

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3^5 \div 9^2 = 1$

② $(x^2)^3 \times (x^3)^4 = x^{18}$

③ $\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^3 = \frac{x^{12}}{y^6}$

④ $(x^2y^5)^4 = x^8y^{20}$

⑤ $(a^2b)^3 \div a^2 = a^4b^3$

해설

① $3^5 \div 9^2 = 3^5 \div (3^2)^2 = 3$

2. $3^{x+2} = 3^x \times \square$ 에서 $\square$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$3^{x+2} = 3^x \times 3^2$$

$$\therefore \square = 9$$

3. $3^x + 3^x + 3^x$ 을 간단히 나타내면?

- ① 3^{x+1} ② 3^{3x} ③ 27^x ④ 3^{x+2} ⑤ 3^{x+3}

해설

$$3 \times 3^x = 3^{x+1}$$

4. $5^x + 5^x + 5^x + 5^x + 5^x$ 을 간단히 나타내면?

- ① 5^{x+1} ② 5^{5x} ③ 25^x ④ 5^{x+2} ⑤ 5^{x+3}

해설

$$5 \times 5^x = 5^{x+1}$$

5. $4^3 = A$ 라 할 때, 16^6 을 A 를 이용하여 나타내면?

① A

② A^2

③ A^3

④ A^4

⑤ A^5

해설

$16^6 = (4^2)^6 = 4^{12} = (4^3)^4 = A^4$ 이다.

6. $2^3 = \frac{1}{x}$ 이라고 할 때, $\left(\frac{1}{64}\right)^2$ 을 x 에 관하여 나타내면?

- ① $\frac{1}{x^{12}}$ ② $\frac{1}{x^6}$ ③ x^4 ④ x^6 ⑤ x^{12}

해설

$$\left(\frac{1}{64}\right)^2 = \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^6\right\}^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{12} = \frac{1}{2^{12}}$$

$x = \frac{1}{2^3}$ 이므로

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{12} = \frac{1}{2^{12}} = \frac{1}{(2^3)^4} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^4 = x^4$$

7. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\left(\frac{y^2}{x}\right)^3 \times (x^2y^3)^2 = xy^{12}$

㉡ $12x^5 \div (-3xy^2) \times (-y^3)^2 = 4x^4y^4$

㉢ $\frac{x^4}{y} \times (y^3)^2 \div \left(\frac{x^2}{y}\right)^2 = y^6$

㉣ $\left(\frac{b}{a}\right)^3 \times (ab^3)^2 \times a^2 = ab^9$

㉤ $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2^2}{3}\right)^2 = 6$

해설

㉠ $\left(\frac{y^2}{x}\right)^3 \times (x^2y^3)^2 = \frac{y^6}{x^3} \times x^4y^6 = xy^{12}$

㉡ $12x^5 \div (-3xy^2) \times (-y^3)^2$
 $= 12x^5 \times \left(\frac{1}{-3xy^2}\right) \times y^6 = -4x^4y^4$

㉢ $\frac{x^4}{y} \times (y^3)^2 \div \left(\frac{x^2}{y}\right)^2 = \frac{x^4}{y} \times y^6 \times \frac{y^2}{x^4} = y^7$

㉣ $\left(\frac{b}{a}\right)^3 \times (ab^3)^2 \times a^2 = \frac{b^3}{a^3} \times a^2b^6 \times a^2 = ab^9$

㉤ $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2^2}{3}\right)^2 = \left(\frac{3^3}{2^3}\right) \times \left(\frac{2^4}{3^2}\right) = 3 \times 2 = 6$

8. $3^x \times 3^2 = 729$ 이고 $2^2 \times 4^3 \div 8 = 2^y$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} 3^{x+2} &= 3^6, \quad x = 4, \\ 2^{2+6-3} &= 2^y, \quad y = 5 \\ \therefore x + y &= 9 \end{aligned}$$

9. $3^{2x} + 3^{2x} + 3^{2x}$ 을 간단히 나타내면?

① 3^{x+1}

② 3^{3x}

③ 27^x

④ 3^{2x+1}

⑤ 3^{3x+1}

해설

$$3 \times 3^{2x} = 3^{2x+1}$$

10. $5^5 \div 5^a = 25$, $5^b + 5^b + 5^b + 5^b + 5^b = 5^4$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 5^5 \div 5^a &= 5^{5-a} = 5^2 \\ 5 - a &= 2 \quad \therefore a = 3 \\ 5 \times 5^b &= 5^4, 5^{b+1} = 5^4 \\ b + 1 &= 4 \quad \therefore b = 3 \\ a &= 3, b = 3 \\ \therefore a - b &= 0 \end{aligned}$$

11. $A = 2^{x-3}$, $B = 3^{x+1}$ 일 때, $\frac{8^x}{9^x}$ 를 A , B 에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{4606}{B^2}A^3$
④ $\frac{4609}{B^2}A^3$

② $\frac{4607}{B^2}A^3$
⑤ $\frac{4610}{B^2}A^3$

③ $\frac{4608}{B^2}A^3$

해설

$$A = 2^{x-3} = 2^x \div 8 \text{ 이므로 } 2^x = 8A$$

$$B = 3^{x+1} = 3^x \times 3 \text{ 이므로 } 3^x = \frac{B}{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{8^x}{9^x} &= \frac{(2^x)^3}{(3^x)^2} = \frac{(8A)^3}{\left(\frac{B}{3}\right)^2} \\ &= \frac{3^2 \times 2^9 \times A^3}{\frac{B^2}{3}} \\ &= \frac{4608A^3}{B^2} \end{aligned}$$

12. $a = 3^{x+1}$ 일 때, 81^x 을 a 에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?

- ① $\frac{a}{3}$ ② $\frac{a^2}{9}$ ③ $\frac{a^3}{27}$ ④ $\frac{a^4}{81}$ ⑤ $\frac{a^5}{243}$

해설

$$a = 3^{x+1}, a = 3 \cdot 3^x, 3^x = \frac{a}{3},$$

$$81^x = (3^4)^x = (3^x)^4 = \left(\frac{a}{3}\right)^4 = \frac{a^4}{81}$$

13. $3^2 = A$ 일 때 27^6 을 A 의 거듭제곱으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : A^9

해설

27^6 은 $(3^3)^6 = 3^{18} = (3^2)^9 = A^9$ 이다.

14. $2^{10} \times 5^{14}$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$5^4 \times 2^{10} \times 5^{10} = 5^4 \times 10^{10} = 625 \times 10^{10}$$

따라서 13 자리의 자연수이다.

15. $\frac{2^{15} \times 15^{30}}{45^{15}}$ 은 a 자리의 수이다. 이 때, $a^2 + a + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 273

해설

$$\frac{2^{15} \times 3^{30} \times 5^{30}}{3^{30} \times 5^{15}} = 2^{15} \times 5^{15} = 10^{15} \text{ 이므로}$$

$$a = 16 \quad \therefore a^2 + a + 1 = 273$$

16. $a = 4^5$, $b = 5^{10} + 5$ 일 때, $a \times b$ 는 n 자리의 자연수이다. 이 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$4^5(5^{10} + 5) = 2^{10} \times 5^{10} + 2^{10} \times 5 = (2 \times 5)^{10} + (2 \times 5) \times 2^9$
따라서 n 은 11 자리의 자연수이다.

17. $2^3 \times 5^7 \times 2^6 \times 5^5$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하면?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

$$\begin{aligned}2^3 \times 5^7 \times 2^6 \times 5^5 &= 2^9 \times 5^{12} \\&= 2^9 \times 5^9 \times 5^3 \\&= 10^9 \times 125\end{aligned}$$

따라서 12 자리의 수이다.

18. $2^{12} \times 5^{13}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 13 자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 5^{13} &= 2^{12} \times 5^{12} \times 5 = (2 \times 5)^{12} \times 5 \\ &= 10^{12} \times 5 \end{aligned}$$

따라서 13자리의 수이다.

19. 다음 등식을 만족하는 a, b 에 대하여 $2a - 3b$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

$$2^a \times 4^2 \div 8 = 2^5$$
$$(-1)^{n+2} \times (-1)^{n+3} = b$$

- ① 11
- ② -11
- ③ -5
- ④ 5
- ⑤ 8

해설

첫 번째 식
: $2^a \times 2^4 \div 2^3 = 2^{a+4-3} = 2^5 \therefore a = 4$
두 번째 식
: $(-1)^{n+2+n+3} = (-1)^{2n+5} = b \therefore b = -1$
: $2a - 3b = 8 + 3 = 11$

20. $\frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6} = \left(\frac{n}{m}\right)^7$ 일 때, $m+n$ 의 값은? (단, $\frac{n}{m}$ 은 기약분수이다.)

- ① 6
- ② 9
- ③ 11
- ④ 16
- ⑤ 17

해설

$$\begin{aligned} 3^6 + 3^6 + 3^6 &= 3^6 \times 3 = 3^7 \\ 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 &= 5^6 \times 5 = 5^7 \\ 4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6 &= 4^6 \times 4 = 4^7 \\ 2^6 + 2^6 &= 2^6 \times 2 = 2^7 \\ \frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6} \\ &= \frac{3^7}{5^7} \times \frac{4^7}{2^7} = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \times \left(\frac{4}{2}\right)^7 \\ &= \left(\frac{3 \times 4}{5 \times 2}\right)^7 = \left(\frac{6}{5}\right)^7 \\ \therefore \frac{n}{m} &= \frac{6}{5} \\ \therefore m+n &= 5+6=11 \end{aligned}$$