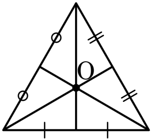
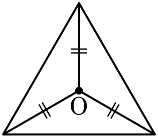
1. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?

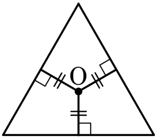
①



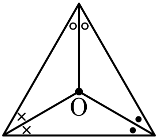
②



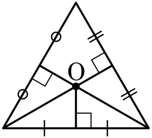
③



④



⑤

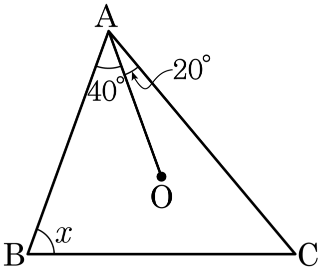


해설

내심 ③,④

외심 ②,⑤

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

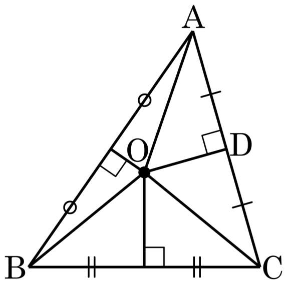


① 20° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면
$\angle OAC = \angle OCA = 20°$, $\angle OBC = \angle OCB$ 이고 삼각형의 세 내각의 합이 180° 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 30°$
따라서 $x = 40° + 30° = 70°$ 이다.

3. 다음은 「삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.」를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



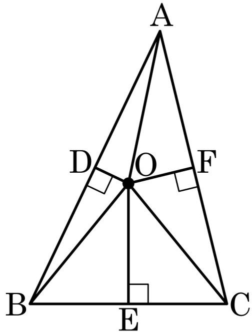
위 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고,
점 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자.
점 O 는 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ……㉠
또, 점 O 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$ ……㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{OA} = \boxed{}$
$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서 $\angle ADO = \angle CDO = 90°$
$\overline{OA} = \boxed{}$
$\overline{OD}$ 는 공통
$\therefore \triangle AOD \equiv \triangle COD$ (RHS 합동)
따라서, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 된다.
즉, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① $\overline{OC}$　② $\overline{OD}$　③ $\overline{OA}$　④ $\overline{AD}$　⑤ $\overline{CD}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 O는 삼각형 $\triangle ABC$의 외심일 때, 다음을 구하여라.



(1) $\overline{OA}$와 길이가 같은 선분
(2) $\triangle ADO$와 합동인 삼각형
(3) $\overline{AD}$와 길이가 같은 선분

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $\overline{OB}$, $\overline{OC}$

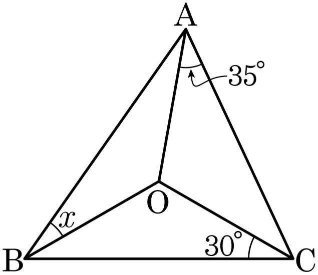
▷ 정답 : (2) $\triangle BDO$

▷ 정답 : (3) $\overline{BD}$

해설

$\triangle ADO$와 $\triangle BDO$에서
점 O는 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} \cdots$ ㉠
$\angle ODA = \angle ODB = 90° \cdots$ ㉡
$\overline{OD}$는 공통$\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서 $\triangle ADO \equiv \triangle BDO$(RHS 합동)
또한, 외심에서 삼각형의 꼭짓점 까지의 거리가 같으므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

5. 다음 그림고 같이 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle OAC = 35°$, $\angle OCB = 30°$일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : °

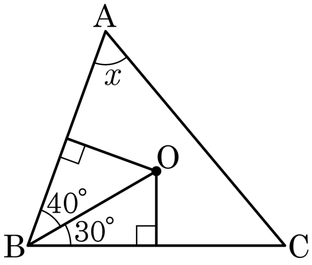
▷ 정답 : 25°

해설

$\angle OAC + \angle OCB + \angle x = 90°$

$\therefore \angle x = 90° - 35° - 30° = 25°$

6. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

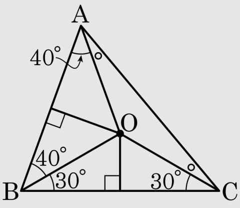


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad ^\circ}$

▷ 정답 : $60\ \underline{^\circ}$

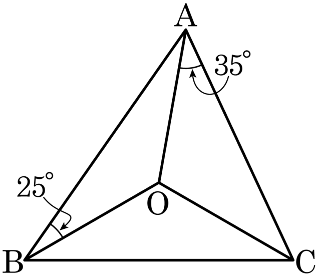
해설

다음 그림과 같이 $\angle BCO = 30^\circ$, $\angle OAB = 40^\circ$ 이고 $\angle OCA = 90^\circ - (40^\circ + 30^\circ) = 20^\circ$ 이다.



따라서 $\angle x = 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OCB$의 크기는?



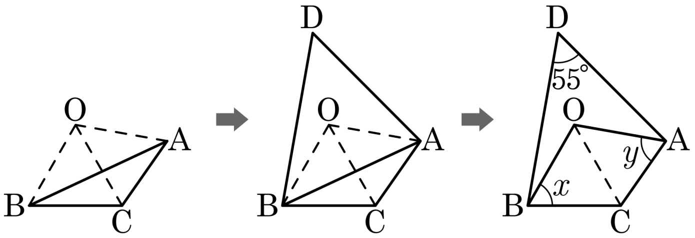
① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\angle OAC + \angle OBA + \angle OCB = 90°$

$\therefore \angle OCB = 90° - 35° - 25° = 30°$

8. 점 O 를 외심으로 하는 △ ABC 를 그리고, 다시 점 O 를 외심으로 하고 한 변을 $\overline{AB}$ 로 하는 △ABD 를 만들면 ∠BDA = 55° 이다. ∠x + ∠y 의 값을 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 125°

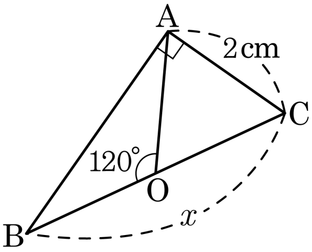
해설

∠BDA = 55°, ∠BOA = 2∠BDA = 110° .

□AOBC 에서 ∠BCA = ∠OBC + ∠OAC = ∠x + ∠y 이므로,

∠x + ∠y + ∠x + ∠y + 110° = 360°, ∠x + ∠y = 125°

9. 다음 그림에서 점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심일 때, x 의 값은?



① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

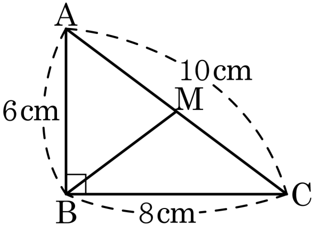
$\angle AOB = 120°$ 이므로 $\angle AOC = 60°(\because 180° - \angle AOB)$

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOC = 60°$

$\therefore \angle AOC = \angle OCA = \angle OAC = 60°$ 이므로 $\triangle AOC$는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OC} = 2 + 2 = 4(\text{cm})$

10. 다음 그림은 $\angle B$가 직각인 삼각형이다. 점 M이 $\triangle ABC$의 외심이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$일 때, $\triangle MBC$ 의 넓이는?



① 10cm^2　② 12cm^2　③ 13cm^2

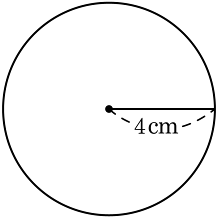
④ 15cm^2　⑤ 16cm^2

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심이므로 $\overline{MB}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분한다.

$\therefore \triangle MBC = \left(6 \times 8 \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}^2)$

11. 지원이는 그림과 같은 원에 원의 둘레 위에 꼭짓점을 두는 직각삼각형을 그리려고 한다. 직각삼각형의 빗변의 길이를 구하여라.



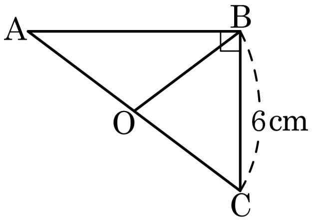
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

삼각형의 외심에서 꼭짓점까지의 거리는 외접원의 반지름과 같고, 직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 있으므로 빗변의 길이는 외접원의 반지름의 두 배이다.
따라서 $2 \times 4 = 8(\mathrm{cm})$ 이다.

12. 직각삼각형 ABC의 외심 점 O를 찍어 B와 연결하였더니 다음 그림과 같았다. $\triangle OAB$의 넓이가 12cm^2이고, $\overline{AC}$의 길이가 10cm일 때, $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

변 $\overline{OB}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$의 넓이는 $12 \times 2 = 24(\text{cm}^2)$이다.
높이가 6cm인 삼각형의 넓이가 24cm^2이므로
$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 6 = 24$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는
$6 + 8 + 10 = 24\ (\text{cm}\ )$