1. 다음 중 주어진 조건에 의해 그 대상을 분명히 알 수 있는 것이 아닌 것을 모두 고르면?

① 2 보다 작은 짝수의 모임

② 암기력이 좋은 사람들의 모임

③ 분자가 3 인 분수의 모임

④ 4 보다 작은 4 의 배수의 모임

⑤ 작은 수들의 모임

해설

② '암기력이 좋은' 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.
⑤ '작은' 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

2. 다음 보기 중 유한집합은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $\{x \mid x$는 9의 약수$\}$

㉡ $\{x \mid x$는 10보다 작은 수$\}$

㉢ $\{x \mid x$는 1보다 큰 홀수$\}$

㉣ $\{x \mid x$는 무지개의 색깔$\}$

㉤ $\{x \mid x$는 우리나라의 놀이 동산$\}$

㉥ $\{x \mid x$는 우리나라 사람 중에서 '차' 씨 인 사람$\}$

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

유한집합은 ㉠, ㉣,㉤,㉥의 모두 4개이다.

3. 두 집합 $A = \{3,\ 4\}$, $B = \{2,\ 3,\ x\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

집합 A 의 모든 원소가 집합 B 에 포함 되어야 하므로 집합 B 에 원소 4 가 있어야 한다.

4. 다음 중 집합 $\{2,\ 3,\ 5\}$ 의 진부분집합인 것은?

① $\{1\}$ ② $\{1,\ 2\}$ ③ $\{2,\ 4\}$

④ $\{3,\ 5\}$ ⑤ $\{2,\ 3,\ 5\}$

해설

$\{2,\ 3,\ 5\}$ 의 부분집합 중 $\{2,\ 3,\ 5\}$ 을 제외한 나머지 부분집합을 찾으면 된다.

5. 집합 $A = \{1, 2, \{2\}, \{1, 3\}\}$ 의 진부분 집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 15 개

해설

진부분집합은 자기자신을 포함하지 않는 부분집합이다.
집합 A 의 원소개수가 4 개이다.
진부분집합의 개수 : $2^4 - 1 = 15$(개)

6. $A = \{a, b, c, d, e\}$ 에서 원소 a 를 포함하고 b 는 포함하지 않은 부분집합의 개수는?

① 4 개 ② 7 개 ③ 8 개 ④ 9 개 ⑤ 16 개

해설

$2^{5-1-1} = 2^3 = 8$(개)

7. 집합 A 의 부분집합의 개수가 4 개일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$2^n = 4 \ \therefore n = 2$

8. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 유명한 야구 선수들의 모임

㉡ 축구를 잘하는 사람들의 모임

㉢ 워드 자격증이 있는 사람들의 모임

㉣ 우리 학교 하키 선수들의 모임

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

집합이란 특정한 조건에 맞는 원소들의 모임이다.
㉠, ㉡ '유명한', '잘하는' 의 기준이 명확하지 않음
따라서 집합인 것은 ㉢, ㉣이다.

9. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

① 100 이하 자연수들의 모임

② 작은 짝수들의 모임

③ 노래를 잘하는 학생들의 모임

④ 15보다 작은 소수들의 모임

⑤ 예쁜 꽃들의 모임

해설

'잘하는', '작은', '예쁜' 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

10. 9보다 작은 짝수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $1 \in A$ ② $3 \notin A$ ③ $4 \in A$ ④ $5 \notin A$ ⑤ $6 \in A$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 이다. 따라서 $1 \notin A$

11. 집합 $A = \{\varnothing,\ 1,\ \{2\},\ \{1,\ 2\}\}$에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\varnothing \in A$ ② $\varnothing \subset A$ ③ $\{1,\ 2\} \in A$

④ $2 \in A$ ⑤ $\{\varnothing,\ 1\} \subset A$

해설

$\{2\}$라는 집합을 원소로 가지고 있는 것이지 2를 원소로 가지고 있는 것은 아니다.

12. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\{\varnothing\} \subset \varnothing$

② $\{a,\ b,\ c\} \subset \{a,\ b,\ c,\ d\}$

③ $A = \{x \mid x$는 5보다 작은 자연수$\}$ 이면, $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\} \subset A$ 이다.

④ $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\} \subset A$ 이고 $A \subset B$ 이면 $\{1,\ 4\} \subset B$

⑤ $\{4,\ 5\} \subset \{5,\ 4\}$

해설

① $\{\varnothing\} \not\subset \varnothing$

13. 집합 $X = \{x \mid x$는 4보다 작은 자연수$\}$ 의 부분집합 중에서 그 원소의 개수가 1 개인 것의 개수와 원소의 개수가 2 개인 것의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$X = \{1,\ 2,\ 3\}$

원소의 개수가 1 개인 X 의 부분집합 :

$\{1\},\ \{2\},\ \{3\}$

원소의 개수가 2 개인 X 의 부분집합 :

$\{1,\ 2\},\ \{1,\ 3\},\ \{2,\ 3\}$

따라서 $3 + 3 = 6$

14. 집합 $\{2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 의 부분집합의 개수는?

① 8 개 ② 12 개 ③ 16 개 ④ 20 개 ⑤ 24 개

해설

$2^4 = 16$ (개)

15. 집합 $A = \{4, 6, 8\}$ 의 부분집합 중 원소 6 을 반드시 포함하고 원소의 개수가 3 개인 부분집합의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

원소 6 를 제외한 $\{4,\ 8\}$ 의 부분집합은 $\varnothing$, $\{4\}$, $\{8\}$, $\{4,\ 8\}$ 의 4 개가 있으므로, 원소 6 을 반드시 포함하는 집합 $A = \{4, 6, 8\}$ 의 부분집합에는 $\{6\}, \{4,\ 6\}, \{6,\ 8\}, \{4,\ 6,\ 8\}$ 이 있다. 이 중 원소의 개수가 3 개인 것은 $\{4,\ 6,\ 8\}$ 이므로 원소의 합은 $4 + 6 + 8 = 18$ 이다.

16. 집합 $A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$에 대하여 $\{1, 2\} \subset X$이고 $X \subset A$를 만족하는 집합 X가 될 수 없는 것은?

① $\{1, 2\}$
② $\{1, 2, 4\}$
③ $\{2, 4, 8\}$
④ $\{1, 2, 4, 8\}$
⑤ $\{1, 2, 4, 8, 16\}$

해설

$\{1, 2\} \subset X$이고 $X \subset A$이므로 A의 부분집합 중 1, 2를 항상 포함하여야 한다.
그러므로 1을 포함하지 않은 $\{2, 4, 8\}$이 집합 X가 될 수 없다.

17. 집합 $A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ 의 부분집합 중 원소 6 을 반드시 포함하고 원소의 개수가 4 개인 부분집합은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 1 개

해설

$\{2,\ 4,\ 8\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 3 개인 것은 $\{2,\ 4,\ 8\}$ 의 1 개이므로, 원소 6 을 반드시 포함하고 원소의 개수가 4 개인 A 의 부분집합은 $\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ 의 1 개이다.

18. 집합 $A = \{x \mid x$는 8의 양의 약수$\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 짝수를 포함하는 집합의 개수는?

① 12개 ② 13개 ③ 14개 ④ 15개 ⑤ 16개

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합 중 적어도 한 개의 짝수를 포함하는 집합의 개수는 전체 부분집합의 개수에서 홀수로만 이루어진 집합 $\{1\}$ 의 부분집합의 개수를 빼면 된다.

$\therefore 2^4 - 2^1 = 14$(개)

19. 두 집합 $A = \{1, 7\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 있는 것은?

① $\varnothing$ ② $\{5\}$ ③ $\{1, 3\}$

④ $\{1, 3, 5\}$ ⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

해설

① $\{1, 7\} \not\subset \varnothing$

② $\{1, 7\} \not\subset \{5\}$

③ $\{1, 7\} \not\subset \{1, 3\}$

④ $\{1, 7\} \not\subset \{1, 3, 5\}$

20. 다음에서 집합이 아닌 것을 모두 골라라.

㉠ 6 의 약수의 모임
㉡ 100 보다 큰 수 중에 100 에 가까운 수들의 모임
㉢ 100 보다 큰 모든 자연수들의 모임
㉣ 우리 반에서 키가 제일 큰 학생의 모임
㉤ 잘생긴 남학생의 모임

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

㉡ '가까운' 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.
㉤ '잘 생긴' 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

21. 다음은 두 학생 갑과 을 사이의 집합에 관한 논쟁 중에서 그 일부를 적은 것이다.

> 갑 : 우리가 생각할 수 있는 집합들 전체의 집합을 S 라 하자. 그러면 S 는 S 자신을 원소로 갖는다.(㉠) 그렇지?
> 을 : 그건 말도 안돼. 그런 게 어디 있냐?
> 갑 : 좋아. 그러면 자기 자신을 원소로 갖지 않는 집합들 전체의 집합(㉡)은 어떠냐?

위의 논쟁에서 밑줄 친 부분 (㉠), (㉡)에 대한 수학적 표현으로 적절한 것은?

① $S \in S$, $\{A|A \notin A,\ A$는 집합$\}$

② $S \in S$, $\{A|A \subset A,\ A$는 집합$\}$

③ $S \in S$, $\{A|A \in A,\ A$ 는 집합$\}$

④ $S \subset S$, $\{A|A \notin A,\ A$는 집합$\}$

⑤ $S \subset S$, $\{A|A \subset A,\ A$는 집합$\}$

해설

(㉠) S 는 S 자신을 원소로 갖는다 → $S \in S$
(㉡) 자기 자신을 원소로 갖지 않는 집합들 전체의 집합 → $\{A|A \notin A, A$ 는 집합$\}$
[참고] 러셀의 패러독스를 표현한 내용이다. 러셀은 이것을 '이발사의 예화'를 통해 설명했다.

22. $n(\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}) + n(\{1,\ 3,\ 9\}) + n(\{\varnothing\})$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$n(\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}) + n(\{1,\ 3,\ 9\}) + n(\{\varnothing\})$

$= 5 + 3 + 1 = 9$

23. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 36의 배수$\}$, $B = \{x \mid x$는 $\square$의 배수$\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수는 몇 개인가?

① 6개 ② 7개 ③ 8개 ④ 9개 ⑤ 10개

해설

$\square$는 36 의 약수이다.

36 의 약수 : $1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$

24. 두 집합 $A = \{6,\ a,\ 1,\ b,\ 3\}$, $B = \{8,\ c,\ 1,\ d,\ 5\}$ 가 서로 같을 때, $(a+b)-(c+d)$ 의 값으로 옳은 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A = B$ 이므로

$\{6,\ a,\ 1,\ b,\ 3\} = \{8,\ c,\ 1,\ d,\ 5\}$

이 중 1 은 공통이므로 제외하면

$a = 8,\ b = 5$ 또는 $a = 5,\ b = 8$

따라서 $a + b = 13$

$c = 3,\ d = 6$ 또는 $c = 6,\ d = 3$

따라서 $c + d = 9$

$\therefore (a+b)-(c+d) = 4$

25. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $n(\varnothing) = 1$

② $n(\{2, 4, 6\} - \{4, 6, 8\}) = 2$

③ $n(\{1, 2, 3, 4, 5\} - \{1, 2, 3, 4\}) = 1$

④ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$

⑤ $\varnothing \subset \{\varnothing\}$

해설

①: $n(\varnothing) = 0$

②: $n(\{2, 4, 6\} - \{4, 6, 8\}) = 1$

④: $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$

26. 두 집합 $A = \{a, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 집합 X 는 집합 B 에 포함되고, 집합A 는 집합 X 에 포함될 때, 이를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

집합 X는 집합 B의 부분집합 중 원소 a, c를 모두 포함하는 집합이므로
구하는 집합 X의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

27. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3, \cdots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 16 개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$2^n = 16 \ \therefore n = 4$

28. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 모두 구하여 원소나열법으로 나타내어라.

㉠ 모든 원소는 20 이하의 자연수이다.
㉡ $2 \in A,\ 3 \in A$
㉢ $a \in A,\ b \in A$ 이면 $a \times b \in A$

▶ 답 :

▷ 정답 : {2, 3, 4, 6, 8, 9, 12,16, 18}

해설

$2 \in A,\ 3 \in A$ 이고, 모든 원소는 20 이하의 자연수이므로

$2 \times 2 = 4 \in A, \quad 2 \times 3 = 6 \in A$

$3 \times 3 = 9 \in A, \quad 3 \times 4 = 12 \in A, \quad 3 \times 6 = 18 \in A$

$4 \times 2 = 8 \in A, \quad 4 \times 4 = 16 \in A$

29. 집합 $A = \{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것은?

① $A = \{x \mid 0 \le x \le 3$인 정수$\}$

② $A = \{x \mid -1 < x \le 3$인 정수$\}$

③ $A = \{x \mid x$는 자연수를 4로 나눈 나머지$\}$

④ $A = \{x \mid 0 \le x < 4$인 수$\}$

⑤ $A = \{x \mid -\frac{1}{2} \le x \le \frac{7}{2}$인 정수$\}$

해설

④ $\{x \mid 0 \le x < 4$인 수$\}$에는 $0,\ 1,\ 2,\ 3$ 이외에도 $\frac{1}{2},\ \frac{2}{3},\ 2,\ 5, \cdots$ 등 무수히 많은 원소가 있다.

30. 두 집합

$A = \{x \mid x$는 48 의 약수 중 한 자리수$\}, B = \{x \mid x$는a보다 작은 자연수$\}$ 에 대하여

$n(A) = 2 \times n(B)$ 를 만족하는 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ 이고, $n(A) = 2 \times n(B)$ 에서 $n(A) = 6$ 이므로 $6 = 2 \times n(B)$ 이다. 따라서 $n(B) = 3$ 이 되고, $n(B)$가 3이 되려면 a 는 4가 되어야 한다.

31. 다음 중에서 옳은 것의 기호를 찾아서, 각 기호에 주어진 글자를 이용하여 단어를 만들어라.

㉠ $\{1,2,5\}=\{1,2,5\}$ 이므로 부분집합이 아니다.

㉡ $\{1,5,3\}=\{5,3,1\}$

㉢ $\{ㄱ, ㄴ, ㄷ\} \not\subset \{ㄱ, ㄴ, ㄷ\}$

㉣ $A=\{7,8\}$일 때, $\varnothing \subset A$이다.

㉤ $\{ㄱ, ㄴ\} \not\subset \{ㄱ, ㄴ, ㄷ\}$

㉥ $\varnothing$ 은 $\{e,f\}$ 의 부분집합이 아니다.

㉦ $\{a,b\}$ 의 부분집합은 $\{a\},\{b\},\{a,b\}$ 뿐이다.

㉧ $\{ㄱ, ㄴ, ㄷ\}$ 의 부분집합은 7개이다.

㉨ $\{m,n\}$ 은 $\{m,n\}$ 의 부분집합이다.

㉠	㉡	㉢	㉣	㉤	㉥	㉦	㉧	㉨
천	축	국	하	후	행	복	합	해

▶ 답 :

▷ 정답 : 축하해

해설

㉠ $\{1,2,5\}=\{1,2,5\}$ 이므로 부분집합이다.
㉡ $\{1,3,5\}=\{1,5,5\}=\{5,3,1\}$ 이다.
㉢ $\{ㄱ, ㄴ, ㄷ\} \not\subset \{ㄱ, ㄴ, ㄷ\}$
㉣ $\varnothing$ 은 모든 집합의 부분집합이다.
㉤ $\{ㄱ, ㄴ\} \subset \{ㄱ, ㄴ, ㄷ\}$ 이다.
㉥ $\varnothing$ 은 $\{e,f\}$ 의 부분집합이다.
㉦ $\{a,b\}$ 의 부분집합에서 $\varnothing$ 이 빠졌다.
㉧ $\{ㄱ, ㄴ, ㄷ\}$ 의 부분집합은 8개이다.
㉨ $\{m,n\} \subset \{m,n\}$ 이다.
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉣, ㉨이다.

32. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$, $A \neq B$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $n(A) < n(B)$

② $B = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 집합 A 의 개수는 8개이다.

③ $n(B) = 3$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.

④ $n(A) + 2 = n(B)$

⑤ $n(A) = n(B)$

해설

① A 는 B 의 진부분집합이므로 $n(B) \geq n(A) + 1$ 이다. 따라서 $n(A) < n(B)$가 된다.

② $B = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 집합 A 의 개수는 자기 자신을 제외해야 하므로 7개이다.

③ A 는 B 의 진부분집합이므로 $n(B) = 3$ 이면 $n(A) \leq 2$ 이다.

④, ⑤ A 는 B 의 진부분집합이므로 $n(B) > n(A)$ 이다.

33. 두 집합 $A = \{x|1 \le x \le 5\}$, $B = \{x|3 < x < 7\}$에 대하여 $A \cap X = X$, $(A - B) \cup X = X$를 만족시키는 집합 X를 $X = \{x|p \le x \le q\}$라 할 때, q의 최솟값과 최댓값을 차례대로 쓰면?

① 1, 3 ② 1, 5 ③ 1, 7 ④ 3, 5 ⑤ 3, 7

해설

조건에서 $X \subset A$, $(A - B) \subset X$ 즉, $\{x|1 \le x \le 3\} \subset X \subset \{x|1 \le x \le 5\}$

$X = \{x|p \le x \le q\}$ 에서 $p = 1$, $3 \le q \le 5$