

1. 두 점 A(2, 3), B(7, -5) 사이의 거리를 구하여라.

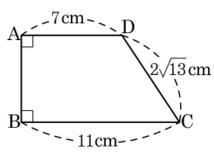
▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{89}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(7 - 2)^2 + (-5 - 3)^2} \\ &= \sqrt{25 + 64} = \sqrt{89} \end{aligned}$$

2. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD의 넓이는?



- ① 50 cm^2 ② 51 cm^2 ③ 52 cm^2
 ④ 53 cm^2 ⑤ 54 cm^2

해설

높이를 h 라고 하자.

점 C에서 \overline{BD} 에 내린 수선의 발을 E라고 하면 $\overline{ED} = 4(\text{cm})$

따라서 피타고라스 정리를 적용하면 $h = \sqrt{52 - 16} = 6(\text{cm})$

$\square ABCD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (7 + 11) \times 6 = 54(\text{cm}^2)$

3. 다음 그림과 같은 직사각형에서 $\overline{AB} = 2$,
 $\overline{AC} = 4\sqrt{2}$ 일 때, \overline{BC} 의 길이는?



- ① $\sqrt{7}$ ② $\sqrt{14}$ ③ $\sqrt{21}$ ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{35}$

해설

피타고라스 정리에 따라서

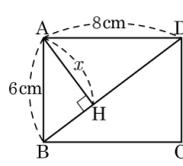
$$(4\sqrt{2})^2 = 2^2 + x^2$$

$$x^2 = 32 - 4 = 28$$

x 는 변의 길이이므로 $x > 0$

$$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

4. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 A 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 길이는?



- ① 4 cm ② 4.8 cm ③ $2\sqrt{6}$ cm
 ④ 5 cm ⑤ 5.2 cm

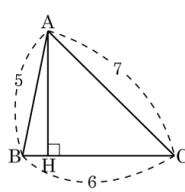
해설

$$\overline{BD} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10(\text{cm})$$

$$\triangle ABD \text{ 에서 } 10 \times x = 6 \times 8$$

$$\therefore x = 4.8(\text{cm})$$

5. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}^2 - \overline{BH}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CH}^2$ 임을 이용하여 CH의 값을 구하면?



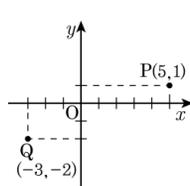
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\overline{CH} = x \text{ 라 하면}$$

$$5^2 - (6 - x)^2 = 7^2 - x^2 \Rightarrow \therefore x = 5$$

6. 다음 그림에서 두 점 P(5, 1), Q(-3, -2) 사이의 거리는?



- ① $\sqrt{5}$ ② 5 ③ $\sqrt{73}$ ④ $\sqrt{65}$ ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= \sqrt{\{5 - (-3)\}^2 + \{1 - (-2)\}^2} \\ &= \sqrt{8^2 + 3^2} = \sqrt{73} \end{aligned}$$

7. 다음 □안을 각각 순서대로 바르게 나타낸 것은?
 가로, 세로, 높이가 각각 3, 4, 5 인 직육면체의 대각선의 길이는 □이고, 한 모서리의 길이가 3인 정사면체의 높이는 □, 부피는 □이다.

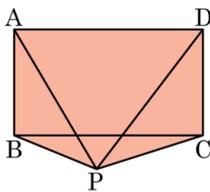
- ① $5\sqrt{2}, \sqrt{6}, \frac{9\sqrt{2}}{4}$ ② $5\sqrt{10}, 2\sqrt{6}, \frac{3\sqrt{2}}{4}$
 ③ $5\sqrt{2}, 2\sqrt{6}, \frac{9\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{5\sqrt{2}}{3}, \sqrt{6}, \frac{9\sqrt{2}}{4}$
 ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{3}, \sqrt{6}, \frac{3\sqrt{2}}{4}$

해설

(1) 대각선의 길이를 l 이라하면
 $l = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
 (2) 한 모서리의 길이가 3인 정사면체의 높이를 h , 부피를 V 라고 하면
 $h = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 3 = \sqrt{6}, V = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 3^3 = \frac{9\sqrt{2}}{4}$

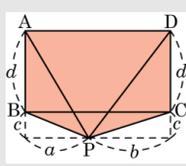
8. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다.

$\overline{PA}^2 = 20, \overline{PB}^2 = 5, \overline{PD}^2 = 25$ 일 때, \overline{PC} 의 길이를 구하면?



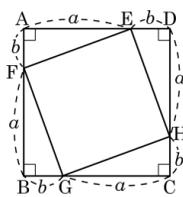
- ① $\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{11}$

해설



$\therefore \overline{PC} = \sqrt{10}$

9. 정사각형 ABCD 를 그림과 같이 합동인 4개의 직각삼각형과 1개의 정사각형으로 나누었다. $a^2 + b^2 = 29$ 일 때, □EFGH의 넓이는?

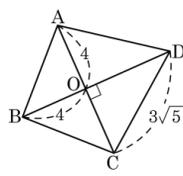


- ① $\sqrt{29} \text{ cm}^2$ ② 29 cm^2 ③ $2\sqrt{30} \text{ cm}^2$
 ④ 30 cm^2 ⑤ 31 cm^2

해설

피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{EF} = \sqrt{29} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HE}$
 이므로 □EFGH는 한 변의 길이가 $\sqrt{29}$ 인 정사각형이다.
 따라서 넓이는 29 cm^2 이다.

10. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

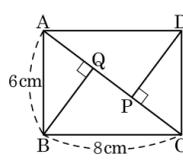
▷ 정답: 77

해설

$\triangle OAB$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{AB} = 4\sqrt{2}$
 대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같으므로

$$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = (4\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{5})^2 = 32 + 45 = 77$$

11. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 두 꼭짓점 B, D 에서 수선을 내렸을 때, $\triangle ABQ$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$

▷ 정답: 8.64 cm^2

해설

$\triangle ABQ$ 의 넓이를 구하기 위해서 \overline{AQ} , \overline{BQ} 의 길이를 각각 구하면,

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{AC} = 10(\text{cm})$ 이다.

$\triangle ABQ$ 와 $\triangle ABC$ 는 닮음이므로

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB} \text{에서}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AQ} = \frac{36}{10} = 3.6(\text{cm})$$

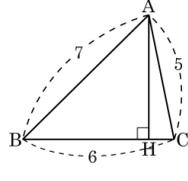
$$\overline{BQ} \times \overline{AC} = \overline{AB} \times \overline{BC}$$

$$\overline{BQ} = \frac{48}{10} = 4.8(\text{cm})$$

따라서 $\triangle ABQ$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4.8 \times 3.6 = 8.64(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

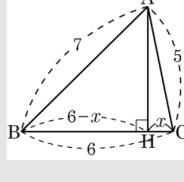
12. 다음 그림의 삼각형 ABC의 넓이는?



- ① $6\sqrt{2}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{5}$ ④ $6\sqrt{6}$ ⑤ $6\sqrt{7}$

해설

꼭짓점 A에서 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{CH} = x$ 라 하면 $7^2 - (6-x)^2 = 5^2 - x^2$

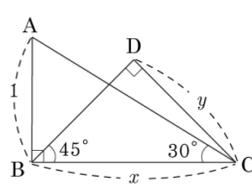
$\therefore x = 1$

$x = 1$ 이면 $\overline{AH} = 2\sqrt{6}$

$\therefore \triangle ABC$ 의 넓이 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6}$

13. 다음 그림에서 x, y 의 값을 각각 구하면?

- ① $x = \sqrt{3}, y = \sqrt{3}$
 ② $x = \sqrt{3}, y = \sqrt{6}$
 ③ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}, y = \sqrt{3}$
 ④ $x = \sqrt{3}, y = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 ⑤ $x = \sqrt{3}, y = \frac{\sqrt{6}}{2}$



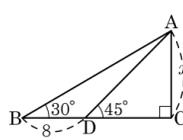
해설

$\triangle ABC$ 에서 $1 : \sqrt{3} = 1 : x$ 이므로 $x = \sqrt{3}$ 이다.

$\triangle DBC$ 에서 $1 : \sqrt{2} = y : \sqrt{3}$, $\sqrt{2}y = \sqrt{3}$, $y = \frac{\sqrt{6}}{2}$ 이다.

14. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BD} = 8$ 일 때, \overline{AC} 의 길이는?

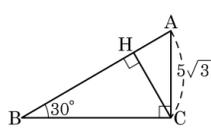
- ① $2\sqrt{3}$ ② $4(\sqrt{3}-1)$
③ 4 ④ $4\sqrt{3}$
⑤ $4(\sqrt{3}+1)$



해설

$$\begin{aligned} \angle CAD = 45^\circ \text{ 이므로 } \overline{CD} &= x \\ 1 : \sqrt{3} &= x : (x+8) \\ (\sqrt{3}-1)x &= 8 \\ \therefore x &= \frac{8}{\sqrt{3}-1} = 4(\sqrt{3}+1) \end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 \overline{CH} 의 길이는?



- ① $\frac{5\sqrt{10}}{2}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{15}{4}$
 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{15}{2}\sqrt{3}$

해설

$$\overline{AC} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{3} = 5\sqrt{3} : \overline{BC}$$

$$\therefore \overline{BC} = 15$$

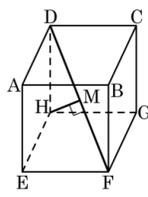
$$\overline{AC} : \overline{AB} = 1 : 2 = 5\sqrt{3} : \overline{AB}$$

$$\therefore \overline{AB} = 10\sqrt{3}$$

$$\triangle ABC \text{ 에서 } 10\sqrt{3} \times \overline{CH} \times \frac{1}{2} = 15 \times 5\sqrt{3} \times \frac{1}{2}$$

따라서 $\overline{CH} = \frac{15}{2}$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정육면체의 꼭짓점 H 에서 \overline{DF} 에 내린 수선 HM 의 길이는?



- ① 2 cm ② $2\sqrt{2}$ cm ③ $2\sqrt{3}$ cm
 ④ 4 cm ⑤ $2\sqrt{6}$ cm

해설

한 변의 길이가 6 cm 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\overline{DF} = \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2} = 6\sqrt{3}$ (cm)

한 변의 길이가 6 cm 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\overline{HF} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$ (cm)

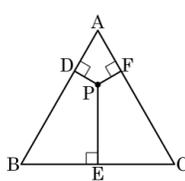
$$\therefore \triangle DHF = \frac{1}{2} \overline{DH} \cdot \overline{FH} = \frac{1}{2} \overline{DF} \cdot \overline{HM}$$

즉, $\overline{DH} \cdot \overline{FH} = \overline{DF} \cdot \overline{HM}$ 이므로

$$6 \times 6\sqrt{2} = 6\sqrt{3} \times \overline{HM}$$

$$\therefore \overline{HM} = 2\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

18. 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC의 내부의 한 점 P에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 할 때, $\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{3}$

해설

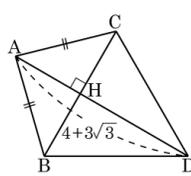
$$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle BCP + \triangle APC$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PE} + \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PF} = \frac{1}{2} \times 2 (\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF})$$

$$\therefore \overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF} = \sqrt{3}$$

19. 다음 조건을 만족할 때, \overline{AB} 를 구하여라.

- (가) $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\overline{BC} = 6$ 인 이등변 삼각형 ABC
 (나) \overline{BC} 를 한 변으로 하는 정삼각형 BDC
 (다) $\overline{AD} = 4 + 3\sqrt{3}$



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

\overline{AD} 는 $\triangle ABC$ 의 수선이므로 \overline{BC} 를 이등분한다. 따라서 \overline{BC} 의 중점을 H 라 하면 $\overline{BH} = \overline{HC} = 3$ 이다.

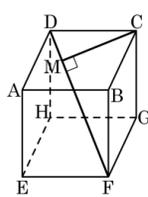
$\triangle BDC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ 이다.

따라서 $\overline{AH} = 4 + 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 4$,

$\overline{AB} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ 이다.

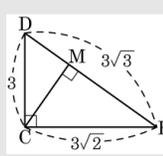
20. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3 인 정육면체의 꼭짓점 C 에서 대각선 DF 에 내린 수선의 발을 M 이라 할 때, \overline{CM} 의 길이는?

- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$
 ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

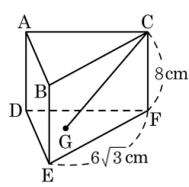


해설

$\overline{DF} = 3\sqrt{3}$, $\overline{CF} = 3\sqrt{2}$, $\overline{DC} = 3$
 $\triangle DCF$ 를 평면에 나타내 보면 다음과 같다. $\overline{DC} \times \overline{CF} = \overline{DF} \times \overline{CM}$ 이므로
 $\overline{CM} \times 3\sqrt{3} = 3\sqrt{2} \times 3$
 $\therefore \overline{CM} = \sqrt{6}$



21. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $6\sqrt{3}\text{cm}$ 인 정삼각형이고, 높이가 8cm 인 삼각기둥에서 밑면인 $\triangle DEF$ 의 무게중심을 G 라 할 때, \overline{CG} 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 10cm

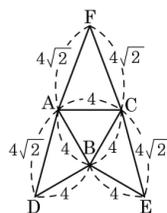
해설

$$\begin{aligned} \overline{FG} &= \frac{2}{3} \times (\triangle DEF \text{의 높이}) \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3} \\ &= 6 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

$\triangle CGF$ 는 $\angle CFG = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{CG} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ (cm)}$$

22. 다음 그림과 같은 전개도를 가지는 삼각뿔의 부피를 구하여라.

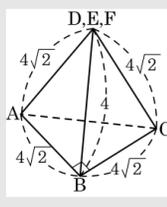


▶ 답:

▶ 정답: $\frac{32}{3}$

해설

$4^2 + 4^2 = (4\sqrt{2})^2$ 이므로 $\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 는 $\angle ABD = \angle CBE = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이다.



$$\begin{aligned} \therefore (\text{삼각뿔의 부피}) &= \frac{1}{3} \times \triangle ABC \times \overline{FB} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 4^2 \times 4 = \frac{32}{3} \end{aligned}$$

23. 6, 7, 8, 9, 10 의 숫자가 적힌 5 장의 카드가 있다. 이 중에서 3 장을 뽑아 그것을 세 변의 길이로 하는 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 둔각삼각형이 될 확률은 ?

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{1}{11}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

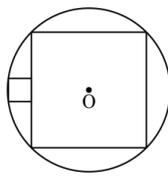
해설

전체 경우의 수는 $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$,

둔각삼각형이 되는 경우는 (6, 7, 10)

\therefore (확률) = $\frac{1}{10}$

24. 다음 그림과 같이 두 정사각형의 한 변이 붙어있으면서 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$ 인 원 O에 내접하고 있다. 두 정사각형의 한 변의 길이의 차를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

다음 그림과 같이 원의 중심 O에서 \overline{PS} 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{OA} = 5\sqrt{2}$$

$$\overline{AC} = 2\overline{OA} = 10\sqrt{2}$$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 10이다.

한편 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$$\overline{OH} = \frac{x}{2}, \overline{PH} = x + 5 \text{ 이므로}$$

$\triangle POH$ 에서

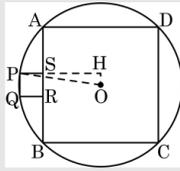
$$(x+5)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = (5\sqrt{2})^2$$

$$x^2 + 10x + 25 + \frac{x^2}{4} = 50$$

$$x^2 + 8x - 20 = 0$$

$$\therefore x = 2 \ (x > 0)$$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 2이므로, 두 정사각형의 한 변의 길이 차는 $10 - 2 = 8$ 이다.



25. 부피가 $9\sqrt{2}$ 인 정팔면체의 겹넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $18\sqrt{3}$

해설

정팔면체의 한 모서리의 길이를 a 라고 꼭짓점 A 에서 $\square BCDE$ 에 내린 수선의 발을 O 라 하면 $\triangle ABO$ 에서

$$\overline{BO} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2}a = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$\overline{AO} = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

정팔면체의 부피는

$2 \times$ (정사면체 A-BCDE의 부피) 이므로

$$2 \times \left(\frac{1}{3} \times a^2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}a \right) = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3 = 9\sqrt{2} \text{ 이다.}$$

$\therefore a = 3$

즉, 정팔면체의 한 모서리의 길이는 3 이다.

따라서 정팔면체의 겹넓이는 $8 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3^2 = 18\sqrt{3}$ 이다.