

1. 다음 안에 알맞은 말을 써넣어라.

세 변의 길이가 4 cm, 6 cm, 8 cm 인 삼각형은 삼각형이고,
세 변의 길이가 3 cm, 4 cm, 5 cm 인 삼각형은 삼각형이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

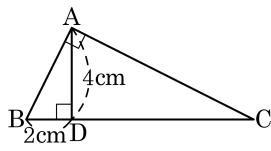
▷ 정답 : 둔각

▷ 정답 : 직각

해설

$4^2 + 6^2 > 8^2$ 이므로 둔각삼각형, $3^2 + 4^2 = 5^2$ 이므로 직각삼각형

2. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AD} = 4\text{ cm}$, $\overline{BD} = 2\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



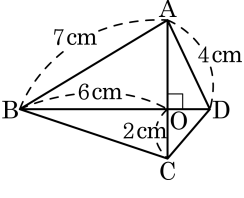
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{5}$ cm

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$$

3. 다음 그림과 같이 □ABCD의 두 대각선이 점 O에서 직교하고 $AB = 7\text{cm}$, $\overline{BO} = 6\text{cm}$, $\overline{OC} = 2\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{CB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 길이를 차례로 나열한 것은?



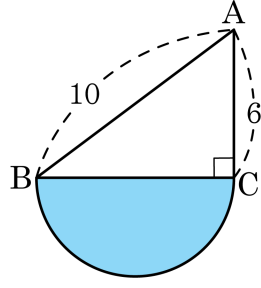
- ① $\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{6}\text{cm}$ ② $\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{7}\text{cm}$
 ③ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{6}\text{cm}$ ④ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{7}\text{cm}$
 ⑤ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $2\sqrt{2}\text{cm}$

해설

$$\overline{CB} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}(\text{cm})$$

$$(\overline{CD})^2 + 7^2 = (2\sqrt{10})^2 + 4^2, \overline{CD} = \sqrt{7}\text{cm}$$

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다. 나머지 한 변의 길이를
지름으로 하는 반원의 넓이는?



- ① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

해설

$$\overline{BC} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$$

따라서 반지름이 4 인 반원의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \pi \times 4^2 = 8\pi$$

5. 세 변의 길이가 각각 3, a , 5 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위는 ? (단, 가장 긴 변의 길이는 5 이다.)

① $1 < a < 3$

② $1 < a < 4$

③ $2 < a < 4$

④ $3 < a < 5$

⑤ $3 < a < 6$

해설

i) $3 + a > 5, a > 2$

ii) $3^2 + a^2 < 5^2, a < 4$

iii) $a < 5$

$\therefore 2 < a < 4$

6. 자연수 x 에 대하여 세 변의 길이가 5, 7, x 인 예각삼각형은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 3 개

해설

- (i) 가장 긴 변의 길이가 7 일 경우, $7^2 < x^2 + 5^2$

$$\therefore x < -\sqrt{24} \text{ 또는 } x > \sqrt{24}$$

그런데 $x < 7$ 이므로 자연수 x 는 5, 6

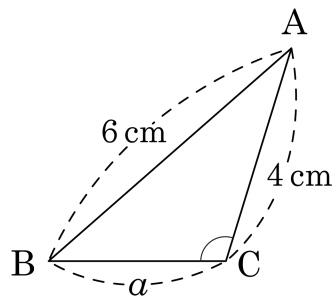
- (ii) 가장 긴 변의 길이가 x 일 경우, $x^2 < 7^2 + 5^2$
 $\sqrt{74} < x < \sqrt{74}$ 이므로

 $\therefore -\sqrt{74} < x < \sqrt{74}$ 이므로

그런데 $x > 7$ 이므로 자연수 x 는 8

따라서 (i), (ii) 에서 $x = 5, 6, 8$ 일 때 예각삼각형이 되므로 모두 3 개이다.

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$ 인 삼각형 ABC 에서 $\angle C$ 가 둔각이 되게 하는 a 의 값의 범위를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2 < a < 2\sqrt{5}$

해설

$$a^2 + 16 < 36$$

$$a^2 < 20, a < 2\sqrt{5}$$

a 는 두 변의 차보다 커야 되므로 $a > 2$ 이다.

따라서 $2 < a < 2\sqrt{5}$ 이다.

8. $\triangle ABC$ 의 세변의 길이는 각각 $8, 6, a$ 이다. a 가 8보다 작은 수라고 할 때, $\triangle ABC$ 가 둔각 삼각형이 되기 위한 a 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2 < a < 2\sqrt{7}$

해설

$$8^2 > 6^2 + a^2, \quad 64 > 36 + a^2$$

$$a^2 < 28, \quad a < 2\sqrt{7}$$

$$8 < 6 + a, \quad a > 2$$

$$\therefore 2 < a < 2\sqrt{7}$$

9. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 13$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이의 최솟값은?

① 9

② 12

③ 17

④ 20

⑤ 답이 없다.

해설

$\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 13$ 일 때, $\overline{BC}$ 가 삼각형의 빗변일 경우와, $\overline{AC}$ 가 삼각형의 빗변일 경우 두 가지의 직각삼각형을 만들 수 있다.
 $\overline{BC}$ 가 삼각형의 빗변일 경우에 $\overline{AC}$ 의 길이가 더 짧으므로, 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$$

$$\overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2$$

$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 12$ 이다.

10. 세 변의 길이가 다음 보기와 같을 때, 직각삼각형을 모두 골라라.

보기

- | | | |
|-------------|--------------|---------------------|
| ㉠ 5, 12, 13 | ㉡ 4, 8, 12 | ㉢ 1, $\sqrt{3}$, 2 |
| ㉣ 9, 12, 15 | ㉤ 12, 13, 19 | ㉥ 8, 15, 19 |

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉥

해설

- ㉠ $5^2 + 12^2 = 13^2$
㉣ $1^2 + (\sqrt{3})^2 = 2^2$
㉥ $9^2 + 12^2 = 15^2$

11. 세 변의 길이가 6, a , 10 인 삼각형이 예각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위는 ?(단, $a < 10$)

① $0 < a < 2$

② $2 < a < 4$

③ $4 < a < 6$

④ $6 < a < 8$

⑤ $8 < a < 10$

해설

i) 삼각형이 될 조건에서

$$10 - 6 < a < 10 + 6$$

그런데 $a < 10$ 이므로 $4 < a < 10$

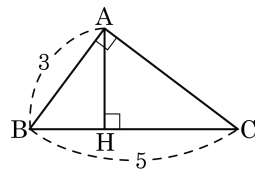
ii) 예각삼각형일 조건

$$10^2 < 6^2 + a^2$$

$$a > 8$$

i), ii)에 의하여 $8 < a < 10$

12. 다음 그림의 직각삼각형 ABC의 점 A에서 빗변에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?

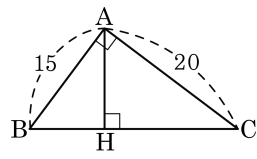


- ① 1.2 ② 1.6 ③ 2 ④ 2.4 ⑤ 2.8

해설

$$\begin{aligned} \overline{AC} &= 4 \text{ 이므로} \\ \overline{AH} \times 5 &= 3 \times 4 \\ \therefore \overline{AH} &= 2.4 \end{aligned}$$

13. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A 에서
 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{AB} = 15$, $\overline{AC} = 20$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여
 라.



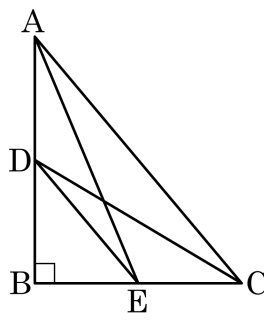
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= \sqrt{15^2 + 20^2} = 25 \\ 25 \times \overline{AH} &= 15 \times 20 \\ \therefore \overline{AH} &= 12\end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2$ 의 값은?

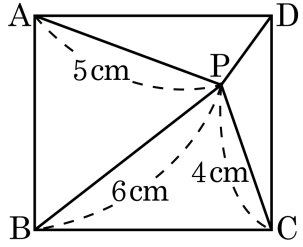


- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{23}$ ③ 5 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{29}$

해설

$$\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 \text{ 이므로 } \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$$

15. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{AP} = 5\text{ cm}$, $\overline{BP} = 6\text{ cm}$, $\overline{CP} = 4\text{ cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하면?

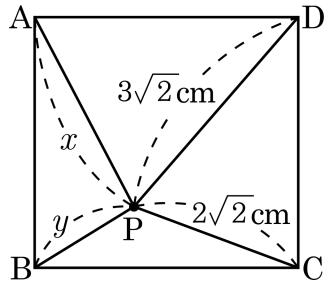


- ① $3\sqrt{2}\text{ cm}$ ② $\sqrt{5}\text{ cm}$ ③ $5\sqrt{2}\text{ cm}$
 ④ $3\sqrt{3}\text{ cm}$ ⑤ $4\sqrt{5}\text{ cm}$

해설

$$\overline{PD}^2 + 6^2 = 5^2 + 4^2, \overline{PD} = \sqrt{5}\text{ cm}$$

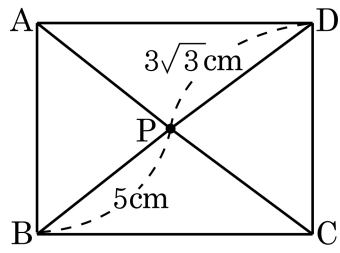
16. 다음과 같이 정사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{PC} = 2\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{PD} = 3\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 9 ⑤ 10

해설
 $x^2 + (2\sqrt{2})^2 = y^2 + (3\sqrt{2})^2$, $x^2 - y^2 = 18 - 8$, $x^2 - y^2 = 10$ 이다.

17. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{PB} = 5\text{cm}$, $\overline{PD} = 3\sqrt{3}\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값은?

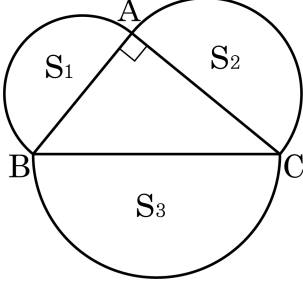


- ① 34 ② 42 ③ 49 ④ 50 ⑤ 52

해설

$$\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 5^2 = 52 \text{ 이다.}$$

18. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 S_1, S_2, S_3 라 하자. $S_1 = 10\pi\text{cm}^2, S_2 = 15\pi\text{cm}^2$ 일 때, S_3 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $25\pi\text{cm}^2$

해설

$S_1 + S_2 = S_3$ 이므로 $S_3 = 25\pi(\text{cm}^2)$

19. 세 변의 길이가 각각 8, 12, a 인 삼각형이 있다. 이 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 의 값으로 옳지 않은 것은?

① 5 ② 6 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$a > 12$ 일 때, $a < 20$ 이고, $a^2 > 8^2 + 12^2 = 208$, $a > 4\sqrt{13}$
 $\therefore 20 > a > 4\sqrt{13} = 14.4222$
 $a \leq 12$ 일 때, $a > 4$ 이고, $12^2 > 8^2 + a^2$, $a < 4\sqrt{5}$ $\therefore 8.9442 = 4\sqrt{5} > a > 4$
 $20 > a > 4\sqrt{13}$ 또는 $4\sqrt{5} > a > 4$
그러므로 14 는 될 수 없다.

20. 세 변의 길이가 $x, 6, 10$ 인 삼각형이 예각삼각형일 때, x 의 값의 범위는? (단, $x > 6$)

① $6 < x < 8$

② $x < \sqrt{136}$

③ $10 \leq x < 2\sqrt{34}$

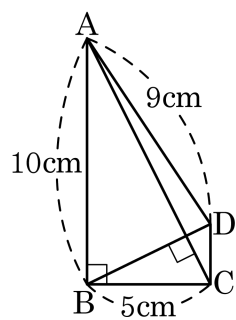
④ $8 < x < 2\sqrt{34}$

⑤ $6 < x < 10$

해설

i) $6 < x < 10$ 일 때
예각삼각형이므로 가장 긴 변인 10 에 대하여
 $10^2 < 6^2 + x^2$ 이 성립한다.
 $x^2 > 64$ 이므로
 $\therefore 8 < x < 10$
ii) $x \geq 10$ 일 때
예각삼각형이므로 가장 긴 변인 x 에 대하여
 $x^2 < 6^2 + 10^2$ 이 성립한다.
 $x < \sqrt{136}(= 2\sqrt{34})$ 이므로
 $\therefore 10 \leq x < 2\sqrt{34}$
i), ii) 에 의해서 $8 < x < 2\sqrt{34}$

21. 다음 그림을 보고 $\overline{CD}$ 의 길이를 고르면?

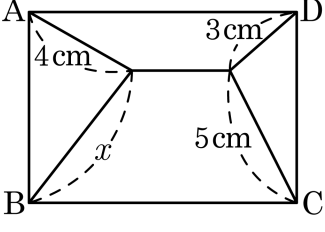


- ① $\sqrt{2}\text{cm}$ ② $\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $\sqrt{5}\text{cm}$
 ④ $\sqrt{6}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{7}\text{cm}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 &= \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \\ 100 + \overline{CD}^2 &= 81 + 25 \\ \overline{CD}^2 &= 6 \quad \therefore \overline{CD} = \sqrt{6}(\text{cm}) \end{aligned}$$

22. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 선분이 한 변에 평행하게 놓여있다. 선분의 끝점과 꼭짓점 사이의 거리가 각각 다음과 같을 때, x 의 길이를 구하여라.

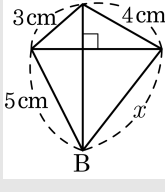


▶ 답 : cm

▶ 정답 : $4\sqrt{2}$ cm

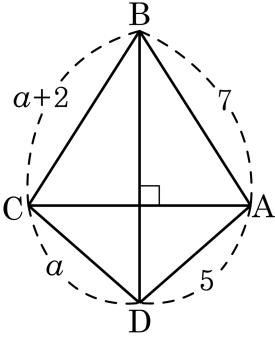
해설

두 삼각형 모양을 자른 후에 붙이면 다음과 같다.



그러므로 $x^2 + 3^2 = 4^2 + 5^2$, $x = 4\sqrt{2}$ (cm)

23. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 인 $\square ABCD$ 가 있다. 이때 a 의 값을 구하면?

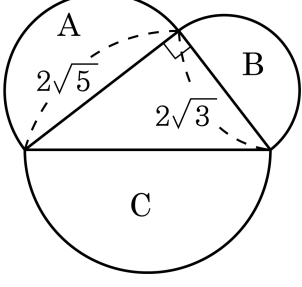


- ① 3 ② 3.5 ③ 4 ④ 4.5 ⑤ 5

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$ 이므로
 $a^2 + 7^2 = (a + 2)^2 + 5^2$
 $a^2 + 49 = a^2 + 4a + 4 + 25$
 $4a = 20 \quad \therefore a = 5$

24. 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 A, B, C 라고 할 때, $2(A + B) + C$ 의 값을 구하면?



- ① 8π
- ② 10π
- ③ 12π
- ④ 14π
- ⑤ 16π

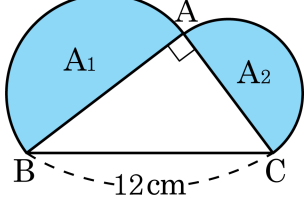
해설

피타고라스 정리에 의해서 C 의 지름을 c 라고 하면 $c^2 = (2\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{3})^2 = 32$

따라서 $c = 4\sqrt{2}$ 이므로 $C = \frac{1}{2} \times \left(\frac{c}{2}\right)^2 \pi = \frac{1}{8} \times 32\pi = 4\pi$

피타고라스 정리를 이용하면 $C = A+B$ 이므로 $2(A + B)+C = 3C = 12\pi$

25. 직각삼각형 ABC 에 대해 그림과 같이 반원을 그리고, 각각의 넓이를 A_1, A_2 라고 했을 때, $A_1 - A_2 = 2\pi \text{ cm}^2$ 이다. A_1, A_2 를 각각 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▶ 답 : cm^2

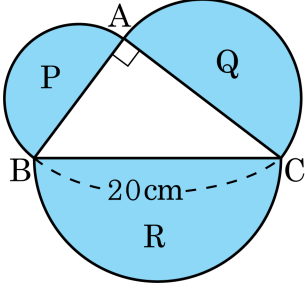
▷ 정답 : $A_1 = 10\pi \text{ cm}^2$

▷ 정답 : $A_2 = 8\pi \text{ cm}^2$

해설

$\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이는 $\frac{1}{2} \cdot 6^2 \cdot \pi = 18\pi \text{ cm}^2$ 이고, 피타고라스 정리에 의해 $A_1 + A_2 = 18\pi \text{ cm}^2$ 이 성립하고, $A_1 - A_2 = 2\pi \text{ cm}^2$ 이므로 따라서 연립방정식을 풀면 $A_1 = 10\pi \text{ cm}^2$, $A_2 = 8\pi \text{ cm}^2$ 이다.

26. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 지름으로 하는 세 반원 P,Q,R를 그릴 때, 세 반원의 넓이의 합은?

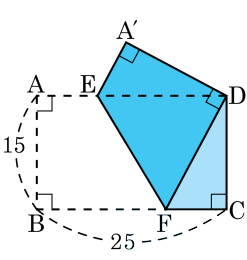


- ① $64\pi\text{cm}^2$
- ② $70\pi\text{cm}^2$
- ③ $81\pi\text{cm}^2$
- ④ $100\pi\text{cm}^2$
- ⑤ $121\pi\text{cm}^2$

해설

R의 넓이 $= \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{20}{2}\right)^2 = 50\pi(\text{cm}^2)$
R = P + Q 이므로
따라서 세 반원의 넓이의 합 $2R = 2 \times 50\pi = 100\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

27. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 B 가 점 D 에 오도록 접었다. $\overline{AB} = 15$, $\overline{BC} = 25$ 일 때, 사다리꼴 A'DFE 의 넓이는?



- ① 150 ② 163.5 ③ 175
 ④ 187.5 ⑤ 194.5

해설

$\overline{A'E}$ 를 x 라고 하면,

$\triangle A'ED$ 에서

$$x^2 + 15^2 = (25 - x)^2$$

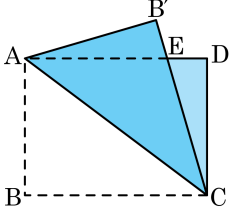
$$50x = 625 - 225, x = 8$$

따라서 사다리꼴 A'DFE 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (8 + 17) \times 15 = \frac{375}{2} = 187.5$ 이다.

28. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD에서 $\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle AEC$ 의 넓이는 $\triangle ECD$ 의 넓이의 몇 배인가?

- ① 2배 ② 3배 ③ $\frac{22}{7}$ 배

- ④ $\frac{25}{7}$ 배 ⑤ $\frac{25}{8}$ 배



해설

$\overline{ED} = x$ 라 하면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 8 - x$ ($\because \triangle AEB' \cong \triangle CED$)

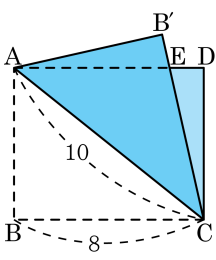
따라서 $\triangle CDE$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $x = \frac{7}{4}$

$\triangle AEC$, $\triangle ECD$ 은 밑변의 길이만 다르므로 넓이의 비 또한 밑변의 길이의 비와 같다.

즉, $\triangle AEC$ 의 넓이는 $\triangle ECD$ 의 넓이의 $\frac{8-x}{x} = \frac{\frac{25}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{25}{7}$ (배)

이다.

29. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 $\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. $\triangle CDE$ 의 넓이는?



- ① 5 ② $\frac{19}{4}$ ③ 6 ④ $\frac{21}{4}$ ⑤ 7

해설

i) $\overline{DE} = x$, $\overline{CE} = 8 - x$, $\overline{CD} = 6$

ii) $x^2 + 6^2 = (8 - x)^2$

$x = \frac{7}{4}$

$\therefore \triangle CDE = \frac{1}{2} \times \frac{7}{4} \times 6 = \frac{21}{4}$

30. 세 변의 길이가 $x, 7, 8$ 인 삼각형이 예각삼각형이 되기 위한 x 의 값의 범위는? (단, $x > 8$)

① $x > \sqrt{113}$

② $8 < x < \sqrt{113}$

③ $8 < x < 15$

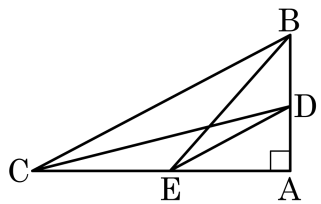
④ $\sqrt{113} < x < 15$

⑤ $x > 15$

해설

삼각형에서 x 가 가장 긴 변이므로 예각삼각형이 되는 조건은 $x^2 < 7^2 + 8^2$, $x^2 < 113$, $x < \sqrt{113}$ 이다.
조건에 의해 $x > 8$ 이므로 $8 < x < \sqrt{113}$

31. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} = 3, \overline{BE} = 4, \overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



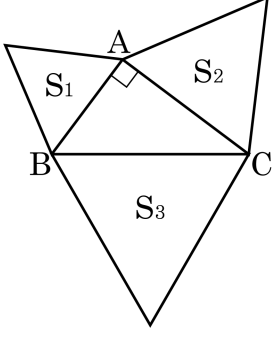
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{43}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{BC}^2 + 3^2 &= 4^2 + 6^2 \\ \therefore \overline{BC} &= \sqrt{43}\end{aligned}$$

32. $\angle A$ 가 90° 인 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 세 정삼각형을 작도하였다. 각각의 정삼각형의 넓이를 S_1, S_2, S_3 라 하고, $S_1 = 5, S_2 = 6$ 일 때, S_3 의 값을 구하여라.



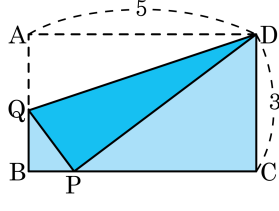
▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

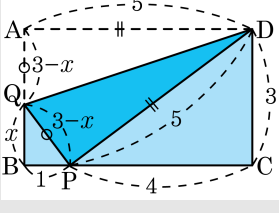
세 정삼각형은 모두 닮음이므로 넓이가 S_1 인 정삼각형과 S_2 인 정삼각형의 닮음비는 $\sqrt{5} : \sqrt{6}$
 $\overline{AB} = \sqrt{5}a, \overline{AC} = \sqrt{6}a$ 라고 하면
 $\overline{BC} = \sqrt{5a^2 + 6a^2} = \sqrt{11}a$
따라서, S_1, S_2, S_3 의 닮음비는 $\sqrt{5} : \sqrt{6} : \sqrt{11}$ 이므로
넓이의 비는 $5 : 6 : 11$ 이 되어 $S_3 = 11$
즉, $S_1 + S_2 = S_3$ 이다.

33. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 꼭
짓점 A 가 변 BC 위의 점 P 에 오도록
접었을 때, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하면?



- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{5}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

해설



$\overline{BQ} = x$ 라 하면 $\overline{PQ} = \overline{AQ} = 3 - x$
 $\overline{DP} = \overline{DA} = 5$ 이므로 $\overline{CP} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$, $\overline{BP} = 1$
 $\triangle BPQ$ 에서 $(3 - x)^2 = x^2 + 1$, $6x = 8 \therefore x = \frac{4}{3}$