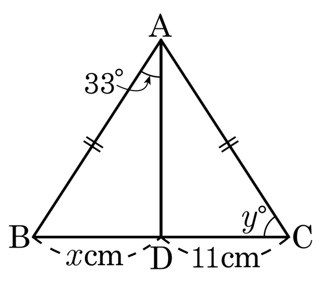
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라 하자. $\overline{DC} = 11\text{cm}$, $\angle BAD = 33°$일 때, $x + y$의 값은?



① 48 ② 58 ③ 68 ④ 78 ⑤ 88

해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

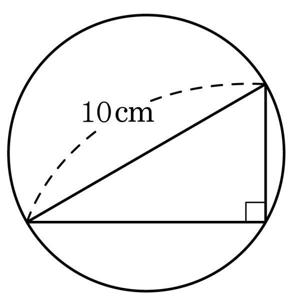
$\overline{BD} = \overline{DC} = 11\text{cm}$

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$y = \frac{1}{2}(180° - 66°) = 57°$

$\therefore\ x + y = 11 + 57 = 68$

2. 다른 그림와 같이 빗변의 길이가 10cm 인 직각삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

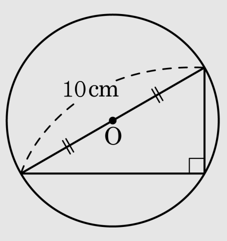


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

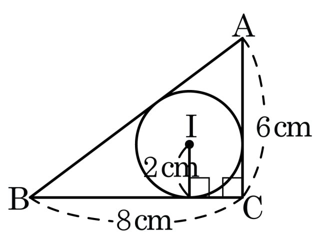
해설

직각삼각형의 외심 O는 빗변의 중심에 존재한다.



따라서 반지름의 길이는 5cm 이다.

3. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이고, $\triangle ABC$ 는 직각삼각형일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

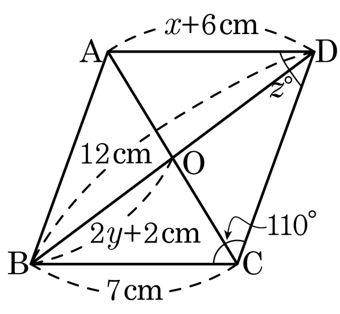
▷ 정답 : 24 cm

해설

$\triangle ABC$ 의 넓이가 $6 \times 8 \times \frac{1}{2} = 24$ 이므로 $\frac{1}{2} \times 2 \times$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이) $= 24$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 24cm 이다.

4. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = 7\text{cm}$, $\overline{BD} = 12\text{cm}$, $\angle BCD = 110°$ 일 때, $z - x - y$ 의 값을 구하여라.(단, 단위생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

$\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $x + 6 = 7$

$\therefore x = 1(\text{cm})$

평행사변형의 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

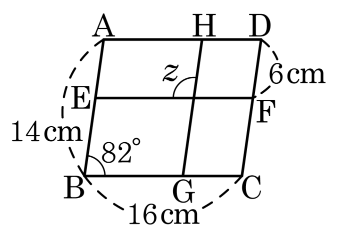
$\overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{BD}$, 즉 $2y + 2 = 6$

$\therefore y = 2(\text{cm})$

$\angle C + \angle D = 180°$, 즉 $110° + z = 180°$ 이므로 $z = 70°$

$\therefore z - x - y = 67$

5. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD} // \overline{EF}$, $\overline{AB} // \overline{HG}$ 일 때, z 의 값은?

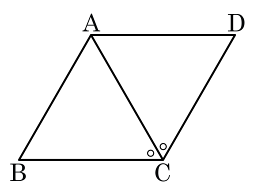


① $82°$ ② $86°$ ③ $90°$ ④ $92°$ ⑤ $98°$

해설

$\angle z = 180° - 82° = 98°$

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BCA = \angle DCA$ 이면 $\square ABCD$ 는 어떤 사각형인가?

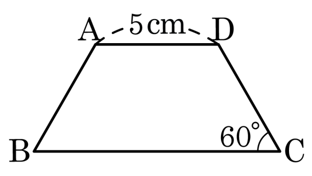


① 평행사변형 ② 사다리꼴 ③ 직사각형
④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle BCA = \angle DAC$ (엇각), $\angle DCA = \angle CAB$ (엇각) 이고, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$는 이등변삼각형이다. $\therefore \overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{CD} \rightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$ $\therefore \square ABCD$는 마름모가 된다.

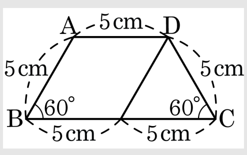
7. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AD} = 5\,\text{cm}$, $\angle C = 60°$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답:

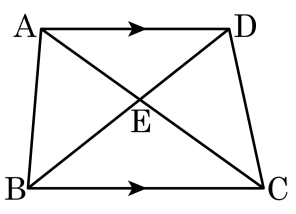
▷ 정답: 25 cm

해설



$5 \times 5 = 25(\text{cm})$

8. 다음 그림의 사각형 ABCD 에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $15cm^2$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

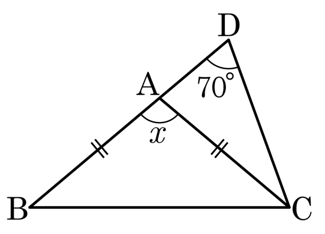
▷ 정답 : 15 cm^2

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DBC$ 에서 $\overline{BC}$ 는 동일하고 $\overline{AD}$ 에서 $\overline{BC}$ 까지의 거리는 같으므로

$\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle DBC$ 의 넓이는 동일하다.

9. 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BD} = \overline{BC}$ 이고 $\angle D = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

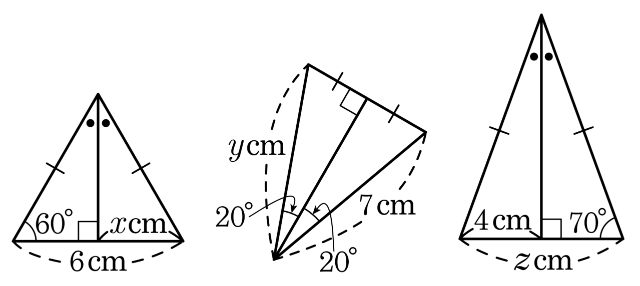


① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

$\angle DCB = 70°, \angle B = 40°, \angle x = 100°$

10. 다음과 같이 모양이 서로 다른 이등변삼각형 3 개가 있다. 이때, $x+y+z$ 의 값은 ?



① 18cm ② 19cm ③ 20cm ④ 21cm ⑤ 22cm

해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

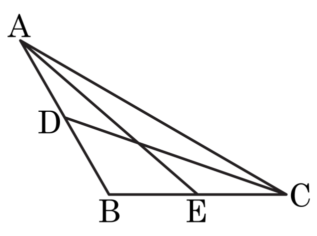
$x = 3(\text{cm})$

$y = 7(\text{cm})$

$z = 4 + 4 = 8(\text{cm})$

$\therefore\ x + y + z = 3 + 7 + 8 = 18(\text{cm})$

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, C 에서 대변의 중점과의 교점을 각각 D, E 라고 할 때, $\overline{AE} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉮~㉰ 에 들어갈 말을 알맞게 쓴 것을 고르면?



[가정] $\overline{AB} = \overline{BC}$, 점 D, E 는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점
[결론] $\overline{AE} = \overline{CD}$
[증명] $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 에서
(㉮)는 공통 $\cdots$ ㉠
$\angle DAC = \angle ECA \cdots$ ㉡
또 $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로
(㉯)$\cdots$ ㉢
㉠,㉡,㉢에서 $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 는 SAS 합동
따라서 (㉰)

① $\overline{AE}$, $\overline{AD} = \overline{CE}$, $\overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

② $\overline{AE}$, $\overline{AE} = \overline{CD}$, $\overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.

③ $\overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{CE}$, $\overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

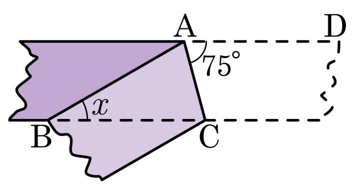
④ $\overline{AC}$, $\overline{AE} = \overline{CD}$, $\overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

⑤ $\overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{CE}$, $\overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.

해설

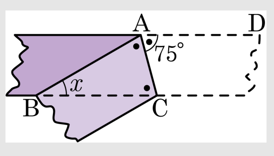
[가정] $\overline{AB} = \overline{BC}$, 점 D, E 는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점
[결론] $\overline{AE} = \overline{CD}$
[증명] $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 에서
($\overline{AC}$)는 공통$\cdots$ ㉠
$\angle DAC = \angle ECA\cdots$ ㉡
또 $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로
($\overline{AD} = \overline{CE}$)$\cdots$ ㉠
㉠,㉡,㉢에서 $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 는 SAS 합동
따라서 ($\overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.)

12. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle CAD = 75°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



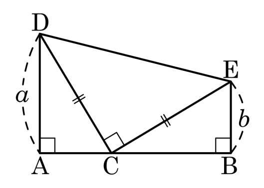
① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설



$\angle DAC = \angle CAB = 75°$ (종이 접은 각)
$\angle DAC = \angle ACB = 75°$ (엇각)
따라서 $\triangle ABC$는 밑각의 크기가 $75°$이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$인 이등변 삼각형이다.
$\therefore\ \angle x = 180° - 75° - 75° = 30°$

13. 다음 그림에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle \mathrm{ADC} = \angle \mathrm{ECB}$　　② $\angle \mathrm{CDE} = \angle \mathrm{CEB}$

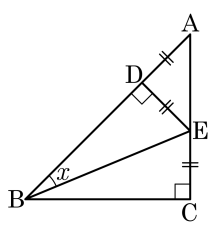
③ $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DA}} + \overline{\mathrm{EB}}$　　④ $\triangle \mathrm{ACD} \equiv \triangle \mathrm{BEC}$

⑤ $\square \mathrm{ABED} = \frac{1}{2}(a+b)^2$

해설

$\triangle \mathrm{ACD}$ 에서 $\angle \mathrm{ADC} + \angle \mathrm{ACD} = 90°$
또한, $\angle \mathrm{DCE} = 90°$ 이므로 $\angle \mathrm{ACD} + \angle \mathrm{ECB} = 90°$
$\therefore\ \angle \mathrm{ADC} = \angle \mathrm{ECB} \cdots\cdots$ ㉠
$\triangle \mathrm{ACD}$ 와 $\triangle \mathrm{BEC}$ 에서
$\angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{B} = 90° \cdots\cdots$ ㉡
$\overline{\mathrm{DC}} = \overline{\mathrm{CE}} \cdots\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서 $\triangle \mathrm{ACD} \equiv \triangle \mathrm{BEC}$ (RHA 합동)
즉, $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{EB}}$, $\overline{\mathrm{CB}} = \overline{\mathrm{DA}}$
$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}} + \overline{\mathrm{CB}} = \overline{\mathrm{DA}} + \overline{\mathrm{EB}} = a + b$
또, $\square \mathrm{ABED} = \frac{1}{2}(a+b) \times \overline{\mathrm{AB}} = \frac{1}{2}(a+b) \times (a+b) = \frac{1}{2}(a+b)^2$

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



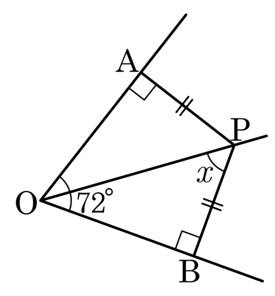
① 22°　② 22.5°　③ 23°

④ 23.5°　⑤ 25°

해설

$\triangle$DBE 와 $\triangle$CBE 에 대하여
$\angle BDE = \angle BCE = 90°$, $\overline{DE} = \overline{CE}$,
$\overline{BE}$ 는 공통, $\triangle DBE \equiv \triangle CBE$ (RHS 합동)
$\angle DBE = \angle CBE$ 이고 $\angle DBE + \angle CBE = \angle ABC = 45°$ 이므로
$\therefore \angle x = \angle DBE = 22.5°$

15. 다음 그림에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$, $\angle AOB = 72°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

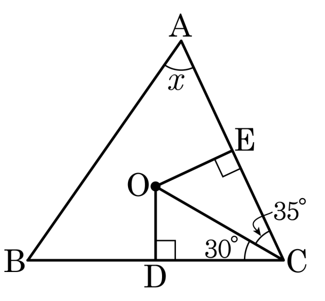


① 50° ② 52° ③ 54° ④ 56° ⑤ 58°

해설

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서
i) $\angle A = \angle B = 90°$
ii) $\overline{AP} = \overline{BP}$
iii) $\overline{OP}$ 는 공통
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$(RHS합동) 이다. 합동인 도형의 대응각의 크기는 같으므로
$\angle AOP = \angle BOP = 36°$
$\therefore \angle x = 90° - 36° = 54°$

16. 다음 그림에서 점 O 가 $\overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 수직이등분선의 교점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 40°　　② 50°　　③ 60°　　④ 70°　　⑤ 80°

해설

보조선 $\overline{\mathrm{OB}}$, $\overline{\mathrm{OA}}$ 를 그으면 $\angle\mathrm{OBC} = 30°$, $\angle\mathrm{OAE} = 35°$

$\angle\mathrm{OBA} = \angle\mathrm{OAB}$

삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로

$\angle\mathrm{A} + \angle\mathrm{B} + \angle\mathrm{C} = 180° \cdots$ ㉠

$\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{OAB} + 35° \cdots$ ㉡

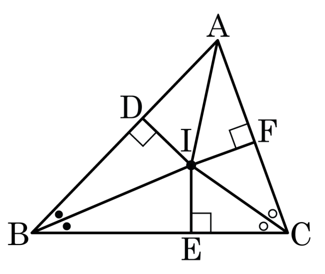
$\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{OBA} + 30° \cdots$ ㉢

$\angle\mathrm{C} = 30° + 35° \cdots$ ㉣

㉡, ㉢, ㉣을 ㉠에 대입하면 $\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA} = 25°$

$\therefore \angle\mathrm{A} = 25° + 35° = 60°$ 이다.

17. 다음은 ‘삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다’를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



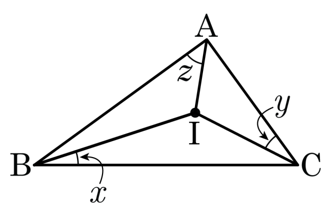
$\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 I라 하면
i) $\overline{BI}$는 $\angle B$의 이등분선이므로
$\triangle BDI \equiv \triangle BEI$ $\therefore$ $\overline{ID} = ($ ㉠ $)$
ii) $\overline{CI}$는 $\angle C$의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ $\therefore$ $\overline{IE} = ($ ㉡ $)$
iii) $\overline{ID} = ($ ㉠ $) = ($ ㉡ $)$
iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI \equiv ($ ㉢ $)$
$\therefore \angle DAI = ($ ㉣ $)$
따라서 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 (㉤)이다.
따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$
② ㉡ : $\overline{IF}$
③ ㉢ : $\triangle BDI$
④ ㉣ : $\angle FAI$
⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,
$\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$에 대하여 점 I는 내심이고, $x : y : z = 2 : 3 : 5$ 이다. 이때, $\angle y + \angle z$ 값을 구하여라.



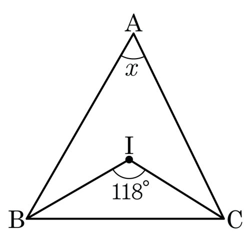
▶ 답 : $\underline{\quad}^{\circ}$

▷ 정답 : $72\,{}^{\circ}$

해설

$\angle x + \angle y + \angle z = 90^{\circ}$
$x : y : z = 2 : 3 : 5$ 이므로 $\angle x = 2k,\ \angle y = 3k,\ \angle z = 5k$ 이다.
$2k + 3k + 5k = 90^{\circ},\ k = 9$
$\therefore \angle x = 18^{\circ},\ \angle y = 27^{\circ},\ \angle z = 45^{\circ}$
$\therefore \angle y + \angle z = 27^{\circ} + 45^{\circ} = 72^{\circ}$

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle BIC = 118°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 56°

해설

$$90° + \frac{1}{2}\angle x = 118°$$

$$\therefore \angle x = 56°$$

20. $\triangle$ABC 의 내접원의 지름의 길이가 18 이고 $\triangle$ABC 의 넓이가 63 일 때, 이 삼각형의 둘레의 길이를 구하면?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

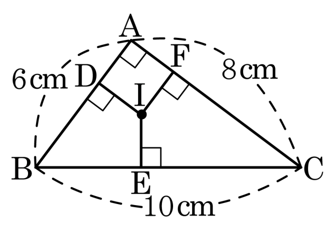
해설

지름이 18 이므로 반지름의 길이는 9 이다.

($\triangle$ABC의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 9 \times$ ($\triangle$ABC의 둘레의 길이) $= 63$ 이다.

따라서 $\triangle$ABC 의 둘레의 길이는 14 이다.

21. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AD}$ 의 길이는?

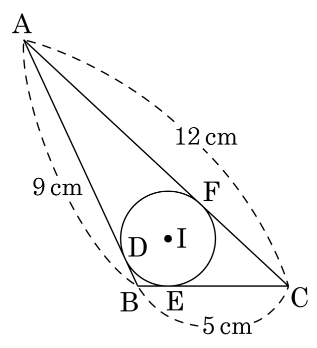


① 1.6cm ② 1.8cm ③ 2cm
④ 2.2cm ⑤ 2.5cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$라 하면
$\overline{BE} = \overline{BD} = \overline{AB} - x = 6 - x$이고,
$\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{AC} - x = 8 - x$이다.
$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 10\text{cm}$ 이므로
$10 = (6 - x) + (8 - x)$
$\therefore\ x = 2(\text{cm})$

22. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, CA의 접점이다. 이 때, $\overline{AF}$의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

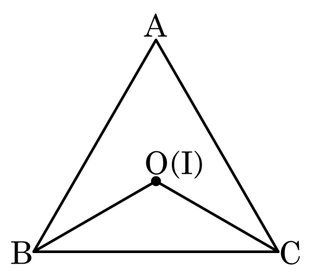
▷ 정답: 8 cm

해설

$\overline{AF} = \overline{AD} = x(\text{cm})$라 하면
$\overline{BD} = \overline{BE} = 9 - x(\text{cm})$
$\overline{CE} = \overline{CF} = 12 - x(\text{cm})$

따라서 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 5(\text{cm})$에서
$(9 - x) + (12 - x) = 5$
$x = 8(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{AF} = 8(\text{cm})$

23. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle ABO = \angle BCO$　② $\overline{AB} = \overline{BC}$

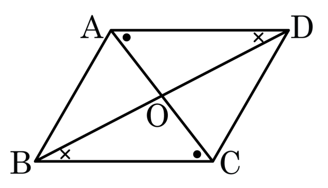
③ $\angle BOC = 120°$　④ $\angle A = 2\angle OCB$

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 100°$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때는 삼각형이 정삼각형인 경우이므로
$\angle BAC = 60°$ 이다.
따라서 $\angle BOC = 2\angle A = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30°$ 이다.
⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 60° + 30° = 90°$

24. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정] $\boxed{}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

② □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$

③ □ABCD에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

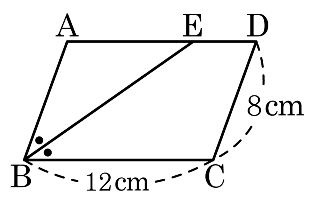
④ □ABCD에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$

⑤ □ABCD에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{AD}$, $\overline{CD} \,//\, \overline{BC}$

해설

□ABCD에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$를 가정하여 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$를 증명하는 과정이다.

25. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다.$\overline{BC} = 12\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?

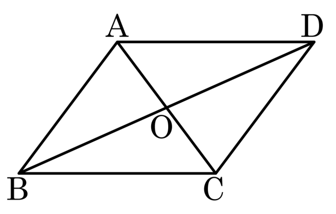


① 2 cm　② 3 cm　③ 4 cm　④ 5 cm　⑤ 6 cm

해설

$\angle EBC = \angle AEB$ (엇각)
즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로
$\overline{AB} = \overline{AE} = 8(\text{cm})$
$\overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 12 - 8 = 4(\text{cm})$

26. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 골라라.



㉠ $\angle ABC + \angle BCD = 180°$ ㉡ $\overline{AB} = \overline{DC}$ ㉢ $\angle ADB = \angle ACB$ ㉣ $\overline{AO} = \overline{CO}$ ㉤ $\angle BAC = \angle ACD$

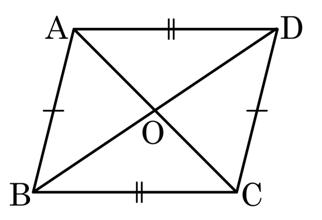
▶ 답:

▷ 정답: ㉢

해설

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$

27. 다음은 ‘두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.’를 증명하는 과정이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



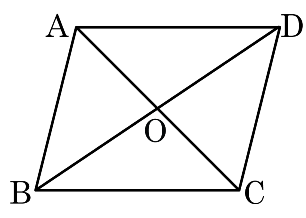
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$
[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면
△ABC와 △CDA 에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯ ㉠
$\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$ (가정) ⋯ ㉡
$\boxed{\text{ㄷ}}$는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
∠BAC = ∠DCA 이므로
$\boxed{\text{ㄱ}} // \overline{DC}$ ⋯ ㉣
∠ACB = $\boxed{\text{ㅁ}}$ 이므로
$\overline{AD} // \overline{BC}$ ⋯ ㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{AB}$
② ㄴ : $\overline{BC}$
③ ㄷ : $\overline{AC}$
④ ㄹ : SAS
⑤ ㅁ : ∠CAD

해설

△ABC ≡ △CDA (SSS 합동)

28. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형이 되지 <u>않는</u> 것은?



① $\triangle AOD \equiv \triangle COB$

② $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

③ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 5\text{cm}$

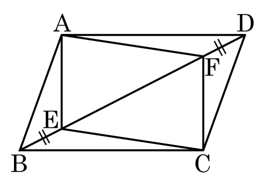
④ $\angle A = 130°, \angle B = 50°, \angle C = 130°$

⑤ $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$

해설

⑤ $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 일 때, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이다.

29. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 BD 위에 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형 ② 마름모 ③ 직사각형

④ 정사각형 ⑤ 사다리꼴

해설

$\overline{\mathrm{AD}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 이므로 $\angle\mathrm{DBC} = \angle\mathrm{BDA}$,

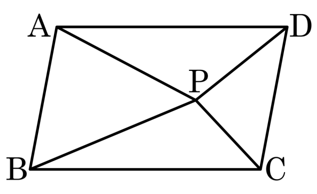
$\overline{\mathrm{AB}}//\overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle\mathrm{ABD} = \angle\mathrm{CDB}$

$\therefore \triangle\mathrm{ABE} \equiv \triangle\mathrm{CDF}$, $\triangle\mathrm{BCE} \equiv \triangle\mathrm{DAF}$

$\rightarrow \overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CF}}$, $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CE}}$

따라서 두 쌍의 대응변의 길이가 각각 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

30. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\square ABCD$ 의 넓이는 $60cm^2$ 이고, $\triangle ABP$ 의 넓이는 $\triangle CDP$ 의 넓이의 2 배일 때, $\triangle CDP$ 의 넓이를 구하면 ?



① $5cm^2$ ② $10cm^2$ ③ $15cm^2$
④ $20cm^2$ ⑤ $25cm^2$

해설

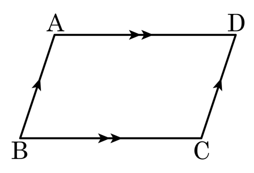
내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이므로

$\triangle ABP + \triangle CDP = \frac{1}{2}\square ABCD$ 이다.

$\triangle ABP = 2\triangle CDP$ 이므로 $3\triangle CDP = \frac{1}{2}\square ABCD$

$\therefore\ \triangle CDP = \frac{1}{6}\square ABCD = 10(cm^2)$

31. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 가 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 를 만족할 때, 직사각형이 되는 조건을 모두 고르면?



① $\angle A = \angle C$ 이다.

② $\angle A = \angle D$ 이다.

③ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, $\overline{AO} \perp \overline{DO}$ 이다.

④ $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다.

⑤ $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고, $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이다.

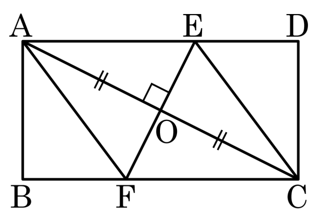
해설

한 내각이 직각인 평행사변형은 직사각형이다.

② $\angle A = \angle D = 90°$

④ $\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동) 이므로 $\angle A = \angle D = 90°$

32. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BF} = 3\text{cm}$, $\overline{AF} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle$AFC 의 넓이를 구하여라.



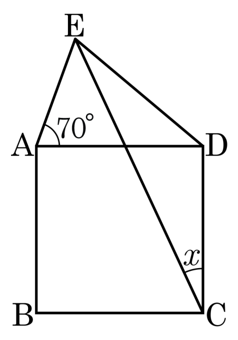
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $10\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle$OEA 와 $\triangle$OFC 에서 $\angle AOE = \angle COF$ (맞꼭지각),
$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle EAO = \angle FCO$ (엇각)
따라서 두 삼각형이 합동이므로 $\overline{EO} = \overline{FO}$ 이다.
□AFCE는 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 마름모이다.
즉, $\overline{FC} = \overline{AF} = 5\text{cm}$ 이고, 높이는 $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 이므로
$\therefore\ \triangle AFC = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10(\text{cm}^2)$

33. 다음 그림에서 $\square\mathrm{ABCD}$ 는 정사각형이고, $\angle\mathrm{EAD} = 70°$, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{ED}}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

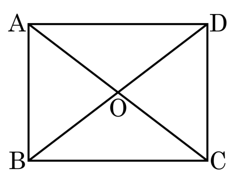


① 10°　② 15°　③ 20°　④ 25°　⑤ 30°

해설

$\square\mathrm{ABCD}$ 는 정사각형이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{DE}}$ 이고 $\triangle\mathrm{DAE}$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle\mathrm{EDA} = 180° - 70° - 70° = 40°$ 이다.
$\triangle\mathrm{CDE}$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle x = (180° - 40° - 90°) \div 2 = 25°$ 이다.

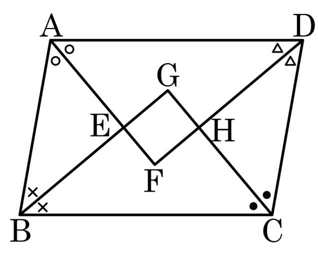
34. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건은?



① $\overline{AB} = \overline{AC}$
② $\angle A = 90°$
③ $\angle AOB = 90°$
④ $\overline{AO} = \overline{BO}$
⑤ $\angle CDA = \angle ACB$

해설
직사각형이 정사각형이 되려면 네 변의 길이가 모두 같거나 두 대각선이 서로 수직이등분하면 된다.
따라서 $\angle AOB = 90°$ 이다.

35. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 네 내각의 이등분선을 연결하여 □EFGH 를 만들었을 때, □EFHG 는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형　② 사다리꼴　③ 직사각형
④ 정사각형　⑤ 마름모

해설

$\angle ABC + \angle BAD = 180°$ 이므로 $\angle GBA + \angle FAB = 90°$ 이고, $\triangle ABE$ 에서 $\angle AEB = 180° - 90° = 90°$ 이다.
마찬가지로 $\angle EGH = \angle EFH = \angle CHD = 90°$ 이므로 □EFGH 는 직사각형이다.

36. 다음 중 사각형에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
② 이웃하는 두 각의 크기가 같은 평행사변형은 정사각형이다.
③ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직 이등분하는 직사각형은 정사각형이다.
⑤ 한 내각이 직각인 평행사변형은 직사각형이다.

해설
이웃하는 두 각의 크기가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

37. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 등변사다리꼴	㉡ 평행사변형
㉢ 직사각형	㉣ 마름모
㉤ 정사각형	㉥ 사다리꼴

① ㉠, ㉢ ② ㉣, ㉤ ③ ㉠, ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

해설
두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

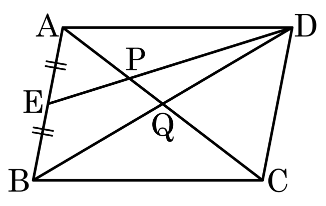
38. 직사각형의 중점을 연결했을 때 나타나는 사각형의 성질을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 네 변의 길이가 모두 같다.
② 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
④ 네 각의 크기가 모두 직각이다.
⑤ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

해설

직사각형의 중점을 연결해 생기는 사각형은 마름모이다. 마름모는 네 각의 크기가 모두 직각이 아니다.

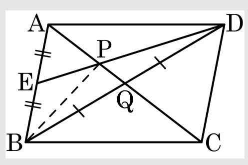
39. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E 는 변 AB 의 중점이고, $\overline{\mathrm{DP}} : \overline{\mathrm{PE}} = 2 : 1$ 이다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 600 일 때, $\triangle\mathrm{DPQ}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설



$\triangle\mathrm{BDE} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{ABD} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = 150$

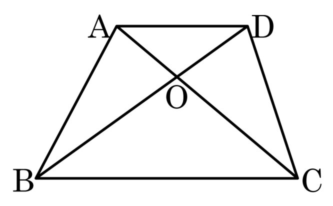
$\triangle\mathrm{DBP} : \triangle\mathrm{EBP} = 2 : 1$ 이므로

$\triangle\mathrm{DBP} = \frac{2}{3}\triangle\mathrm{BDE} = \frac{2}{3} \times 150 = 100$

$\triangle\mathrm{BPQ} : \triangle\mathrm{DPQ} = 1 : 1$

$\therefore\ \triangle\mathrm{DPQ} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{DBP} = \frac{1}{2} \times 100 = 50$

40. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AO} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이고 $\triangle DOC = 12cm^2$ 이다. 사다리꼴 ABCD 의 넓이는?

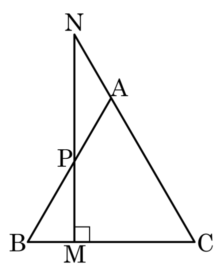


① $32cm^2$ ② $48cm^2$ ③ $54cm^2$
④ $63cm^2$ ⑤ $72cm^2$

해설

$1 : 2 = \triangle AOD : 12cm^2$, $\triangle AOD = 6cm^2$
$\triangle DOC = \triangle AOB = 12cm^2$, $1 : 2 = 12cm^2 : \triangle BOC$, $\triangle BOC = 24cm^2$
$\square ABCD = 6 + 12 + 12 + 24 = 54(cm^2)$

41. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 변 AB 위에 점 P 를 잡아 P 를 지나면서 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선이 변 BC , 변 CA 의 연장선과 만나는 점을 각각 M, N 이라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{AP} = \overline{BP}$　② $\overline{AP} = \overline{AN}$

③ $\angle BAC = 2\angle ANP$　④ $\angle ANP = \angle APN = \angle BPM$

⑤ $\triangle NCM \equiv \triangle PBM$

해설

$\angle C = \angle x$ 라고 하면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle B = \angle x$,$\angle BAC = 180° - 2\angle x$

$\triangle BPM$ 에서 $\angle BPM = 90° - \angle x$ 또 $\angle BPM = \angle APN$ (맞꼭지각)

$\triangle APN$ 에서 $\angle BAC = \angle APN + \angle ANP$ 이므로

$180° - 2\angle x = (90° - \angle x) + \angle ANP$

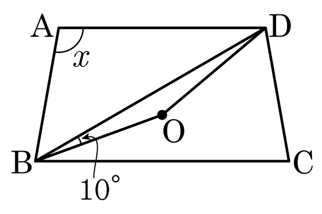
$\angle ANP = 90° - \angle x$

$\therefore \angle ANP = \angle BPM = \angle APN$, $\angle BAC = 2\angle ANP$

$\triangle APN$ 에서 두 각의 크기가 같으므로 이등변삼각형

$\therefore \overline{AP} = \overline{AN}$

42. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABD$ 와 $\triangle BDC$ 의 외심이다. $\angle OBD = 10°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

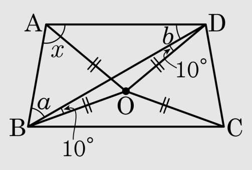


▶ 답: °

▷ 정답: 100°

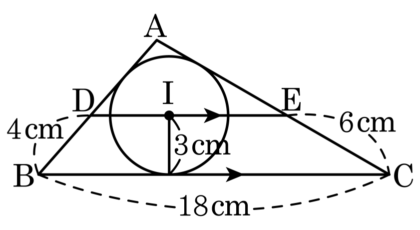
해설

점 O 는 $\triangle BDC$ 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OD}$
$\triangle ODB$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBD = 10°$
$\therefore\ \angle DOB = 180° - 20° = 160°$



점 O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OD}$ 이고 $\angle ABD = a$, $\angle ADB = b$ 라 하면
$\triangle ABO$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OAB = a + 10°$
$\triangle ADO$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAD = b + 10°$
따라서 사각형 OBAD 의 합은 360° 이므로
$\angle OBA + \angle BAD + \angle ADO + \angle DOB$
$= (a + 10°) + (a + 10° + b + 10°) + (b + 10°) + 160°$
$= 2a + 2b + 200°$
$= 360°$
$\therefore\ a + b = 80°$
$\therefore\ \angle A = a + b + 20° = 80° + 20° = 100°$

43. 내접원의 반지름이 3cm 인 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선이 변 AB, AC 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, $\square DBCE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

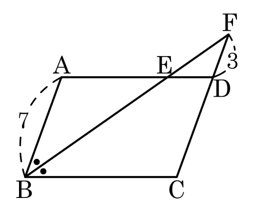
▷ 정답 : $\underline{42\,\text{cm}^2}$

해설

$\overline{BI}$ 를 그으면 점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC$
또한, $\overline{DI} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\therefore \angle DBI = \angle DIB$
같은 방법으로 $\overline{CI}$ 를 그으면 $\angle ECI = \angle EIC$
따라서 $\overline{DB} = \overline{DI} = 4\text{cm}$, $\overline{EI} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 10\text{cm}$ 가 된다.

사각형 DBCE 에서 넓이는 $\frac{1}{2} \times (10 + 18) \times 3 = 42(\text{cm}^2)$ 이다.

44. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 E , $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라고 한다. $\overline{AB}=7$, $\overline{FD}=3$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



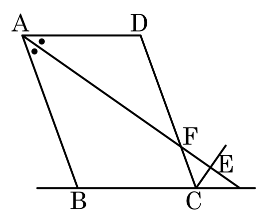
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{AB}//\overline{CF}$ 이므로 $\angle ABE=\angle BFC$ (엇각) 이다.
그러므로 삼각형 BCF 는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 의 길이는 $\overline{CF}$ 의 길이와 같으므로 $7+3=10$ 이다.

45. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 의 내각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 E 라고 할 때, $\angle AEC =$ (　　　)° 이다. (　　　)안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$\angle BAE = a$

$\angle DCE = b$ 라 하면

$\angle B = 2b$ 이고

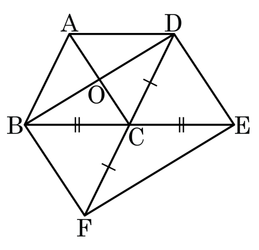
$\angle A + \angle B = 180°$ 이므로

$a + b = 90°$

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAF = \angle CFE = a$

$\therefore \angle AEC = 180° - (a + b) = 90°$

46. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 가 되도록 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$ 의 연장선 위에 각각 점 E, F 를 잡았다. $\triangle$ADC 의 넓이가 $7\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, □BFED 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $28\,\mathrm{cm}^2$

해설

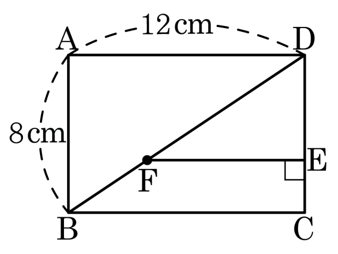
두 대각선이 서로 다른 것을 이등분했으므로 □BDEF 는 평행사변형이 된다.

$\triangle$CBD 의 넓이는 □ABCD 의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\triangle$ADC 의 넓이와 같다.

$\triangle\mathrm{CBD} = 7\,\mathrm{cm}^2$, $\square\mathrm{BFED} = 4 \times \triangle\mathrm{CBD}$

$\therefore\ \square\mathrm{BFED} = 4 \times 7 = 28\ (\mathrm{cm}^2)$

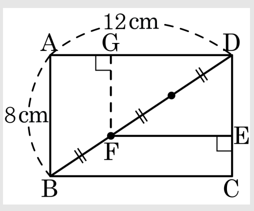
47. 오른쪽 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 12\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 이고 점 F 는 대각선 BD 를 삼등분하는 한 점이다. F 에서 $\overline{DC}$ 에 그은 수선의 발을 E 라 할 때, $\overline{FE}$ 의 길이는?



① 8cm ② 7cm ③ 6cm ④ 5cm ⑤ 4cm

해설

F 에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 G 라 하자.

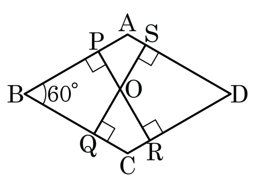


$\overline{AD} : \overline{GD} = 3 : 2$

$\therefore \overline{GD} = \frac{2}{3} \times \overline{AD} = 8(\text{cm})$

따라서 $\overline{FE} = \overline{GD} = 8(\text{cm})$

48. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60°$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}$ 와 같은 것은?

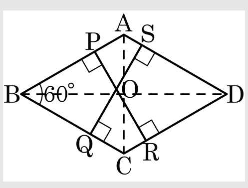


① $\overline{AC}$　　② $\overline{BD}$　　③ $\overline{OA}+\overline{OC}$

④ $\overline{OB}+\overline{OD}$　　⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



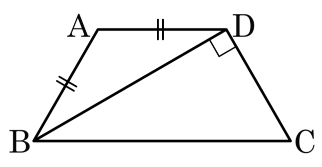
$\square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$
$= \frac{a}{2}\times\overline{OP} + \frac{a}{2}\times\overline{OQ} + \frac{a}{2}\times\overline{OR} + \frac{a}{2}\times\overline{OS}$
$= \frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) \quad \cdots$ ㉠

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B = 60$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC}=a$ 이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD} = \frac{a}{2}\times\overline{BD}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ $\therefore$ $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}=\overline{BD}$

49. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 90°$ 일 때, $\angle C$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

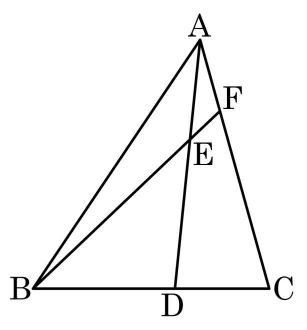
▷ 정답 : 60°

해설

$\angle ADB = \angle DBC = \frac{1}{2}\angle C$

$\frac{1}{2}\angle C + \angle C = 90°$이므로, $\angle C = 60°$

50. 다음과 같이 넓이가 36 인 삼각형 ABC 에서 $\overline{BD} = 2\overline{DC}$, $\overline{ED} = 3\overline{AE}$ 이고, 선분 BE 의 연장선과 변 AC 의 교점을 F 라 할 때, $\overline{BE} = 5\overline{EF}$ 일 때, $\triangle ABE + \square CDEF$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16.8

해설

$\overline{BE} = 5\overline{EF}$ 이므로 $\triangle ABE = 5\triangle AEF$
$\overline{ED} = 3\overline{AE}$ 이므로 $\triangle EBD = 3\triangle ABE$
따라서 $\triangle EBD = 15\triangle AEF$
$\overline{BD} = 2\overline{DC}$ 이므로 $\triangle ABD = 2\triangle ACD$ 이다.
$\triangle AEF$ 의 넓이를 k 라 하면
$\triangle ABD = 5k + 15k = 20k$
따라서 $\triangle ABC = 30k = 36$ 이므로 $k = \frac{6}{5}$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore\ \triangle ABE + \square CDEF &= 5k + (10k - k) \\ &= 14k \\ &= 14 \times \frac{6}{5} \\ &= 16.8 \end{aligned}$$