 는 9 의 약수이다.
- ② 8 은 8 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ④ 276 은 6 의 배수이다.
- ⑤ 364 는 7 의 배수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

2. 다음 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하면?

$2 \times 3^2$ ,  $5^3$ ,  $2^3 \times 5$ ,  $3^2 \times 7$

- ① 22      ② 23      ③ 45      ④ 107      ⑤ 143

해설

$2 \times 3^2 = 2 \times 3 \times 3 = 18$   
 $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$   
 $2^3 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$   
 $3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63$  이므로  
가장 큰 수는  $5^3$ , 가장 작은 수는  $2 \times 3^2$   
따라서 두 수의 차는  $125 - 18 = 107$  이다.

3. 다음 중 소인수분해를 바르게 한 것은?

①  $30 = 2^2 \times 3 \times 5$

②  $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③  $80 = 2^8 \times 10$

④  $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

⑤  $200 = 2 \times 10^2$

해설

①  $30 = 2 \times 3 \times 5$

②  $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

③  $80 = 2^4 \times 5$

⑤  $200 = 2^3 \times 5^2$

4. 220의 소인수의 합을 구하면?

① 2

② 4

③ 8

④ 18

⑤ 32

해설

220 을 소인수분해하면  $220 = 2^2 \times 5 \times 11$

소인수는 2, 5, 11이다.

$2 + 5 + 11 = 18$



5. 12 에 가능한 한 작은 자연수  $a$  를 곱하여 어떤 자연수  $b$  의 제곱이 되도록 할 때,  $a, b$  의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 3$

▷ 정답 :  $b = 6$

해설

$$12 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$a = 3$$

$$2^2 \times 3 \times 3 = b^2$$

$$2^2 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 3 = 6$$

6. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 12, 30

② 13, 39

③ 7, 15

④ 6, 12

⑤ 12, 15

해설

- ① 12와 30의 최대공약수는 6이다.
- ② 13과 39의 최대공약수는 13이다.
- ④ 6과 12의 최대공약수는 6이다.
- ⑤ 12과 15의 최대공약수는 3이다.

7. 다음 중 두 수 12 와 18 의 최소공배수로 옳은 것은?

- ① 12      ② 18      ③ 36      ④ 42      ⑤ 54

해설

$12 = 2^2 \times 3$  ,  $18 = 2 \times 3^2$  이므로, 최소공배수는  $2^2 \times 3^2$  , 즉 36 이다.

8. 200 보다 작은 자연수 중에서 12 와 15 의 공배수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

▷ 정답 : 120

▷ 정답 : 180

해설

12 와 15 의 공배수는 12 와 15 의 최소공배수의 배수와 같다.  
12 와 15 의 최소공배수는 60  
(60 의 배수) = 60, 120, 180, 240, ...



9. 현근이네 반 남학생 30 명과 여학생 24 명은 이어달리기경주를 하기 위해조를 짜기로 하였다. 각 조에 속하는 여학생의 수와 남학생의 수가 같고 가능한 많은 인원으로조를 편성하려고 할 때, 몇 조까지 만들어지는가?

① 7조      ② 6조      ③ 5조      ④ 4조      ⑤ 3조

해설

남학생 수와 여학생 수의 최대 공약수는 6 이다.  
따라서 6 조까지 만들어진다.

10. 세 자연수 2, 3, 4 의 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

구하는 수는 (2, 3, 4 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 자연수이다.

2, 3, 4 의 최소공배수는 12 이다.

∴  $12 + 1 = 13$

11. 곱이 405 이고 최대공약수가 9 인 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 45

해설

두 자연수를  $A = 9 \times a$ ,  $B = 9 \times b$   
( $a < b$ ,  $a$ 와  $b$ 는 서로소)라 하면  
 $405 = 9 \times 9 \times a \times b \quad \therefore a \times b = 5$   
 $\therefore (a, b) = (1, 5)$   
따라서  $A = 9$ ,  $B = 9 \times 5 = 45$  이다.

12.  $\frac{12}{n}$  와  $\frac{18}{n}$  을 자연수로 만드는 자연수  $n$  중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\frac{12}{n}, \frac{18}{n}$  을 자연수로 만드는 자연수  $n$  중에서 가장 큰 수는 12 와 18 의 최대공약수인 6 이다.



13. 어떤 수를 7로 나누었더니 몫이 5이고 나머지가 3이었다. 이 수를 9로 나누었을 때의 몫을  $x$ , 나머지를  $y$ 라 할 때,  $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

어떤 수를  $A$ 라 하면  $A = 7 \times 5 + 3 = 9 \times 4 + 2$  이므로 몫이 4, 나머지가 2이다.

따라서  $x + y = 4 + 2 = 6$ 이다.

14. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 약수가 1 개뿐인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 은 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 유한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 은 서로소이다.
- ㉤ 십의 자리의 숫자가  $p$ , 일의 자리의 숫자가  $q$  인 수가 소수이면  $pq$  도 소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 약수가 1 과 자기 자신인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 의 약수는 1, 7, 19, 133 이므로 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 무한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
- ㉤  $p \times q$  의 약수가 1,  $p$ ,  $q$ ,  $p \times q$  이므로 소수가 아니다.

15. 다음 중 3의 배수가 아닌 것은?

- ① 129      ② 672      ③ 501      ④ 342      ⑤ 781

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤  $7 + 8 + 1 = 16$  은 3의 배수가 아니므로 781은 3의 배수가 아니다.

16. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

①  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

②  $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

③  $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

④  $3 + 3 + 3 + 3 = 3^4$

⑤  $\frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2^3}{3^3}$

해설

④  $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$



17. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.
- ② 7 은 소수이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
- ⑤ 1 은 합성수이다.

해설

- ③ 2 는 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

18. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수  $b$  의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를  $a$  라 할 때,  $140 \times a$  의 값은?

① 3600

② 4900

③ 6400

④ 8100

⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는  $5 \times 7 \times x^2$  ( $x^2$ 은 자연수) 꼴이다.

따라서 가장 작은 수  $a = 5 \times 7 = 35$  이다.

$$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$$

19. 420 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이 때, 곱할 수 있는 가장 작은 네 자리의 자연수는?

① 1024      ② 1280      ③ 1440      ④ 1680      ⑤ 2048

해설

$420 \times n = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times n = m^2$  이라 하면

가장 작은  $n = 3 \times 5 \times 7$

따라서  $n$  은

$$3 \times 5 \times 7 \times 1^2 = 105$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 2^2 = 420$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 3^2 = 945$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 4^2 = 1680$$

그러므로 가장 작은 네 자리의 자연수  $n$  은 1680 이다.

20.  $2^3 \times 3^2 \times 5^a$  의 약수의 개수가 36 일 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(3+1)(2+1)(a+1) = 36$$

$$a+1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$



21.  $3^3 \times a$  는 약수의 개수가 12 인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때,  $a$  에 맞는 수를 구하면?

① 1

② 4

③ 9

④ 25

⑤ 36

해설

$$12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^3 \times a$  가 홀수이므로

$a$  는 3 보다 큰 소수의 제곱수이므로  $5^2 = 25$

22. 세 수  $2^3 \times 3 \times 5$ ,  $2^2 \times 3^2 \times 5$ ,  $2^2 \times 3^3 \times 5^2$  의 최대공약수는?

- ①  $2^3 \times 3^3 \times 5^2$       ②  $2^3 \times 3^2 \times 5$       ③  $2^2 \times 3 \times 5$   
④  $2^2 \times 3^2 \times 5^2$       ⑤  $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^3 \times 3 \times 5$ ,  $2^2 \times 3^2 \times 5$ ,  $2^2 \times 3^3 \times 5^2$  에서  
최대공약수:  $2^2 \times 3 \times 5$  (지수가 작은 쪽)

23. 두 자연수의 공약수가 36의 약수와 같을 때, 두 수의 공약수의 개수는?

- ① 6 개      ② 7 개      ③ 8 개      ④ 9 개      ⑤ 10 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 36을 소인수분해하면  $36 = 2^2 \times 3^2$  이므로 약수의 개수는  $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$  ( 개) 이다.

따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 9 개 이다.

24. 두 수  $2^a \times 3^2 \times 5$  와  $2 \times 3 \times 5^b$  의 최소공배수가 360 일 때,  $a \times b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$  이므로,  $a = 3$ ,  $b = 1$  이다.

$\therefore a \times b = 3 \times 1 = 3$



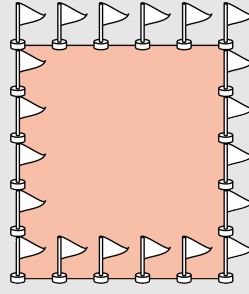
25. 가로 80m, 세로 96m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 깃발을 세우고자 한다. 4 개의 모퉁이에는 반드시 깃발을 세워야 하고, 깃발은 가능한 적게 사용하려고 할 때, 필요한 깃발의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 22 개

해설

모퉁이에 반드시 깃발을 세우고 일정한 간격으로 깃발을 세우면서 최소의 깃발을 세우려면, 가로와 세로의 최대 공약수만큼 거리를 떨어뜨려 세우면 된다. 80 과 96 의 최대공약수는 16 이므로, 필요한 깃발의 개수는 22 개 이다.



26. 서로 맞물려 돌아가는 두 톱니바퀴 A, B의 톱니의 수는 각각 48개, 32개이다. 톱니가 같은 이에서 처음으로 다시 맞물리기 위해 톱니바퀴 A, B가 각 각 회전해야 하는 수를  $a$ ,  $b$ 라 할 때  $a + b$ 의 값은?

① 3                      ② 4                      ③ 5                      ④ 6                      ⑤ 7

해설

두 톱니바퀴가 원래 모양이 되기까지 돌아간 톱니의 개수는 48과 32의 최소공배수인 96이므로 톱니바퀴 A는  $96 \div 48 = 2$ (번) 회전해야 하고, 톱니바퀴 B는  $96 \div 32 = 3$ (번) 회전해야 하므로  $a + b = 2 + 3 = 5$

27. 가로, 세로의 길이가 각각 21cm, 15cm 이고, 높이가 7cm 인 직육면체 모양의 블록을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하면?

① 90cm

② 95cm

③ 100cm

④ 105cm

⑤ 110cm

해설

정육면체는 가로, 세로의 길이와 높이가 같다. 따라서 21, 15, 7의 최소공배수는 105이므로 정육면체의 한 모서리의 길이는 105cm이다.

28. 두 분수  $\frac{7}{26}$ ,  $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때,  
곱하는 분수 중 가장 작은 분수를  $\frac{a}{b}$ 라 할 때,  $a - b$ 의 값은?

① 33                      ② 40                      ③ 51                      ④ 65                      ⑤ 71

해설

$$\begin{aligned} \frac{7}{26}, 1\frac{17}{39} &= \frac{56}{39} \text{ 이므로} \\ \frac{a}{b} &= \frac{(26 \text{과 } 39 \text{의 최소공배수})}{(7 \text{과 } 56 \text{의 최대공약수})} = \frac{78}{7} \\ \therefore a - b &= 78 - 7 = 71 \end{aligned}$$



29. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 1은 소수이다.
- ② 29는 소수가 아니다.
- ③ 37과 43은 모두 소수이다.
- ④ 소수이면서 합성수인 자연수는 존재하지 않는다.
- ⑤ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

해설

- ① 1은 소수가 아니다.
- ② 29는 소수이다.
- ⑤ 1은 소수도 합성수도 아니다.

30. 소인수분해를 이용하여 50 의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 중  $a, b, c$  에 들어갈 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

$50 = 2^a \times 5^b$    약수의 개수 :  $(a + 1) \times (b + 1) = c$  (개)

- ① 1, 2, 3   ② 1, 2, 6   ③ 2, 4, 8   ④ 2, 5, 8   ⑤ 3, 4, 5

해설

50 을 소인수분해하면  $50 = 2 \times 5^2$  이므로  $a = 1, b = 2$  이다.  
또한 50 의 약수의 개수는  $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$  (개) 이므로  $c = 6$  이다.  
따라서  $a = 1, b = 2, c = 6$  이다.

31. 두 자연수  $a, b$  의 최대공약수는 24 이다.  $a, b, 32$  의 공약수를 모두 구하면?

① 1

② 1, 2

③ 1, 2, 4

④ 1, 2, 4, 8

⑤ 1, 2, 4, 8, 16

해설

$a, b$  의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다.

32 의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32 이다.

따라서 두 수의 공약수는 1, 2, 4, 8 이다.

32. 세 수  $12, 18, a$  의 최소공배수가 396 일 때,  $a$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$12 = 2^2 \times 3$  ,  $18 = 2 \times 3^2$  ,  $396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$  이므로,  
 $a$  값이 될 수 있는 수는  $2^x \times 3^y \times 11$  ( $x, y$ 는 0 또는 1 또는 2 )  
이며,  
최솟값을 가질 때는  $x, y$  가 0 일 때이므로  $a$  의 최솟값은 11 이다.



33. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 54 cm, 90 cm, 108 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체를 최대한 적게 사용하려고 할 때, 정육면체의 개수는?
- ① 180 개                      ② 90 개                      ③ 36 개  
④ 24 개                      ⑤ 15 개

해설

정육면체가 가장 적을 때 정육면체 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 54, 90, 108 의 최대공약수인 18cm 이다.  
따라서 상자의 개수는  
 $(54 \div 18) \times (90 \div 18) \times (108 \div 18) = 90$  (개)

- 34.** 세 수 3048, 5988, 8088 을 자연수  $k$  로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수  $k$  의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 24개

## 해설

3048, 5988, 8088 을 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r$  라고 하면

$$B - A = G(b - a), \quad C - B = G(c - b)$$

이므로  $B-A$ ,  $C-B$ 의 공약수는  $A$ ,  $B$ ,  $C$ 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

8088 - 5988 = 2100, 5988 - 3048 = 2940 이므로 2100 과 2940  
의 공약수를 구하면, 최대공약수가 420 이므로 약수의 개수는  
 $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$  에서 24 개이다.

35. A와 B가 함께 일자리를 구했다. A는 4일간 일하고 하루 쉬고, B는 5일간 일하고 이틀간 쉬기로 하였다. 이와 같이 180일간 일한다면, 두 사람이 같이 쉬는 일수는?

① 5 일      ② 10 일      ③ 15 일      ④ 20 일      ⑤ 35 일

해설

5와 7의 최소공배수는 35,  
35일 동안 B가 쉬는 날은 6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28, 34, 35일,  
이 중에 A가 쉬는 날은 20, 35일  
따라서 180일 동안 두 사람이 함께 쉬는 날은  
 $2 \times 5 = 10$ (일)이다.

36. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :                      개

▷ 정답 : 50 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 33개  
1부터 100까지의 자연수 중 4의 배수의 개수는 25개  
1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이면서 4의 배수인 것의 개수는 8개  
1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이거나 4의 배수인 것의 개수는  
 $33 + 25 - 8 = 50$  개  
따라서 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는  
 $100 - 50 = 50$  개



37. 다음 중 100 의 약수는?

- ① 30
- ②  $5^2 \times 7^2$
- ③ 80
- ④  $2^2 \times 5^2$
- ⑤  $2^3 \times 5 \times 7$

해설

100 을 소인수분해하면  $100 = 2^2 \times 5^2$  이다. 이때  $2^2$  의 약수는 1, 2,  $2^2$  이고,  $5^2$  의 약수는 1, 5,  $5^2$  이다. 다음 표와 같이  $2^2$  의 약수와  $5^2$  의 약수를 각각 곱하면 100 의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100 이다.

| ×     | 1                   | 2                   | $2^2$                  |
|-------|---------------------|---------------------|------------------------|
| 1     | $1 \times 1 = 1$    | $1 \times 2 = 2$    | $1 \times 2^2 = 4$     |
| 5     | $5 \times 1 = 5$    | $5 \times 2 = 10$   | $5 \times 2^2 = 20$    |
| $5^2$ | $5^2 \times 1 = 25$ | $5^2 \times 2 = 50$ | $5^2 \times 2^2 = 100$ |

38. 두 자연수  $A, B$  의 최대공약수를  $[A, B]$  로 나타낼 때,  $[A, B] = [C, D] = k$  이다. 다음을 간단히 하여라. (단,  $A$  와  $C, D, B$  와  $C, D$  는 서로소)

$$\left[ \frac{[AB, CD]}{[A+B, C+D]}, \frac{[AD, BC]}{[A+D, B+C]} \right]$$

▶ 답 :

▷ 정답 :  $k$

해설

$[A, B] = [C, D] = k \rightarrow A, B, C, D$  모두 인수  $k$  를 가진다.  
 $AB$  와  $CD, AD$  와  $BC$  는 모두 인수  $k^2$  을 가지고,

$(A+B)$  와  $(C+D), (A+D)$  와  $(B+C)$  는 모두 인수  $k$  를 가진다.

$$\therefore \left[ \frac{[AB, CD]}{[A+B, C+D]}, \frac{[AD, BC]}{[A+D, B+C]} \right] = \left[ \frac{k^2}{k}, \frac{k^2}{k} \right] = [k, k] = k$$

39. 300 이하의 자연수 중 12의 배수와 15의 배수를 제외한 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

300 이하의 자연수 중 12의 배수의 개수는 25개, 15의 배수의 개수는 20개, 12와 15의 공배수의 개수는 5개이다. 따라서  $300 - 25 - 20 + 5 = 260$ 이다.

40.  $(x-1):y=3:4$  일 때,  $x,y$  의 최소공배수가 56 이다.  $x,y$  의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(x-1):y=3:4 \rightarrow 4 \times (x-1) = 3 \times y,$$

$$x,y \text{ 의 최소공배수가 } 56 = 2^3 \times 7$$

위 두 조건을 만족시키는  $x,y$  의 값은  $x=7, y=8$  이다.

$$\therefore (x,y \text{ 의 최대공약수}) = 1$$