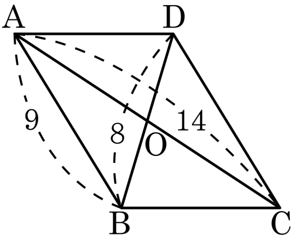
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB}=9$, $\overline{BD}=8$, $\overline{AC}=14$ 일 때, $\triangle$OCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



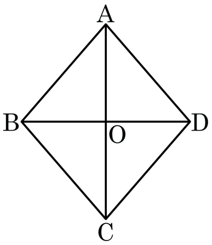
▶ **답 :**

▷ **정답 :** 20

해설

$\triangle$OCD 의 둘레는 $\overline{OD}+\overline{OC}+\overline{CD}=4+7+9=20$ 이다.

2. 다음 그림의 □ABCD 는 마름모이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{CD}$

② $\angle A = \angle C$

③ $\overline{BO} = \overline{DO}$

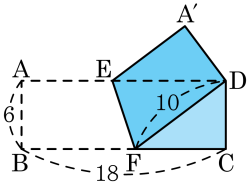
④ $\overline{AC} = \overline{BD}$

⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

해설

① 마름모의 정의
② 평행사변형의 성질
③ 평행사변형의 성질
④ 직사각형의 성질
⑤ 마름모의 성질

3. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. $\overline{BF}$ 의 길이는?



① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\overline{BF} = \overline{FD}$

$\therefore \overline{BF} = 10$

4. 다음은「두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.

$\angle$A 의 이등분선과 변 BC 와의 교점을 D 라 하면
$\triangle$ABD 와 $\triangle$ACD 에서
$\angle$BAD= $\boxed{(가)}$ $\cdots$ ㉠
$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉡
$\angle$B = $\boxed{(나)}$ 이므로
$\angle$ADB= $\boxed{(다)}$ $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ ($\boxed{(라)}$ 합동) 이므로
$\boxed{(마)}$
$\therefore$ $\triangle$ABC 는 이등변삼각형이다.

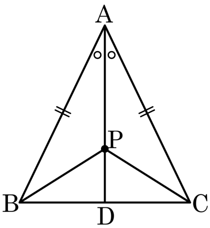
(가) ~ (마) 에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① (가) $\angle$CAD
② (나) $\angle$C
③ (다) $\angle$ADC
④ (라) SAS
⑤ (마) $\overline{AB} = \overline{AC}$

해설

$\angle$A 의 이등분선과 변 BC 와의 교점을 D 라 하면
$\triangle$ABD 와 $\triangle$ACD 에서
$\angle BAD = \angle CAD \cdots$ ㉠
$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉡
$\angle B = \angle C$ 이므로
$\angle ADB = \angle ADC \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$
$\therefore$ $\triangle$ABC 는 이등변삼각형이다.

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D 라 하자. $\overline{AD}$ 위의 한점 P 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{BD} = \overline{CD}$

② $\overline{BP} = \overline{BD}$

③ $\angle ADB = 90°$

④ $\overline{BP} = \overline{CP}$

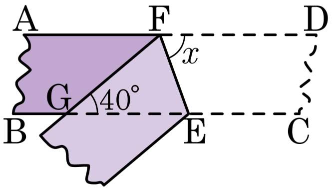
⑤ $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$

해설

①,③ 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\angle ADB = 90°$ 이다.

④,⑤ $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAP = \angle CAP$(가정), $\overline{AP}$(공통) 이므로 합동조건 (SAS합동) 에 의하여 $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle FGE = 40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $30°$ ② $40°$ ③ $50°$ ④ $60°$ ⑤ $70°$

해설

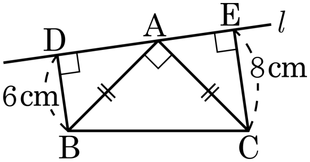
종이 테이프를 접으면 $\angle DFE = \angle GFE = \angle x$이고

$\angle DFE = \angle GEF = \angle x$ (엇각)

$\angle GFE = \angle GEF = \angle x$

$$\angle x = \frac{180° - 40°}{2} = 70°$$

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



① $12\,cm^2$　② $18\,cm^2$　③ $24\,cm^2$　④ $30\,cm^2$　⑤ $36\,cm^2$

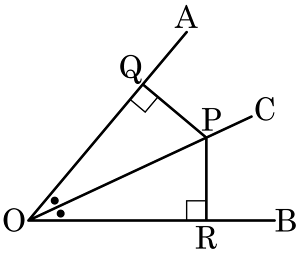
해설

$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$(RHA합동) 이므로

$\overline{AD} = \overline{CE} = 8(cm)$

$\therefore \triangle ABD = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(cm^2)$

8. 다음 그림에서 $\angle AOB$ 의 이등분선 $\overline{OC}$ 위의 점 P 로부터 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q , R 이라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle POQ = \angle POR$

② $\angle OQP = \angle ORP$

③ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

④ $\overline{PQ} = \overline{PR}$

⑤ $\overline{OQ} = \overline{OR} = \overline{OP}$

해설

점Q 와 점R 은 수선의 발을 내린 것 이므로 $\angle OQP = \angle ORP = 90°$

$\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서

i) $\overline{OP}$ 는 공통

ii) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$

iii) $\angle QOP = \angle ROP$

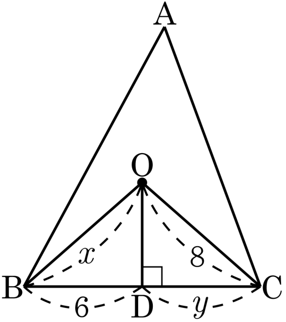
따라서 직각삼각형에서 빗변의 길이가 같고 한 내각의 크기가 같으므로

$\triangle POQ \equiv \triangle POR$(RHA합동) 이다.

합동인 삼각형의 두 대응변의 길이는 같다.

또, 합동인 삼각형의 두 대응각의 크기는 같다.

9. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{OB}$, $\overline{CD}$ 의 길이를 각각 x, y 라 할 때, $x+y$ 의 값은?



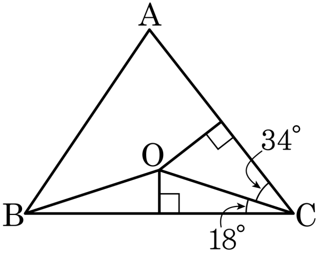
① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$\overline{OC} = \overline{OB}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로

$x = 8,\ y = 6,\ x + y = 14$ 이다.

10. 다음 그림의 ABC 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OCA = 34°$, $\angle OCB = 18°$ 일 때, $\angle OBA$ 의 크기는?



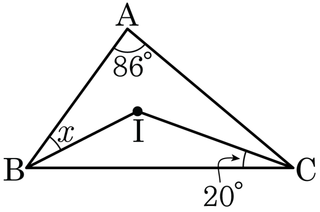
① 18°　② 34°　③ 36°　④ 38°　⑤ 52°

해설

$\angle OBA + \angle OCB + \angle OCA = 90°$

$\angle OBA = 90° - \angle OCB - \angle OCA = 38°$

11. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고, $\angle A = 86°$일 때, $\angle ABI =$ (　　　)$°$이다. (　　　) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** 27

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \dfrac{1}{2}\angle A$이다.

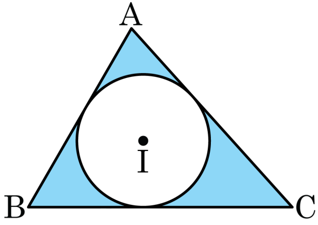
$\angle BIC = 90° + \dfrac{1}{2}\angle A = 90° + \dfrac{1}{2} \times 86° = 133°$ 이다.

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle IBC = 180° - 20° - 133° = 27°$ 이다.

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 27°$이다.

$\therefore\ \angle ABI = 27°$이다.

12. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle$ABC 의 내접원이다. 원 I 의 둘레의 길이가 6π , $\triangle$ABC 의 둘레의 길이가 32 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $48-9\pi$　　② $9\pi-24$　　③ $24-6\pi$

④ $42-6\pi$　　⑤ $52-9\pi$

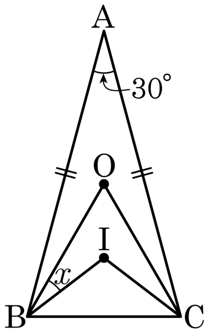
해설

원 I 의 둘레의 길이가 6π 이므로 반지름의 길이 $r=3$ 이다.
점 I 가 $\triangle$ABC 의 내심일 때,

($\triangle$ABC 의 넓이) $=\frac{1}{2}\times r\times\triangle$ABC 의 둘레$=\frac{1}{2}\times 3\times 32=48$

이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 ($\triangle$ABC 의 넓이) $-$ (원 I 의 넓이) $=48-9\pi$ 이다.

13. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 각각 점 O, I 이고, $\angle A = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 15 ② 22.5 ③ 25 ④ 27.5 ⑤ 30

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때,

$\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 30°$ 이므로

$\angle ABC = 75°$, $\angle BOC = 60°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때,

$\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로

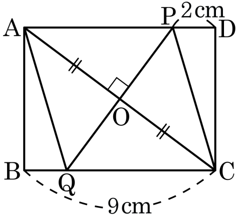
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 30° + 90° = 105°$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 60°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 75° = 37.5°$ 이다.

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 60° - 37.5° = 22.5°$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{PQ}$, $\overline{AO} = \overline{CO}$ 일 때, □AQCP 의 둘레의 길이는?



① 26 cm ② 27 cm ③ 28 cm

④ 29 cm ⑤ 30 cm

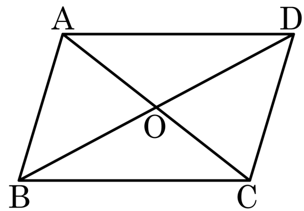
해설

$\overline{AQ} = \overline{AP} = \overline{PC} = \overline{QC}$

$\overline{AP} = 9 - 2 = 7$

따라서 28 cm 이다.

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에 조건을 주었을 때, 어떤 사각형이 되는지를 바르게 연결한 것은?



① $\angle OAD = \angle ODA \rightarrow$ 마름모

② $\angle OAD = \angle OAB \rightarrow$ 직사각형

③ $\angle OBC = \angle OCB = 45°\rightarrow$ 정사각형

④ $\overline{OC} = \overline{OD} \rightarrow$ 정사각형

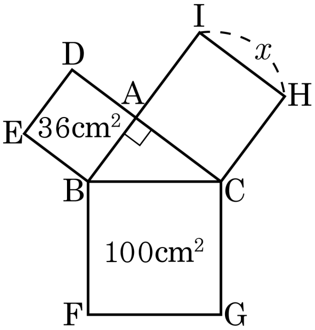
⑤ $\triangle OBC \equiv \triangle OCD \rightarrow$ 정사각형

해설

① $\angle OAD = \angle ODA$ 이면 $\overline{OA} = \overline{OD} \rightarrow$ 직사각형
② $\angle OAD = \angle OAB$ 이면 $\overline{AB} = \overline{AD} \rightarrow$ 마름모
③ $\angle OBC = \angle OCB = 45°$이면 $\overline{OB} = \overline{OC}$,
$\angle BOC = 90° \rightarrow$ 정사각형

④ $\overline{OC} = \overline{OD} \rightarrow$ 직사각형
⑤ $\triangle OBC \equiv \triangle OCD$이면
$\angle COB = \angle COD = 90°$,
$\overline{CD} = \overline{CB} \rightarrow$ 마름모

16. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. x의 값은?



① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm ④ 8 cm ⑤ 9 cm

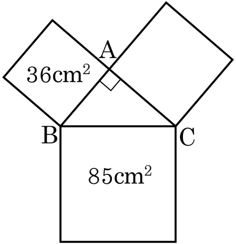
해설

□BFGC = □EBAD + □IACH,

□IACH = $100\,\text{cm}^2 - 36\,\text{cm}^2 = 64\,\text{cm}^2$,

$x^2 = 64\,\text{cm}^2$, $x = 8\,\text{cm}$.

17. 다음은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 세 개의 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AC}$ 의 길이는?



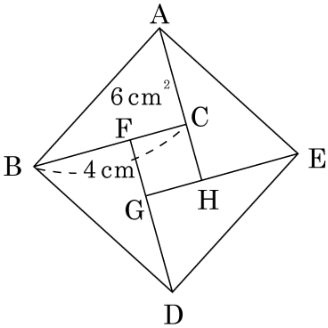
① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm

④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

$\overline{AB}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이가 36 cm^2
$\overline{BC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이가 85 cm^2 이다.
$\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이는
$85 - 36 = 49\ (\mathrm{cm}^2)$ 이므로 $\overline{AC} = 7\ \mathrm{cm}$ 이다.

18. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형 4개를 맞추어 정사각형 ABDE를 만든 것이다. $\triangle ABC = 6\,\text{cm}^2$이고, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$일 때, 다음 중 $\overline{AC}$의 길이, $\overline{CH}$의 길이, □FGHC의 넓이를 차례대로 나타낸 것은?



① $2\,\text{cm},\ 2\,\text{cm},\ 1\,\text{cm}^2$
② $3\,\text{cm},\ 1\,\text{cm},\ 1\,\text{cm}^2$
③ $3\,\text{cm},\ 2\,\text{cm},\ 1\,\text{cm}^2$
④ $3\,\text{cm},\ 3\,\text{cm},\ 2\,\text{cm}^2$
⑤ $4\,\text{cm},\ 3\,\text{cm},\ 2\,\text{cm}^2$

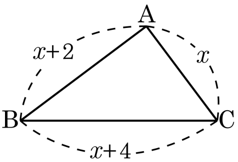
해설

$6\,\text{cm}^2 = \dfrac{1}{2} \times 4\,\text{cm} \times \overline{AC}$이므로 $\overline{AC} = 3\,\text{cm}$

$\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = 4\,\text{cm} - 3\,\text{cm} = 1\,\text{cm}$

□FGHC의 넓이는 $1\,\text{cm} \times 1\,\text{cm} = 1(\text{cm}^2)$

19. 다음 그림과 같이 세 변이 각각 x, $x+2$, $x+4$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

세 변은 모두 양수이어야 하므로 가장 작은 변인 x 가 양수이어야 한다.

$x > 0$

$(x+4)^2 = (x+2)^2 + x^2$

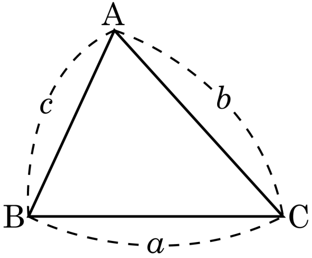
$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 4x + 4 + x^2$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$x = 6$ 또는 -2

$x > 0$ 이므로 $x = 6$ 이 된다.

20. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 세 변을 a, b, c 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

② $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

③ $a^2 < b^2 + c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

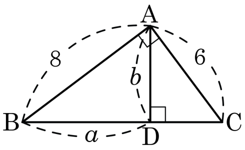
④ $\angle B > 90°$ 이면 $b^2 > a^2 + c^2$ 이다.

⑤ $\angle C < 90°$ 이면 $c^2 < a^2 + b^2$ 이다.

해설

$a^2 < b^2 + c^2$ 이면 $\angle A < 90°$ 이지만 $\angle C$ 또는 $\angle B$ 가 둔각일 수도 있다.

21. 다음은 직각삼각형의 한 점에서 수선을 그은 것이다. $a+b-1.2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{\mathrm{BC}}=10$ 이므로 삼각형의 넓이가 같음을 이용하면 $6\times8=10\times b$

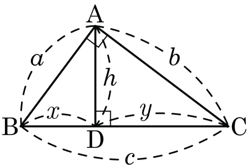
따라서 $b=4.8$

닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$\overline{\mathrm{DC}}=\dfrac{36}{10}=3.6$ 이므로 $a=6.4$

그러므로 $a+b-1.2=6.4+4.8-1.2=10$

22. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 90°$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때, 옳지 않은 것을 고르면?



① $h^2 = xy$ ② $b^2 = cy$

③ $a^2 = cx$ ④ $c^2 = ab$

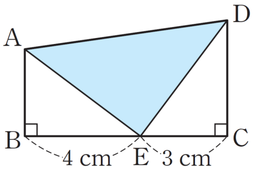
⑤ $a^2 + b^2 = c^2$

해설

④ $c^2 = a^2 + b^2$

23.

오른쪽 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\triangle ABE \equiv \triangle ECD$, $\overline{BE} = 4\text{ cm}$, $\overline{EC} = 3\text{ cm}$일 때, $\triangle AED$의 넓이를 구하시오.



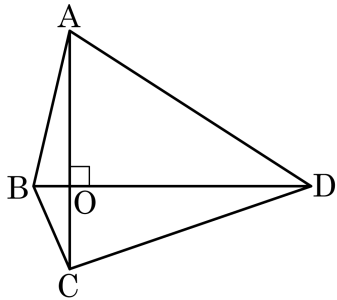
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{2}$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle ECD$에서 $\overline{AE} = \overline{ED}$,
$\angle AED = 90°$이므로
$\triangle AED$는 직각이등변삼각형이다.
$\triangle ABE$에서 $\overline{AB} = \overline{EC} = 3\text{ cm}$이므로
$\overline{AE}^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \quad \therefore \overline{AE} = \overline{DE} = 5\,(\text{cm})$
$\therefore \triangle AED = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2}\,(\text{cm}^2)$

24. 다음과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 를 만족하는 사각형 ABCD 는 $\boxed{}$ 이 성립한다.
 안에 들어갈 식으로 가장 적절한 것을 고르면?



① $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{AD}^2$

② $\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2$

③ $\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AD}^2$

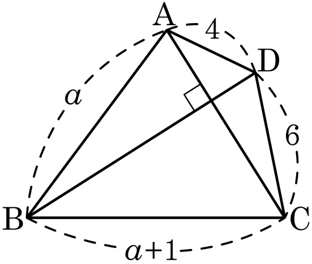
④ $\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

⑤ $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

해설

$\triangle$ABO 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{BO}^2$
$\triangle$CDO 에서 $\overline{CD}^2 = \overline{CO}^2 + \overline{DO}^2$
$\triangle$BCO 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{BO}^2 + \overline{CO}^2$
$\triangle$ADO 에서 $\overline{AD}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{DO}^2$

25. 다음 그림과 같이 대각선이 서로 직교하는 사각형 ABCD 에서 a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \dfrac{19}{2}$

해설

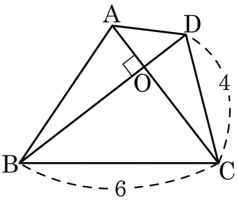
$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$ 이므로

$a^2 + 6^2 = (a+1)^2 + 4^2$

$a^2 + 36 = a^2 + 2a + 1 + 16$

$2a = 19 \quad \therefore a = \dfrac{19}{2}$

26. 다음 그림의 사각형 ABCD에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$일 때, $\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

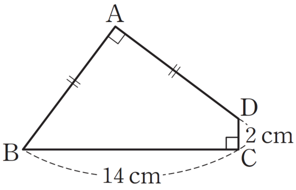
▷ 정답 : 20

해설

$$\overline{AB}^2 + 4^2 = \overline{AD}^2 + 6^2$$
$$\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$$

27.

오른쪽 그림의
□ABCD에서
$\angle A = \angle C = 90^\circ$이고
$\overline{BC} = 14\ \mathrm{cm}$,
$\overline{CD} = 2\ \mathrm{cm}$이다.
□ABCD의 둘레의 길이를 구하시오.

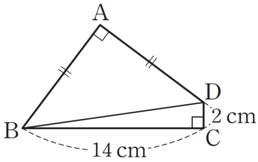


▶ 답 :

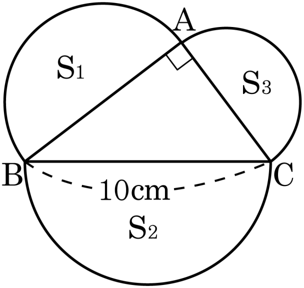
▷ 정답 : 36cm

해설

$\overline{BD}$를 그으면
△BCD에서
$\overline{BD}^2 = 14^2 + 2^2 = 200$
△ABD에서
$\overline{AB} = \overline{AD} = x\ \mathrm{cm}$라 하면
$x^2 + x^2 = 200,\quad x^2 = 100 \qquad \therefore\ x = 10$
$\therefore$ (□ABCD의 둘레의 길이)
$= 10 + 14 + 2 + 10 = 36\ (\mathrm{cm})$



28. 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 △ABC 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라고 할 때, $S_1+S_2+S_3$ 의 값을 구하면?



① $10\pi\mathrm{cm}^2$ ② $15\pi\mathrm{cm}^2$ ③ $20\pi\mathrm{cm}^2$

④ $25\pi\mathrm{cm}^2$ ⑤ $30\pi\mathrm{cm}^2$

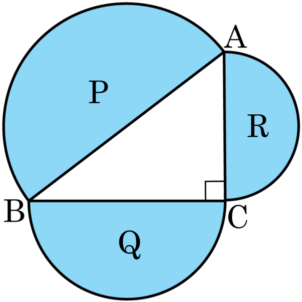
해설

$S_1+S_3=S_2$

$S_1+S_2+S_3=2S_2$

$\therefore 2\times\pi\times5^2\times\frac{1}{2}=25\pi(\mathrm{cm}^2)$

29. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

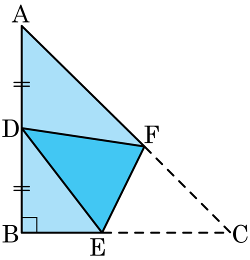


① $P = Q + R$ ② $P = QR$ ③ $Q^2 + R^2 = P^2$
④ $P = 2Q - R$ ⑤ $P = Q - R$

해설

작은 두 반원의 넓이의 합은 가장 큰 반원의 넓이와 같다.
① $P = Q + R$

30. 다음 그림은 $\overline{AB}=\overline{BC}=6\,\mathrm{cm}$ 인 직각이등변삼각형의 종이를 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 C 가 $\overline{AB}$ 의 중점에 오도록 접은 것이다. $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

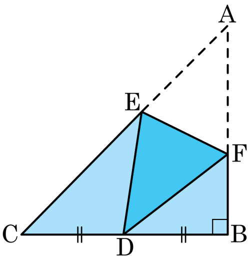
▷ 정답 : $\frac{9}{4}$ cm

해설

$\overline{BE}=x\,\mathrm{cm}$ 라 두면 $\overline{EC}=\overline{DE}=(6-x)\,\mathrm{cm}$ 이고 $\overline{BD}=6\div 2=3(\mathrm{cm})$ 이다. $\triangle BDE$는 직각삼각형이므로 $(6-x)^2=x^2+3^2$ 이다.

따라서 $x=\frac{9}{4}$ 이다.

31. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 6\,\text{cm}$ 인 직각이등변삼각형의 종이를 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 A 가 $\overline{BC}$ 의 중점 D 에 오도록 접은 것이다. $\triangle FDB$ 의 넓이를 구하면?



① $\frac{13}{4}\,\text{cm}^2$ ② $\frac{10}{3}\,\text{cm}^2$

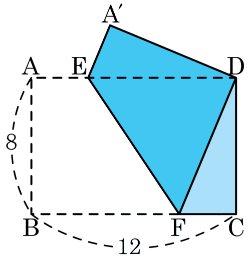
③ $\frac{27}{8}\,\text{cm}^2$ ④ $\frac{9}{2}\,\text{cm}^2$

⑤ $\frac{17}{5}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{BF} = x\,\text{cm}$ 라고 두면 $\overline{AF} = \overline{DF} = (6-x)\,\text{cm}$ 이고, $\overline{DB} = 6 \div 2 = 3(\text{cm})$ 이다. $\triangle FBD$ 는 직각삼각형이므로 $(6-x)^2 = x^2 + 3^2$, $x = \frac{9}{4}$ 이다. $\triangle FDB$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 3 \times \frac{9}{4} = \frac{27}{8}(\text{cm}^2)$ 이다.

32. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. 이 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?



① 3　　② $\frac{10}{3}$　　③ $\frac{11}{3}$

④ 4　　⑤ $\frac{13}{3}$

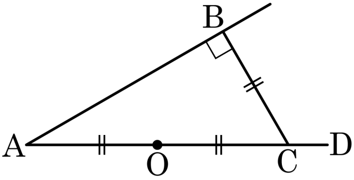
해설

$\triangle$A′ED 에서

$8^2 + x^2 = (12 - x)^2$

$\therefore x = \frac{10}{3}$

33. 다음 그림에서 점 O는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\overline{OA} = \overline{BC}$ 일 때, $\dfrac{\angle BCD}{\angle BAO}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

직각삼각형 빗변 $\overline{AC}$ 의 중점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$\therefore \overline{OA} = \overline{BC}, \overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle BOC$ 는 정삼각형이다.

따라서 $\angle BCO = \angle BOC = \angle OBC = 60°$

$\angle BCD = 180° - \angle BCO = 180° - 60° = 120° \cdots$ ㉠

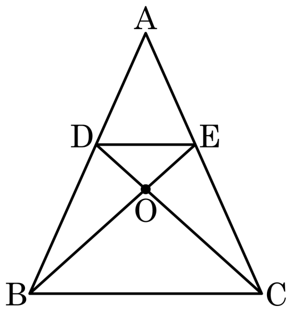
$\angle AOB = 180° - \angle BOC = 180° - 60° = 120°$

$\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\triangle BAO$ 는 이등변삼각형

$\angle BAO = \angle ABO = 30° \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\dfrac{\angle BCD}{\angle BAO} = \dfrac{120°}{30°} = 4$

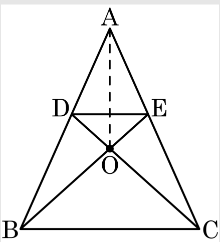
34. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{CE}$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad}^{\circ}$

▷ 정답 : $\underline{120}^{\circ}$

해설



$\angle DBE = x$, $\angle ECD = y$ 라 하면 $\triangle DBE$, $\triangle ECD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle DEB = \angle DBE = x$, $\angle ECD = \angle EDC = y$

점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

즉, $\triangle OAB$, $\triangle OAC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OAC = \angle OCA = y$

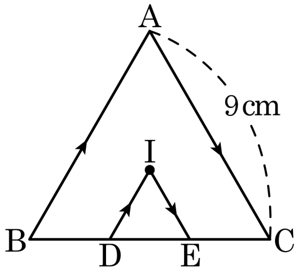
한편 외심의 성질에 의해 $\angle BOC = 2\angle A$ 이므로

$\angle DOE = \angle BOC$(맞꼭지각) $= 2(x+y)$

따라서 $\triangle ODE$ 에서 $y + x + 2(x+y) = 180^{\circ}$, $x + y = \angle A = 60^{\circ}$

$\therefore\ \angle BOC = 2\angle A = 120^{\circ}$

35. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 점 I 를 지나면서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 D , E 라 할 때, $\overline{DE} = (\quad)$cm 이다. 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID(\because \overline{AB}//\overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다.

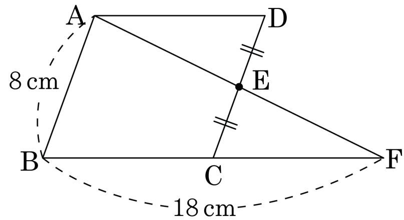
$\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$ 이다.

같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE$ $(\because \overline{AC}//\overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$

따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이)$= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 9(\text{cm})$ 이고,

$\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DE} = \frac{9}{3}\text{cm} = 3\text{cm}$ 이다.

36. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{CD}$의 중점을 E라 하고, $\overline{AE}$의 연장선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 F라 하자. 이 때 $\overline{AD}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

$\triangle ADE$와 $\triangle FCE$에서

$\overline{ED} = \overline{EC}$

$\angle ADE = \angle FCE$(엇각)

$\angle AED = \angle FEC$(맞꼭지각)

$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle FCE$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{AD} = \overline{FC}$이고, 평행사변형이므로

$\overline{AD} = \overline{BC}$

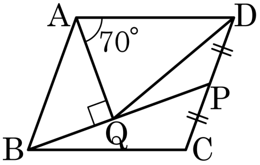
따라서 $\overline{CF} = \overline{AD} = \overline{BC}$

즉, $\overline{BF} = \overline{BC} + \overline{FC} = 2\overline{AD}$이므로

$2\overline{AD} = 18$

$\therefore\ \overline{AD} = 9(\text{ cm})$

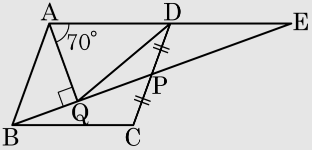
37. 다음은 $\angle AQB = 90°$ 고 $\overline{DP} = \overline{CP}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAQ = 70°$ 일때, $\angle DQP$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ___°

▷ 정답 : 20°

해설



$\overline{AD}, \overline{BP}$ 의 연장선의 교점을 E 라고 하면

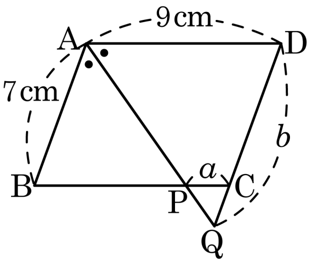
$\triangle BCP \equiv \triangle EDP$(ASA합동)

점 D 는 $\triangle AQE$ 의 외심이 된다.

$\overline{DA} = \overline{DQ} = \overline{DE}$ 이므로

$\angle DQP = 90° - 70° = 20°$

38. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 11 cm

해설

삼각형 ADQ, 삼각형 ABP 는 이등변삼각형 이므로

$a = 9 - 7 = 2(\mathrm{cm})$

$b = 9(\mathrm{cm})$

$\therefore a + b = 2 + 9 = 11(\mathrm{cm})$

39. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선의 교점이다.)

① $\angle A = 110°$, $\angle B = 70°$, $\angle C = 110°$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\overline{CD} = \overline{DA} = 6\,\text{cm}$

③ $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$

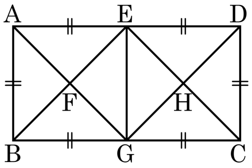
④ $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$

⑤ $\overline{OA} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OC} = 3\,\text{cm}$, $\overline{OD} = 3\,\text{cm}$

해설

① 두 쌍의 대각의 크기가 같아 평행사변형이다.

40. 두 정사각형을 이어 그림과 같이 □ABCD를 만들었다. □EBGD 는 어떤 사각형이며 또한 □EFGH 는 어떤 사각형인지 구하여라. (단, 답은 순서대로 적어라.)



① 평행사변형, 마름모

② 평행사변형, 직사각형

③ 평행사변형, 정사각형

④ 사다리꼴, 정사각형

⑤ 사다리꼴, 마름모

해설

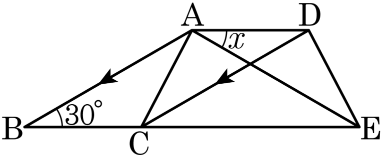
$\overline{BG} = \overline{ED}$, $\overline{BG} // \overline{ED}$ 이므로

□EBGD 는 평행사변형이다.

$\overline{EF} = \overline{EH} = \overline{HG} = \overline{FG}$ ($\because$ 대각선의 길이가 서로 같다)

따라서 □EFGH 는 정사각형이다.

41. 다음 그림의 □ACED가 $\overline{AD} /\!/ \overline{CE}$인 등변사다리꼴이고, $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\angle ABC = 30°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 30°

해설

$\triangle ADE$와 $\triangle DAC$에서

$\overline{DE} = \overline{AC}$, $\angle ADE = \angle DAC$, $\overline{AD}$는 공통

$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle DAC$ (SAS 합동)

$\therefore \angle ADC = \angle DAE = \angle x$

$\overline{AD} /\!/ \overline{CE}$이므로

$\angle x = \angle ADC = \angle DCE$ (엇각)

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\angle x = \angle DCE = \angle ABC$ (동위각)

$\therefore \ \angle x = 30°$

42. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형을 옳게 짝지은 것은?

보기

㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉡ 두 대각선의 길이가 같다.

㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡

② 평행사변형 : ㉠, ㉢

③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣

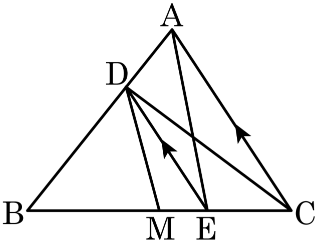
④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢

⑤ 정사각형 : ㉠, ㉢, ㉣

해설

① 등변사다리꼴 : ㉡
② 평행사변형 : ㉠
④ 직사각형 : ㉠, ㉡
⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

43. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이고, $\overline{BC}$의 중점을 M이라 한다. $\square ADME$의 넓이가 $10 cm^2$일 때, $\triangle DBC$의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\overline{DE} /\!/ \overline{AC}$이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle DAE = \triangle DEC$이므로

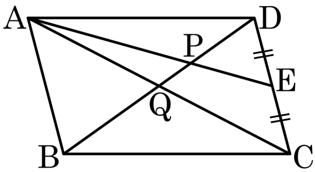
$\square ADME = \triangle DME + \triangle DAE = \triangle DME + \triangle DEC = \triangle DMC = 10(cm^2)$

$\overline{BM} = \overline{CM}$이므로 밑변과 높이가 같아

$\triangle DBM = \triangle DCM = 10(cm^2)$

$\therefore \triangle DBC = 2 \times 10 = 20(cm^2)$

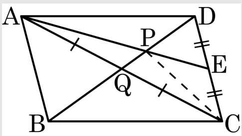
44. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 E는 $\overline{CD}$의 중점이고 $\overline{AP} : \overline{PE} = 2 : 1$이다. □ABCD의 넓이가 60일 때, △APQ의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



$\triangle ACE = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\square ABCD = 15$

$\triangle APC : \triangle EPC = 2 : 1$ 이므로

$\triangle APC = \frac{2}{3}\triangle ACE = \frac{2}{3} \times 15 = 10$

$\triangle APQ : \triangle CPQ = 1 : 1$

$\therefore\ \triangle APQ = \frac{1}{2}\triangle APC = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

45. 세 변의 길이가 각각 $a-7,\ a,\ a+1$ 로 나타내어지는 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 상수 a 의 값을 구하여라.

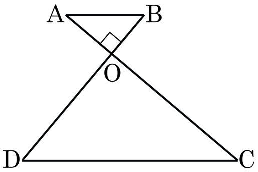
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

변의 길이이므로 $a-7>0,\ a>7 \cdots$ ㉠
삼각형이 될 조건에 의해
$(a-7)+a>a+1,\ a>8 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여
세 변 중 가장 긴 변이 $a+1$ 이므로
$(a+1)^2=(a-7)^2+a^2$
$a^2-16a+48=0$
$(a-4)(a-12)=0$
$\therefore\ a=12\ (\because\ a>8)$

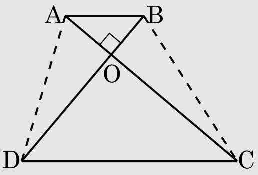
46. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 이고 $\overline{AB}=4$, $\overline{CD}=11$ 일 때, $\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127 ② 130 ③ 137

④ 140 ⑤ 157

해설



$\triangle OAD$ 에서 $\overline{OA}^2+\overline{OD}^2=\overline{AD}^2\cdots①$

$\triangle ODC$ 에서 $\overline{OD}^2+\overline{OC}^2=\overline{CD}^2\cdots②$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}^2+\overline{OC}^2=\overline{BC}^2\cdots③$

$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA}^2+\overline{OB}^2=\overline{AB}^2\cdots④$

①과 ③을 변변 더하면

$\overline{OA}^2+\overline{OB}^2+\overline{OC}^2+\overline{OD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2\cdots⑤$

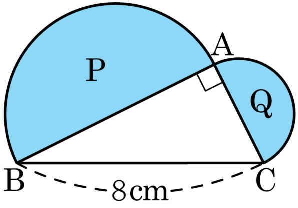
②와 ④를 변변 더하면

$\overline{OA}^2+\overline{OB}^2+\overline{OC}^2+\overline{OD}^2=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2\cdots⑥$

⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2$ 이므로

$\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=4^2+11^2=16+121=137$

47. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90°$ 이고, $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q 라 할 때, $P+Q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

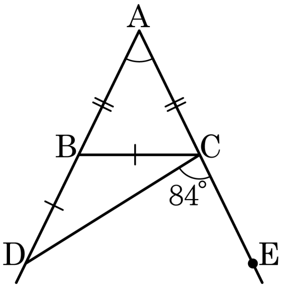
▷ 정답 : 8π cm^2

해설

$P+Q$ 는 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로

$$P+Q = \frac{1}{2} \times 4^2 \times \pi = 8\pi(cm^2)$$

48. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BC} = \overline{BD}$ 이고 $\angle DCE = 84^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 52 °

해설

$\angle BDC = \angle BCD = \angle a$ 라 하면

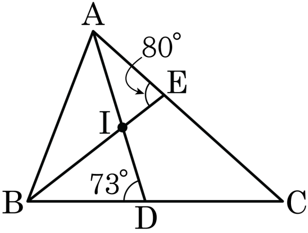
$\angle ABC = \angle ACB = 2\angle a$

$\angle ACD = 3\angle a = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$

$\therefore \angle a = 32^\circ$

$\angle A = 84^\circ - 32^\circ = 52^\circ$

49. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고, $\angle AEB = 80°$, $\angle ADB = 73°$이다. $\angle C$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $\underline{42°}$

해설

$\angle C = \angle x$, $\angle AIB = \angle EID = \frac{1}{2}\angle x + 90°$,

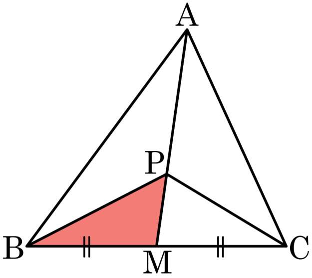
$\angle CEI = 180° - 80° = 100°$,

$\angle CDI = 180° - 73° = 107°$

$\square IECD$에서 $100° + 107° + \angle x + \frac{1}{2}\angle x + 90° = 360°$

$\therefore \angle x = 42°$

50. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP} = 2\overline{PM}$이다. $\triangle ABC = 60\text{cm}^2$일 때, $\triangle PBM$ 의 넓이는?



① 10cm^2　② 15cm^2　③ 20cm^2
④ 25cm^2　⑤ 30cm^2

해설

$\overline{AP} = 2\overline{PM}$이므로 $\triangle ABP = 2\triangle PBM$이다.
$\therefore \triangle ABM = 3\triangle PBM$
또, $\overline{BM} = \overline{CM}$이므로 $\triangle ABM = \triangle ACM$이다.
따라서 $\triangle ABC = 6\triangle PBM$이므로 $60 = 6\triangle PBM$
$\therefore \triangle PBM = 10(\text{cm}^2)$