

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 9 는 9 의 약수이다.

② 8 은 8 의 배수이다.

③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

④ 276 은 6 의 배수이다.

⑤ 364 는 7 의 배수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

2. 다음 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하면?

$$2 \times 3^2, 5^3, 2^3 \times 5, 3^2 \times 7$$

① 22

② 23

③ 45

④ 107

⑤ 143

해설

$$2 \times 3^2 = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$2^3 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$$

$$3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63 \text{ 이므로}$$

가장 큰 수는 5^3 , 가장 작은 수는 2×3^2

따라서 두 수의 차는 $125 - 18 = 107$ 이다.

3. 다음 중 소인수분해를 바르게 한 것은?

① $30 = 2^2 \times 3 \times 5$

② $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $80 = 2^8 \times 10$

④ $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $200 = 2 \times 10^2$

해설

① $30 = 2 \times 3 \times 5$

② $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

③ $80 = 2^4 \times 5$

⑤ $200 = 2^3 \times 5^2$

4. 220의 소인수의 합을 구하면?

① 2

② 4

③ 8

④ 18

⑤ 32

해설

220을 소인수분해하면 $220 = 2^2 \times 5 \times 11$
소인수는 2, 5, 11이다.

$$2 + 5 + 11 = 18$$

5. 12에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

▷ 정답: $b = 6$

해설

$$12 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$a = 3$$

$$2^2 \times 3 \times 3 = b^2$$

$$2^2 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 3 = 6$$

6. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 12, 30

② 13, 39

③ 7, 15

④ 6, 12

⑤ 12, 15

해설

① 12와 30의 최대공약수는 6이다.

② 13과 39의 최대공약수는 13이다.

④ 6과 12의 최대공약수는 6이다.

⑤ 12과 15의 최대공약수는 3이다.

7. 다음 중 두 수 12 와 18 의 최소공배수로 옳은 것은?

① 12

② 18

③ 36

④ 42

⑤ 54

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$ 이므로, 최소공배수는 $2^2 \times 3^2$, 즉 36 이다.

8. 200 보다 작은 자연수 중에서 12 와 15 의 공배수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

▷ 정답 : 120

▷ 정답 : 180

해설

12 와 15 의 공배수는 12 와 15 의 최소공배수의 배수와 같다.

12 와 15 의 최소공배수는 60

(60 의 배수) = 60, 120, 180, 240, ...

9. 현근이네 반 남학생 30 명과 여학생 24 명은 이어달리기경주를 하기 위해 조를 짜기로 하였다. 각 조에 속하는 여학생의 수와 남학생의 수가 같고 가능한 많은 인원으로 조를 편성하려고 할 때, 몇 조까지 만들어지는가?

① 7조

② 6조

③ 5조

④ 4조

⑤ 3조

해설

남학생 수와 여학생 수의 최대 공약수는 6 이다.
따라서 6 조까지 만들어진다.

10. 세 자연수 2, 3, 4 의 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

구하는 수는 (2, 3, 4 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 자연수이다.

2, 3, 4 의 최소공배수는 12 이다.

$$\therefore 12 + 1 = 13$$

11. 곱이 405 이고 최대공약수가 9 인 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 45

해설

두 자연수를 $A = 9 \times a$, $B = 9 \times b$

($a < b$, a 와 b 는 서로소)라 하면

$$405 = 9 \times 9 \times a \times b \quad \therefore a \times b = 5$$

$$\therefore (a, b) = (1, 5)$$

따라서 $A = 9$, $B = 9 \times 5 = 45$ 이다.

12. $\frac{12}{n}$ 와 $\frac{18}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\frac{12}{n}, \frac{18}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 중에서 가장 큰 수는 12 와 18 의 최대공약수인 6 이다.

13. 어떤 수를 7로 나누었더니 몫이 5이고 나머지가 3이었다. 이 수를 9로 나누었을 때의 몫을 x , 나머지를 y 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

어떤 수를 A 라 하면 $A = 7 \times 5 + 3 = 9 \times 4 + 2$ 이므로 몫이 4, 나머지가 2이다.

따라서 $x + y = 4 + 2 = 6$ 이다.

14. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 약수가 1 개뿐인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 은 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 유한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 은 서로소이다.
- ㉤ 십의 자리의 숫자가 p , 일의 자리의 숫자가 q 인 수가 소수이면 pq 도 소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 약수가 1 과 자기 자신인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 의 약수는 1, 7, 19, 133 이므로 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 무한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
- ㉤ $p \times q$ 의 약수가 1, p , q , $p \times q$ 이므로 소수가 아니다.

15. 다음 중 3의 배수가 아닌 것은?

① 129

② 672

③ 501

④ 342

⑤ 781

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤ $7 + 8 + 1 = 16$ 은 3의 배수가 아니므로 781은 3의 배수가 아니다.

16. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

② $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 3^4$

⑤ $\frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2^3}{3^3}$

해설

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$

17. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.

② 7 은 소수이다.

③ 모든 소수는 홀수이다.

④ 자연수는 1 , 소수, 합성수로 이루어져 있다.

⑤ 1 은 합성수이다.

해설

③ 2 는 소수이다.

⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

18. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은?

① 3600

② 4900

③ 6400

④ 8100

⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.

따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.

$$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$$

19. 420 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이 때, 곱할 수 있는 가장 작은 네 자리의 자연수는?

① 1024

② 1280

③ 1440

④ 1680

⑤ 2048

해설

$$420 \times n = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times n = m^2 \text{ 이라 하면}$$

$$\text{가장 작은 } n = 3 \times 5 \times 7$$

따라서 n 은

$$3 \times 5 \times 7 \times 1^2 = 105$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 2^2 = 420$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 3^2 = 945$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 4^2 = 1680$$

그러므로 가장 작은 네 자리의 자연수 n 은 1680 이다.

20. $2^3 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 36 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(3 + 1)(2 + 1)(a + 1) = 36$$

$$a + 1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

21. $3^3 \times a$ 는 약수의 개수가 12 인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때, a 에 맞는 수를 구하면?

① 1

② 4

③ 9

④ 25

⑤ 36

해설

$$12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^3 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3 보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

22. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$

② $2^3 \times 3^2 \times 5$

③ $2^2 \times 3 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

23. 두 자연수의 공약수가 36의 약수와 같을 때, 두 수의 공약수의 개수는?

① 6개

② 7개

③ 8개

④ 9개

⑤ 10개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 36을 소인수분해하면 $36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)이다.

따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 9개이다.

24. 두 수 $2^a \times 3^2 \times 5$ 와 $2 \times 3 \times 5^b$ 의 최소공배수가 360 일 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로, $a = 3$, $b = 1$ 이다.

$$\therefore a \times b = 3 \times 1 = 3$$

25. 가로 80m, 세로 96m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 깃발을 세우려고 한다. 4 개의 모퉁이에는 반드시 깃발을 세워야 하고, 깃발은 가능한 적게 사용하려고 할 때, 필요한 깃발의 개수를 구하여라.



답:

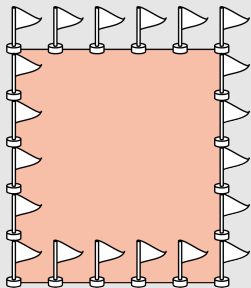
개



정답: 22개

해설

모퉁이에 반드시 깃발을 세우고 일정한 간격으로 깃발을 세우면서 최소의 깃발을 세우려면, 가로와 세로의 최대 공약수만큼 거리를 떨어뜨려 세우면 된다. 80 과 96 의 최대공약수는 16 이므로, 필요한 깃발의 개수는 22 개 이다.



26. 서로 맞물려 돌아가는 두 톱니바퀴 A, B의 톱니의 수는 각각 48개, 32개이다. 톱니가 같은 이에서 처음으로 다시 맞물리기 위해 톱니바퀴 A, B가 각각 회전해야 하는 수를 a , b 라 할 때 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

두 톱니바퀴가 원래 모양이 되기까지 돌아간 톱니의 개수는 48과 32의 최소공배수인 96이므로 톱니바퀴 A는 $96 \div 48 = 2$ (번) 회전해야 하고, 톱니바퀴 B는 $96 \div 32 = 3$ (번) 회전해야 하므로 $a + b = 2 + 3 = 5$

27. 가로, 세로의 길이가 각각 21cm, 15cm이고, 높이가 7cm인 직육면체 모양의 블록을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하면?

① 90cm

② 95cm

③ 100cm

④ 105cm

⑤ 110cm

해설

정육면체는 가로, 세로의 길이와 높이가 같다. 따라서 21, 15, 7의 최소공배수는 105이므로 정육면체의 한 모서리의 길이는 105cm이다.

28. 두 분수 $\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때,
곱하는 분수 중 가장 작은 분수를 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 33

② 40

③ 51

④ 65

⑤ 71

해설

$$\frac{7}{26}, 1\frac{17}{39} = \frac{56}{39} \text{ 이므로}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{(26\text{과 } 39\text{의 최소공배수})}{(7\text{과 } 56\text{의 최대공약수})} = \frac{78}{7}$$

$$\therefore a - b = 78 - 7 = 71$$

29. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 1은 소수이다.

② 29는 소수가 아니다.

③ 37과 43은 모두 소수이다.

④ 소수이면서 합성수인 자연수는 존재하지 않는다.

⑤ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

해설

① 1은 소수가 아니다.

② 29는 소수이다.

⑤ 1은 소수도 합성수도 아니다.

30. 소인수분해를 이용하여 50 의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 중 a, b, c 에 들어갈 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

$$50 = 2^a \times 5^b \quad \text{약수의 개수 : } (a+1) \times (b+1) = c \text{ (개)}$$

- ① 1, 2, 3 ② 1, 2, 6 ③ 2, 4, 8 ④ 2, 5, 8 ⑤ 3, 4, 5

해설

50 을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 $a = 1, b = 2$ 이다.
또한 50 의 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개) 이므로 $c = 6$ 이다.
따라서 $a = 1, b = 2, c = 6$ 이다.

31. 두 자연수 a, b 의 최대공약수는 24 이다. $a, b, 32$ 의 공약수를 모두 구하면?

① 1

② 1, 2

③ 1, 2, 4

④ 1, 2, 4, 8

⑤ 1, 2, 4, 8, 16

해설

a, b 의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다.

32 의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32 이다.

따라서 두 수의 공약수는 1, 2, 4, 8 이다.

32. 세 수 12, 18, a 의 최소공배수가 396 일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$, $396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$ 이므로,
 a 값이 될 수 있는 수는 $2^x \times 3^y \times 11$ (x, y 는 0 또는 1 또는 2)
이며,
최솟값을 가질 때는 x, y 가 0 일 때이므로 a 의 최솟값은 11 이다.

33. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 54cm, 90cm, 108cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체를 최대한 적게 사용하려고 할 때, 정육면체의 개수는?

① 180 개

② 90 개

③ 36 개

④ 24 개

⑤ 15 개

해설

정육면체가 가장 적을 때 정육면체 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 54, 90, 108 의 최대공약수인 18cm 이다.

따라서 상자의 개수는

$$(54 \div 18) \times (90 \div 18) \times (108 \div 18) = 90 \text{ (개)}$$

34. 세 수 3048, 5988, 8088 을 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 24 개

해설

3048, 5988, 8088 을 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r$ 라고 하면

$$B - A = G(b - a), C - B = G(c - b)$$

이므로 $B - A, C - B$ 의 공약수는 A, B, C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$8088 - 5988 = 2100, 5988 - 3048 = 2940$ 이므로 2100 과 2940 의 공약수를 구하면, 최대공약수가 420 이므로 약수의 개수는 $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 에서 24 개이다.

35. A 와 B 가 함께 일자리를 구했다. A 는 4 일간 일하고 하루 쉬고, B 는 5 일간 일하고 이틀간 쉬기로 하였다. 이와 같이 180 일간 일한다면, 두 사람이 같이 쉬는 일수는?

- ① 5 일 ② 10 일 ③ 15 일 ④ 20 일 ⑤ 35 일

해설

5 와 7 의 최소공배수는 35 ,
35 일 동안 B 가 쉬는 날은 6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28, 34, 35 일,
이 중에 A 가 쉬는 날은 20, 35 일
따라서 180 일 동안 두 사람이 함께 쉬는 날은
 $2 \times 5 = 10$ (일) 이다.

36. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 50 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 33개

1부터 100까지의 자연수 중 4의 배수의 개수는 25개

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이면서 4의 배수인 것의 개수는 8개

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이거나 4의 배수인 것의 개수는

$$33 + 25 - 8 = 50 \text{ 개}$$

따라서 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는

$$100 - 50 = 50 \text{ 개}$$

37. 다음 중 100 의 약수는?

① 30

② $5^2 \times 7^2$

③ 80

④ $2^2 \times 5^2$

⑤ $2^3 \times 5 \times 7$

해설

100 을 소인수분해하면 $100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. 이때 2^2 의 약수는 1, 2, 2^2 이고, 5^2 의 약수는 1, 5, 5^2 이다. 다음 표와 같이 2^2 의 약수와 5^2 의 약수를 각각 곱하면 100 의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100 이다.

$\times$	1	2	2^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 2 = 2$	$1 \times 2^2 = 4$
5	$5 \times 1 = 5$	$5 \times 2 = 10$	$5 \times 2^2 = 20$
5^2	$5^2 \times 1 = 25$	$5^2 \times 2 = 50$	$5^2 \times 2^2 = 100$

38. 두 자연수 A, B 의 최대공약수를 $[A, B]$ 로 나타낼 때,
 $[A, B] = [C, D] = k$ 이다. 다음을 간단히 하여라. (단, A 와
 C, D, B 와 C, D 는 서로소)

$$\left[\frac{[AB, CD]}{[A+B, C+D]}, \frac{[AD, BC]}{[A+D, B+C]} \right]$$

▶ 답 :

▷ 정답 : k

해설

$[A, B] = [C, D] = k \rightarrow A, B, C, D$ 모두 인수 k 를 가진다.

AB 와 CD , AD 와 BC 는 모두 인수 k^2 을 가지고,

$(A+B)$ 와 $(C+D)$, $(A+D)$ 와 $(B+C)$ 는 모두 인수 k 를 가진다.

$$\therefore \left[\frac{[AB, CD]}{[A+B, C+D]}, \frac{[AD, BC]}{[A+D, B+C]} \right] = \left[\frac{k^2}{k}, \frac{k^2}{k} \right] = [k, k] = k$$

39. 300 이하의 자연수 중 12의 배수와 15의 배수를 제외한 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

300 이하의 자연수 중 12의 배수의 개수는 25개, 15의 배수의 개수는 20개, 12와 15의 공배수의 개수는 5개이다. 따라서 $300 - 25 - 20 + 5 = 260$ 이다.

40. $(x-1) : y = 3 : 4$ 일 때, x, y 의 최소공배수가 56 이다. x, y 의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(x-1) : y = 3 : 4 \rightarrow 4 \times (x-1) = 3 \times y,$$

x, y 의 최소공배수가 $56 = 2^3 \times 7$

위 두 조건을 만족시키는 x, y 의 값은 $x = 7, y = 8$ 이다.

$$\therefore (x, y \text{ 의 최대공약수}) = 1$$