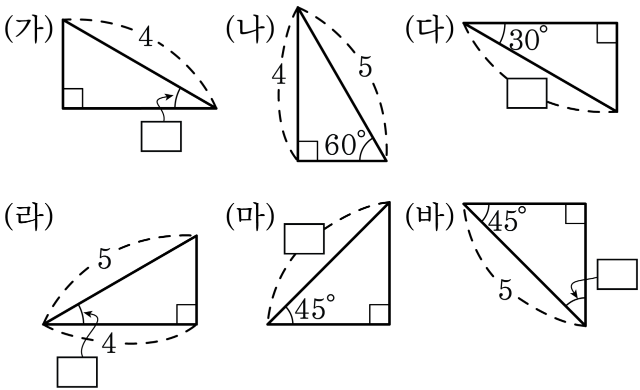
1. 다음 삼각형 중에서 (가)와 (다), (나)와 (라), (마)와 (바)가 서로 합동이다. 빈 칸에 들어갈 숫자로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

보기



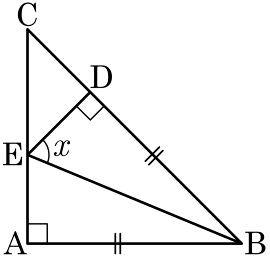
① (가) 30 °　　② (다) 4　　③ (라) 60 °

④ (마) 5　　⑤ (바) 55 °

해설

③ (라) 30°
⑤ (바) 45°

2. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AB} = \overline{DB}$ 인 점 D 를 지나며 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 E 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 60° ② 62.5° ③ 65° ④ 67.5° ⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로,

$\angle ABC = 45°$

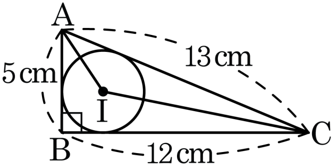
$\triangle ABE \equiv \triangle DBE$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$ 이고, $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 를 이등분한다.

$\angle EBD = 45° \times \frac{1}{2} = 22.5°$

$\triangle DBE$ 에서

$\therefore \angle x = 90° - 22.5° = 67.5°$

3. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이 I 이고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\triangle AIC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 13 cm^2

해설

$\overline{AB}$ 와 내접원이 접하는 점을 D, $\overline{BC}$ 와 내접원이 접하는 점을 E, $\overline{AC}$ 와 내접원이 접하는 점을 F 라고 하자.

$\overline{DI} = \overline{BE}$, $x = \overline{BE}$ 라 하면 $\overline{AF} = 5 - x$, $\overline{CF} = 12 - x$

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 5 - x + 12 - x = 13$

$\therefore\ x = 2\text{cm}$

반지름의 길이가 2cm 이므로 $\triangle AIC$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 13 \times 2 = 13(\text{cm}^2)$

4. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.

② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.

③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.

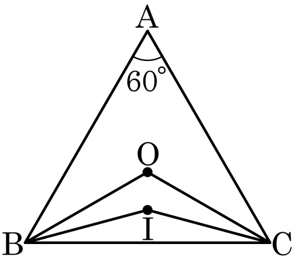
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.

⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

5. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



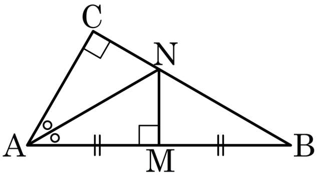
① $0°$ ② $10°$ ③ $20°$ ④ $30°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 60°$ 이므로 $\angle BOC = 120°$ 이다.

$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120° + 90° = 150°$ 이다. 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 150° - 120° = 30°$ 이다.

6. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 N 에서 만날 때, $\angle ANB$ 의 크기를 구하면?



① 110° ② 120° ③ 130° ④ 140° ⑤ 150°

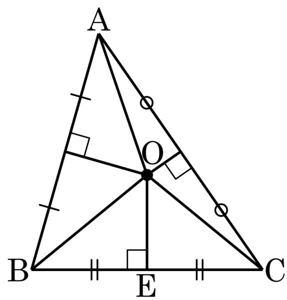
해설

$\triangle AMN$ 과 $\triangle ACN$ 은 합동이 되고 또한 $\triangle ANM$ 과 $\triangle BNM$ 도 합동이 된다. $\angle A = 2\angle a$ 라 하면 $\angle ABC = \angle a$ 이므로 $2\angle a + \angle a = 90 \rightarrow \angle a = 30°$ 이다.

따라서 $\angle B$ 와 $\angle BAN$ 은 $30°$ 이므로 $\angle ANB$ 는 $120°$ 가 된다.

7. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ( ) 안에 들어갈 내용으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

(증명)
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.



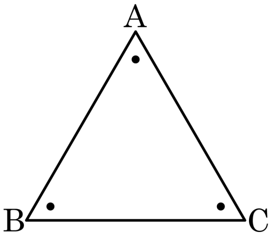
점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로 $\overline{OA} =$ (ㄱ),
$\overline{OA} = \overline{OC}$
$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서
$\overline{OB} =$ (ㄴ),
$\angle BEO = \angle CEO = 90°$,
(ㄷ)는 공통인 변
$\therefore \triangle OBE \equiv \triangle OCE$ (ㄹ 합동)
$\therefore \overline{BE} =$ (ㅁ)
즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.
따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① ㄱ. $\overline{OB}$
② ㄴ. $\overline{OC}$
③ ㄷ. $\overline{OE}$
④ ㄹ. SSS
⑤ ㅁ. $\overline{CE}$

해설

$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

8. 다음은 「세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
$\overline{AB} = \boxed{\text{(나)}} \cdots$ ㉠
$\angle A = \boxed{\text{(다)}}$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 에서 $\boxed{\text{(가)}}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

(가) ~ (다)에 들어갈 것을 차례로 쓴 것은?

① $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle B$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle C$

③ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle A$

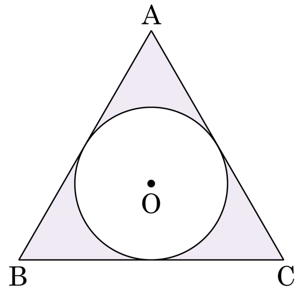
④ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle C$

⑤ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{AC}$, $\angle C$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
$\overline{AB} = (\overline{AC}) \cdots$ ㉠
$\angle A = (\angle C)$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 에서 ($\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$)
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

9. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$의 내접원이다. $\triangle ABC$의 둘레의 길이가 $30\,\text{cm}$이고 원 O의 둘레의 길이가 $8\pi\,\text{cm}$일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $60-16\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

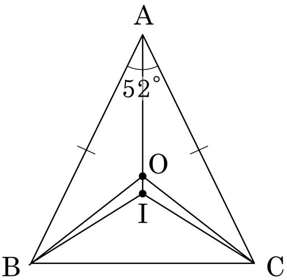
해설

원 O의 둘레의 길이가
$8\pi\,\text{cm}$이므로 원 O의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면 $2\pi r = 8\pi$에서 $r = 4(\text{cm})$

$\triangle$(ABC의 넓이)
$= \dfrac{1}{2} \times$ (내접원의 반지름의 길이)
$\times$ (삼각형의 둘레의 길이) 이므로
$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 30 = 60(\text{cm}^2)$

(원 O의 넓이) $= \pi \times 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $= 60 - 16\pi(\text{cm}^2)$

10. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC에서 외심을 O, 내심을 I라 할 때, $\angle$OBI의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6°$

해설

점 I가 내심이므로 $\angle \mathrm{OAB} = \frac{1}{2} \times 52° = 26°$

또한, 점 O가 외심이므로 $\angle \mathrm{OAB} = \angle \mathrm{OBA} = 26°$

이등변삼각형이므로

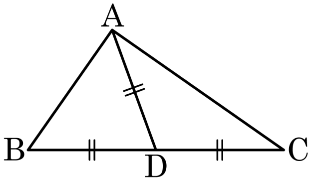
$\angle \mathrm{ABC} = \angle \mathrm{ACB} = \frac{1}{2} \times (180° - 52°) = 64°$

점 I가 내심이므로

$\angle \mathrm{IBA} = \angle \mathrm{IBC} = \frac{1}{2} \times \angle \mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times 64° = 32°$

$\therefore\ \angle \mathrm{OBI} = 32° - 26° = 6°$

11. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\triangle ABC$ 가 될 수 <u>없는</u> 삼각형의 종류는 무엇인가?



① 이등변삼각형

② 정삼각형

③ 직각삼각형

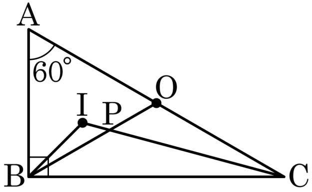
④ 직각이등변삼각형

⑤ 정답 없음

해설

$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 변의 중점에 있으므로 $\overline{BC}$ 가 빗변인 직각삼각형이다.
이때, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 경우도 가능하므로 직각이등변삼각형이 될 수 있지만, 세 변이 모두 같은 정삼각형은 될 수 없다.

12. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 내심, 외심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 135 °

해설

외심의 성질에 의해 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle A = \angle OBA = 60° \rightarrow$ $\angle OBC = 30°$ 이다. ⋯㉠

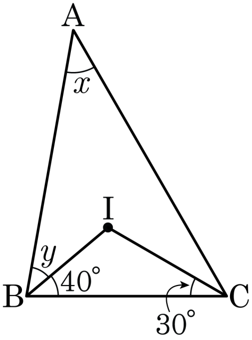
내심의 정의에 의해 $\overline{IC}$ 가 $\angle ACB = 30°$ 를 이등분하므로 $\angle ICB =$ $15°$ 이고, $\angle BIC = 90° + 60° \times \frac{1}{2} = 120°$ 이므로

$\triangle IBC$ 의 내각의 합을 이용하면 $\angle IBC = 180° - (120° + 15°)$ $= 45°$ 이다. ⋯㉡

㉡-㉠에 의해 $\angle IBP = 15°$ 이다.

$\angle BPC$ 는 $\angle IPB$ 의 외각이므로 $\therefore \angle BPC = \angle BIC + \angle IBP =$ $120° + 15° = 135°$

13. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 값은?



① 60° ② 65° ③ 70° ④ 75° ⑤ 80°

해설

$\angle x = 180° - 2 \times (40° + 30°) = 40°$

$\therefore \angle x = 40°$

점 I가 삼각형의 내각이므로 점 I와 삼각형의 꼭짓점을 이은 선분은

각을 이등분한다.

$\therefore \angle y = 40°$

$\therefore \angle x + \angle y = 40° + 40° = 80°$

14. 다음은 삼각형의 모양의 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만들려고 할 때의 과정이다. 그 순서를 찾아 차례대로 써라.

보기

㉠ $\triangle$ABC 의 세 변의 수직이등분선의 교점을 찾아 O 라고 한다.

㉡ 점 O 를 중심으로 하고 $\overline{\mathrm{OA}}$ 를 반지름으로 하는 원을 그린다.

㉢ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.

㉣ 점 I 를 중심으로 하고 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 오린다.

㉤ 세 내각의 이등분선을 찾는다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

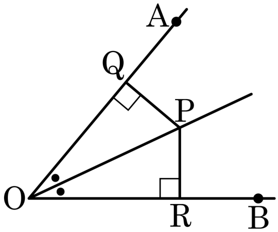
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉤ 세 내각의 이등분선을 찾는다.
㉢ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
㉣ 점 I 를 중심으로 하고 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 오린다.

15. 다음 그림은「한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.」를 보이기 위해 그린 것이다. 다음 중 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{PQ} = \overline{PR}$

② $\overline{OP}$ 는 공통

③ $\angle PQO = \angle PRO$

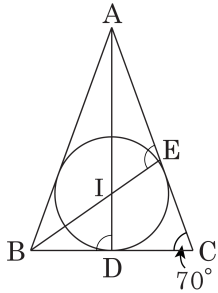
④ $\angle QOP = \angle ROP$

⑤ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

해설

④는 옳다는 것을 보여야 할 대상이므로 필요한 조건이 아니다.
$\triangle QPO$ 와 $\triangle RPO$ 에서
i) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)
ii) $\overline{PQ} = \overline{PR}$ (가정) (①)
iii) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$ (가정) (③)
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle QPO \equiv \triangle RPO$ (RHS 합동) (⑤) 이다.
합동인 도형의 대응각은 같으므로
$\angle QOP = \angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

16. 다음 그림의 $\triangle \mathrm{ABC}$에서 점 I는 내심이고 $\angle \mathrm{C} = 70°$이다. $\overline{\mathrm{AI}}$, $\overline{\mathrm{BI}}$의 연장선이 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, $\angle \mathrm{IDB} + \angle \mathrm{IEA}$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $195°$

해설

점 I가 내심이므로

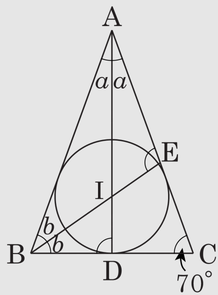
$\angle \mathrm{IAB} = \angle \mathrm{IAC} = \angle a$,

$\angle \mathrm{IBA} = \angle \mathrm{IBC} = \angle b$라고 하면

$2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$

$2(\angle a + \angle b) = 110°$

$\therefore\ \angle a + \angle b = 55°$

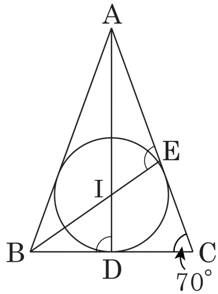


삼각형의 두 내각의 합은 한 외각의 크기와 같으므로

$\angle \mathrm{IDB} = \angle a + 70°$, $\angle \mathrm{IEA} = \angle b + 70°$

$$\begin{aligned} \therefore\ \angle \mathrm{IDB} + \angle \mathrm{IEA} &= \angle a + 70° + \angle b + 70° \\ &= (\angle a + \angle b) + 140° \\ &= 55° + 140° \\ &= 195° \end{aligned}$$

17. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이고 $\angle C = 70°$이다. $\overline{AI}$, $\overline{BI}$의 연장선이 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, $\angle IDB + \angle IEA$의 크기를 구하여라.

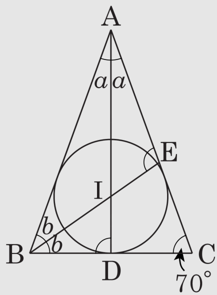


▶ 답 :

▷ 정답 : $195°$

해설

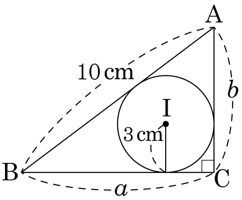
점 I가 내심이므로
$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$,
$\angle IBA = \angle IBC = \angle b$라고 하면
$2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$
$2(\angle a + \angle b) = 110°$
$\therefore\ \angle a + \angle b = 55°$



삼각형의 두 내각의 합은 한 외각의 크기와 같으므로
$\angle IDB = \angle a + 70°$, $\angle IEA = \angle b + 70°$

$$\begin{aligned}\therefore\ \angle IDB + \angle IEA &= \angle a + 70° + \angle b + 70° \\ &= (\angle a + \angle b) + 140° \\ &= 55° + 140° \\ &= 195°\end{aligned}$$

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\angle C = 90°$이고 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\triangle ABC$의 내접원 I의 반지름이 $3\,\mathrm{cm}$일 때, $\overline{AB} = 10\,\mathrm{cm}$이면 $\triangle ABC$의 넓이는 얼마인가?



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $39\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

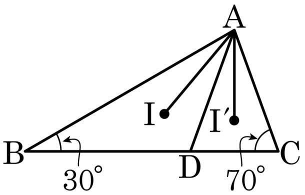
해설

I에서 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$에 수선을 그어 만나는 점을
D, E, F라 하면
$\overline{BD} = \overline{BF} = a - 3$
$\overline{AE} = \overline{AF} = b - 3$

$\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{BF} = (b-3) + (a-3) = a + b - 6 = 10$
$\therefore\ a + b = 16$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times (a + b + 10) \times 3 \\ &= \frac{1}{2} \times (16 + 10) \times 3 = 39(\mathrm{cm}^2)\ \therefore\end{aligned}$$

19. 다음 그림에서 점 I, I′ 는 각각 $\triangle$ABD, $\triangle$ADC 의 내심이다. $\angle B = 30°$, $\angle C = 70°$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 40°

해설

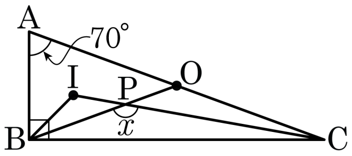
$\angle BAI = \angle IAD, \angle DAI' = \angle CAI'$

$\angle A = 2\angle BAI + 2\angle DAI'$

$\triangle ABC$에서 $\angle A = 80°$이므로

$\angle IAI' = \angle BAI + \angle DAI' = \frac{1}{2}\angle A = 40°$

20. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 O, I 는 각각 외심, 내심이다. $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $120°$ ② $130°$ ③ $140°$ ④ $150°$ ⑤ $160°$

해설

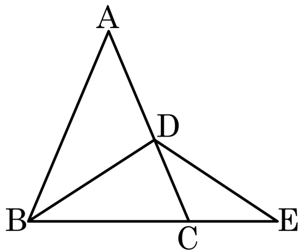
$\angle ACB = 90° - 70° = 20°$ 이므로 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 10°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20°$

따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle x = \angle BPC = 180° - (10° + 20°) = 150°$

이다.

21. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 7\mathrm{cm}$, $\overline{DC} = 3\mathrm{cm}$, $\overline{DE} = 5\mathrm{cm}$, $\angle ABD = \angle CBD$, $\overline{CD} = \overline{CE}$일 때, $\overline{BD}$의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 5 cm

해설

$\overline{CD} = \overline{CE}$ 이므로

$\angle CDE = \angle CED$, $\angle CED = \angle a$ 라 하면

$\therefore\ \angle DCB = \angle CDE + \angle CED = 2\angle a$

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle DCB = 2\angle a$

$\angle CBD = \dfrac{1}{2}\angle ABC = \dfrac{1}{2} \times 2\angle a = \angle a$

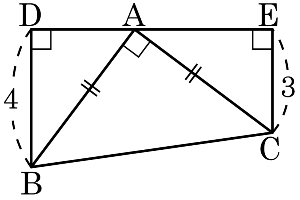
$\angle CBD = \angle CED = \angle a$ 이므로

$\triangle BDE$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BD}$의 길이는 $\overline{DE}$의 길이와 같다.

$\therefore\ 5\mathrm{cm}$

22. 다음 그림에 대한 설명 중 <u>틀린</u> 것은?



① $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ 일 합동조건은 RHS 합동이다.

② $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ 일 합동조건은 RHA 합동이다.

③ $\angle DAB = \angle ECA$

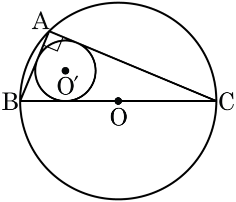
④ $\angle DAB + \angle EAC = 90°$

⑤ $\overline{DE} = 7$

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ 일 합동조건은
$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle D = \angle E = 90°$, $\angle DAB = \angle ECA$ 이므로 RHA 합동이다.

23. 다음 그림에서 원 O, O′ 는 각각 △ABC 의 외접원, 내접원이다. 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 13cm, 4cm 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $120\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (a+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times (b+4) \times$

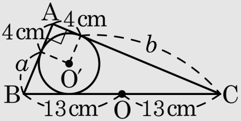
$4 + \frac{1}{2} \times 26 \times 4$

$= 2\angle a + 8 + 2\angle b + 8 + 52$

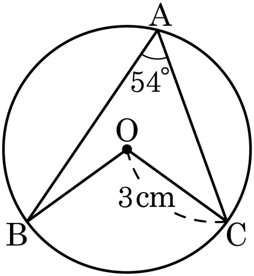
$= 2(\angle a + b) + 68$

$= 2 \times 26 + 68$

$= 120(\text{cm}^2)$



24. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원 O 에서 $\angle BAC = 54°$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 6.3π cm^2

해설

점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

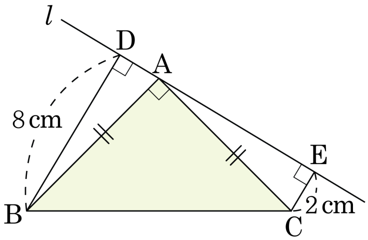
$\angle BOC = 2\angle A = 108°$

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \pi \times 3^2 \times \frac{252°}{360°}$$

$$= 6.3\pi(cm^2)$$

25. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 지나는 직선 l이 있다. 두 꼭짓점 B, C에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 할 때, $\triangle$ABC의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $34\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{DBA} \equiv \triangle\mathrm{EAC}$ (RHA 합동)이므로

$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{BD}} = 8\,\mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{DA}} = \overline{\mathrm{EC}} = 2\,\mathrm{cm}$

$\therefore$ ($\triangle$ABC의 넓이)

$=$ (사다리꼴□DBCE의 넓이)

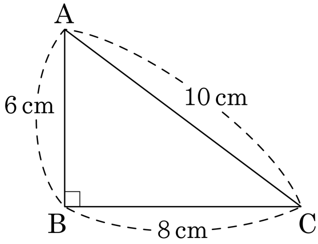
$-2\times$ ($\triangle$ABD의 넓이)

$$= \left\{\frac{1}{2}\times(2+8)\times10\right\} - 2\times\left(\frac{1}{2}\times8\times2\right)$$

$= 50 - 16$

$= 34(\mathrm{cm}^2)$

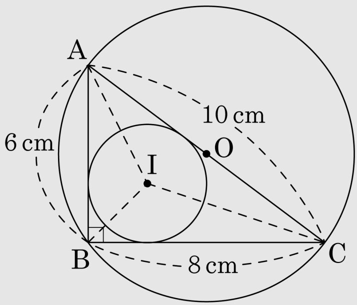
26. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 $6\,\mathrm{cm}$, $8\,\mathrm{cm}$, $10\,\mathrm{cm}$ 인 직각삼각형 ABC에서 외접원과 내접원의 반지름의 길이를 각각 $R\,\mathrm{cm}$, $r\,\mathrm{cm}$라고 할 때, $R+r$의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 7 cm

해설



(1) 단계
다음 그림과 같이 직각 삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 외접원의 반지름 R은 $5\,\mathrm{cm}$

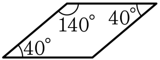
$\triangle\mathrm{ABC} = \triangle\mathrm{IAB} + \triangle\mathrm{IBC} + \triangle\mathrm{ICA}$ 이므로

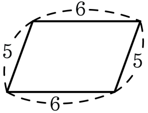
$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2}(6r + 8r + 10r)$, $24 = 12r$, $r = 2$

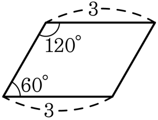
즉, 내접원의 반지름 r은 $2\,\mathrm{cm}$

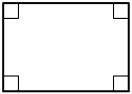
$\therefore\ R + r = 5 + 2 = 7(\mathrm{cm})$

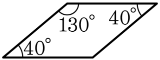
27. 다음 사각형 중 평행사변형이 <u>아닌</u> 것은?

①


②


③


④


⑤


해설

평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이와 두 쌍의 대각의 크기는 같다.

⑤ $130° + 40° \neq 180°$

28. 다음 중 사각형ABCD 가 평행사변형이 될 수 없는 것은?

① $\overline{AD}//\overline{BC}, \angle B = \angle D$

② $\overline{AB} = \overline{DC},\ \angle A = \angle D$

③ 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OC} = \overline{OD}$

④ $\angle B = \angle D,\ \angle BAC = \angle DCA$

⑤ $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

해설

③ $\overline{OA} = \overline{OC},\ \overline{OB} = \overline{OD}$ 이어야 평행사변형이 된다.

29. 직사각형의 네 변의 중점을 E, F, G, H 라고 할 때, □EFGH 는 어떤 사각형인가?

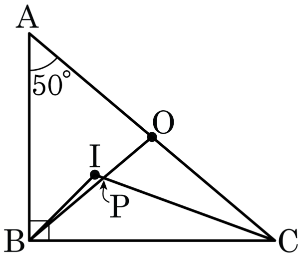
① 마름모　　② 직사각형　　③ 사다리꼴

④ 정사각형　　⑤ 평행사변형

해설

사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 다음과 같다.
사각형 → 평행사변형
등변사다리꼴 → 마름모
마름모 → 직사각형
직사각형 → 마름모
정사각형 → 정사각형
따라서 답은 ①이다.

30. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심, 외심이다. $\overline{CI}$ 와 $\overline{BO}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle IPB$ 의 크기는 얼마인가?



① 56° ② 57° ③ 58° ④ 59° ⑤ 60°

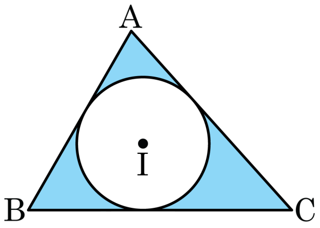
해설

$\angle ACB = 90° - 50° = 40°$ 이므로 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 20°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 40°$,$\triangle PBC$ 에서 $\angle BPC = 180° - (40° + 20°) = 120°$ 이다.

따라서 $\angle IPB = 180° - \angle BPC = 180° - 120° = 60°$ 이다.

31. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. 원 I 의 둘레의 길이가 6π , $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 32 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $48-9\pi$ ② $9\pi-24$ ③ $24-6\pi$
④ $42-6\pi$ ⑤ $52-9\pi$

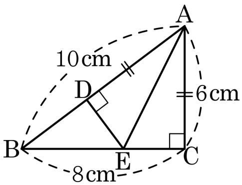
해설

원 I 의 둘레의 길이가 6π 이므로 반지름의 길이 $r=3$ 이다.
점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때,

$$(\triangle ABC \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2}\times r \times \triangle ABC \text{ 의 둘레} = \frac{1}{2}\times 3\times 32 = 48$$

이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 ($\triangle ABC$ 의 넓이) $-$ (원 I 의 넓이) $=48-9\pi$ 이다.

32. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}=\overline{AD}$, $\overline{AB}\perp\overline{DE}$ 이다. $\overline{AB}=10\text{cm}$, $\overline{BC}=8\text{cm}$, $\overline{AC}=6\text{cm}$ 일 때, 삼각형 BED 의 둘레는 삼각형 ABC 의 몇 배인가?



① $\frac{1}{3}$ 배 ② $\frac{1}{2}$ 배 ③ $\frac{1}{4}$ 배
④ $\frac{1}{5}$ 배 ⑤ $\frac{1}{6}$ 배

해설

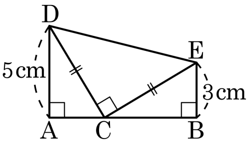
$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$(RHS 합동) 이므로 $\overline{DE}=\overline{EC}$, $\overline{AD}=\overline{AC}$ $\therefore$ $\overline{BD}=4\text{cm}$

$\triangle BDE$ 에서 $\overline{DE}+\overline{BE}=\overline{EC}+\overline{BE}=\overline{BC}=8\text{cm}$ 이므로

$\triangle BDE$ 의 둘레의 길이$=4+8=12(\text{cm})$

$\triangle ABC=10+8+6=24(\text{cm})$ 이므로 $\frac{1}{2}$ 배이다.

33. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 DCE 의 직각인 꼭짓점 C 를 지나는 직선 AB 에 꼭짓점 D, E 에서 각각 수선 DA, EB 를 내릴 때, □ABED 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 32 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\angle\text{CDA} = \angle a$ 라 하면,

$\angle\text{DCA} = 180° - (90° + \angle\text{CDA}) = 90° - \angle a$

$\angle\text{ECB} = 180° - (90° + \angle\text{DCA}) = 180° - (90° + 90° - \angle a) = \angle a$

(⋯ ㉠)

$\triangle\text{CDA}$ 와 $\triangle\text{ECB}$ 에서

i) $\overline{\text{CD}} = \overline{\text{EC}}$

ii) $\angle\text{CDA} = \angle\text{ECB} = \angle a$ (㉠)

iii) $\angle\text{DAC} = \angle\text{CBE} = 90°$

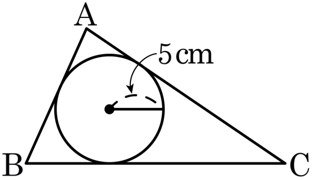
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle\text{CDA} \equiv \triangle\text{ECB}$ (RHA 합동)이다.

합동인 도형의 대변의 길이는 같으므로 $\overline{\text{AC}} = \overline{\text{BE}} = 3\text{cm}$, $\overline{\text{AD}} = \overline{\text{BC}} = 5\text{cm}$ 이다.

$\overline{\text{AB}} = \overline{\text{AC}} + \overline{\text{CB}} = 8\text{cm}$ 이다.

$\therefore \square\text{ABED} = 8 \times \dfrac{(3+5)}{2} = 32(\text{cm}^2)$

34. 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내접원의 반지름의 길이는 $5\,\mathrm{cm}$ 이다. $\triangle\mathrm{ABC} = 120\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 세 변의 길이의 합을 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 48 cm

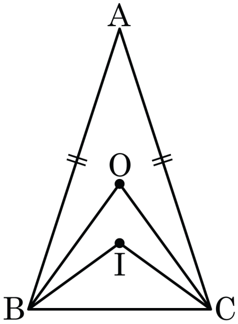
해설

세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 두면

$$\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times (a + b + c)$$

$$\therefore a + b + c = 120 \times \frac{2}{5} = 48(\,\mathrm{cm})$$

35. 다음 그림에서 $2\angle A = \angle B$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심, 점 O 는 외심일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 18 °

해설

$2\angle A = \angle B$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $5\angle A = 180°, \angle A = 36°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle BOC = 72°$ 이다.

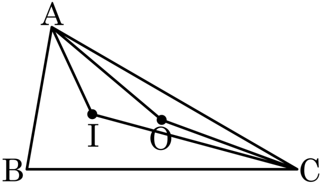
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 36° + 90° = 108°$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 54°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72° = 36°$ 이다.

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 54° - 36° = 18°$ 이다.

36. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle AOC + \angle AIC = 290°$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기는?



① 160° ② 120° ③ 125° ④ 130° ⑤ 140°

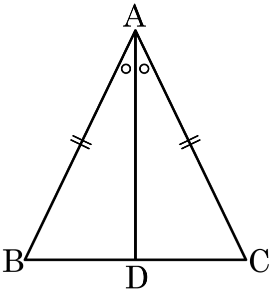
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90° = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC + \angle AIC = 2\angle B + \frac{1}{2}\angle B + 90° = 290°$ 일 때, $\angle B = 80°$ 이다.

따라서 $\angle AIC = \frac{1}{2}\angle B + 90° = 40° + 90° = 130°$ 이다.

37. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점 을 D라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?



① $\angle B=\angle C$

② $\overline{AD}=\overline{BC}$

③ $\angle A=\angle B$

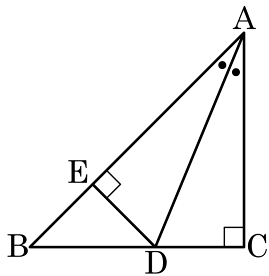
④ $\overline{BD}=\overline{CD}$

⑤ $\angle ADB=\angle ADC$

해설

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle B=\angle C$
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{AD}\perp\overline{BC}$, $\angle ADB=\angle ADC=90°$

38. $\overline{AC}=\overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형에 꼭짓점 A 의 이등분선이 밑변 BC 와 만나는 점을 D , D 에서 빗변AB 에 수선을 그어 만나는 점을 E 라 할 때, 다음 중 올바른 것을 모두 고르면?



① $\overline{BD}=\overline{CD}$

② $\triangle ADC \equiv \triangle ADE$

③ $\overline{AC}+\overline{CD}=\overline{AB}$

④ $\angle ADE = 67.5°$

⑤ 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 내심

해설

$\triangle AED \equiv \triangle ACD$(RHA합동)

$\triangle EBD$ 는 이등변 삼각형이므로

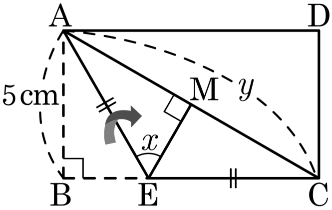
$\overline{EB}=\overline{ED}$ 이고 $\triangle AED \equiv \triangle ACD$(RHA합동) 이므로 $\overline{CD}=\overline{ED}$

따라서 $\overline{EB}=\overline{ED}=\overline{CD}$ 이다.

$\therefore \angle ADE = 180° - (90° + 22.5°) = 67.5°$

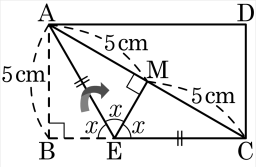
③ $\overline{AC}+\overline{CD}=\overline{AE}+\overline{EB}=\overline{AB}$

39. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AM}$, $\angle AEM = \angle CEM$ 일 때, $\angle x$ 와 y 의 값은 각각 얼마인가?



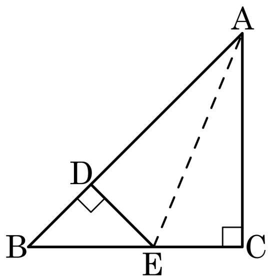
① 45°, 10cm
② 45°, 5cm
③ 60°, 10cm
④ 60°, 5cm
⑤ 30°, 10cm

해설



$3\angle x = 180°$ 이므로 $\angle x = 60°$ 이다.
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$y = 5 + 5 = 10(\text{cm})$ 이다.

40. 다음 그림에서 $\overline{AC} = \overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle C = 90°$, $\angle ADE = 90°$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle DAE = \angle CAE$

② $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{EC}$

③ $\triangle ADE \equiv \triangle ACE$

④ $\overline{BE} = \overline{EC}$

⑤ $\angle DEB = \angle BAC$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ACB = 90°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형

$\Leftrightarrow \angle A = \angle B = 45°$

$\square ADEC$ 에서 $\angle DEC = 360° - (90° \times 2 + 45°) = 135°$

$\angle DEB = 180° - \angle DEC = 45°$

$\angle DEB = \angle BAC = 45°$ (⑤)

$\angle B = \angle DEB = 45°$ 이므로 $\triangle DEB$ 는 직각이등변삼각형 $\Leftrightarrow$

$\overline{DB} = \overline{DE} \cdots$ ㉠

$\triangle AED$ 와 $\triangle AEC$ 에서

i) $\overline{AE}$ 는 공통

ii) $\overline{AD} = \overline{AC}$

iii) $\angle ADE = \angle ACE = 90°$ (③)

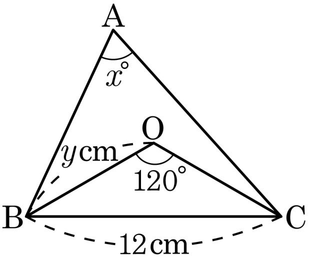
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS 합동) 이다. 합동인 대응각의 크기는 같으므로

$\angle DAE = \angle CAE$ (①)

합동인 대응변의 크기는 같으므로 $\overline{DE} = \overline{EC} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{EC}$ (②)

41. 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle BOC = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이는 26cm, $\overline{BC} = 12$cm 일 때, $\angle BAC$ 는 $x°$ 이고, $\overline{OB}$ 는 $y$cm 이라고 한다. $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, 단위 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

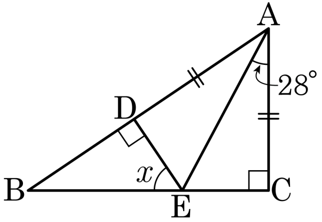
$\angle BAC = \dfrac{\angle BOC}{2} = \dfrac{120°}{2} = 60°$ 이므로 $x = 60°$

$\overline{OB} = \overline{OC}$, $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이는 26cm

$\overline{OC} + \overline{OB} + \overline{BC} = y + y + 12 = 26$

$y = 7,\ x + y = 67$

42. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = \overline{AD}$, $\angle EAC = 28°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 54°　② 56°　③ 58°　④ 60°　⑤ 62°

해설

$\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS 합동)

$\angle AED = \angle AEC = 62°$

$\therefore \angle x = 180° - (62° + 62°) = 56°$