1. 세 변의 길이가 $x, 6, 10$ 인 삼각형이 예각삼각형일 때, x 의 값의 범위는? (단, $x > 6$)

① $6 < x < 8$

② $x < \sqrt{136}$

③ $10 \le x < 2\sqrt{34}$

④ $8 < x < 2\sqrt{34}$

⑤ $6 < x < 10$

해설

i) $6 < x < 10$ 일 때
예각삼각형이므로 가장 긴 변인 10 에 대하여
$10^2 < 6^2 + x^2$ 이 성립한다.
$x^2 > 64$ 이므로
$\therefore 8 < x < 10$
ii) $x \ge 10$ 일 때
예각삼각형이므로 가장 긴 변인 x 에 대하여
$x^2 < 6^2 + 10^2$ 이 성립한다.
$x < \sqrt{136}(= 2\sqrt{34})$ 이므로
$\therefore 10 \le x < 2\sqrt{34}$
i), ii) 에 의해서 $8 < x < 2\sqrt{34}$

2. 세 변의 길이가 $4\mathrm{cm}, a\mathrm{cm}, (a+1)\mathrm{cm}$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위를 구하여라. (단, $a > 4$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a > \dfrac{15}{2}$

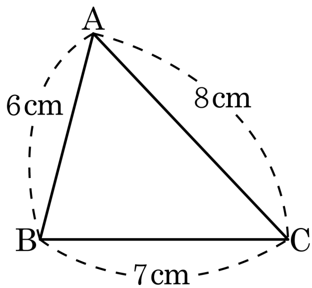
해설

$(a+1)^2 > a^2 + 4^2$

$a^2 + 2a + 1 > a^2 + 16$

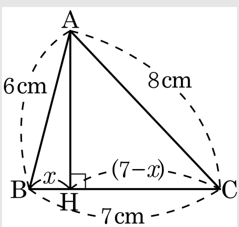
$2a > 15 \therefore a > \dfrac{15}{2}$

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$, $\overline{CA} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① $\dfrac{\sqrt{15}}{4}\text{cm}^2$ ② $\dfrac{3\sqrt{11}}{4}\text{cm}^2$ ③ $\dfrac{5\sqrt{13}}{4}\text{cm}^2$
④ $\dfrac{21\sqrt{15}}{4}\text{cm}^2$ ⑤ $\dfrac{9\sqrt{131}}{4}\text{cm}^2$

해설



$\overline{BH} = x$ 라 하면 $\overline{HC} = 7 - x$ 이다.

$\overline{AH}^2 = 36 - x^2 \cdots$ ①

$\overline{AH}^2 = 64 - (7 - x)^2 \cdots$ ②

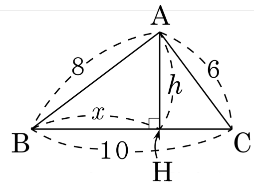
①, ② 로부터 $36 - x^2 = 64 - (7 - x)^2$, $14x = 21$ 이다.

$\therefore x = \dfrac{3}{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AH} = \sqrt{36 - \dfrac{9}{4}} = \dfrac{3\sqrt{15}}{2}(\text{cm})$

($\triangle ABC$의 넓이) $= \dfrac{1}{2} \times 7 \times \dfrac{3\sqrt{15}}{2} = \dfrac{21\sqrt{15}}{4}(\text{cm}^2)$

4. 다음 삼각형에서 $\triangle ABC$ 의 높이 h 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{24}{5}$

해설

$\overline{BH} = x$, $\overline{CH} = 10 - x$

$64 - x^2 = 36 - (10 - x)^2$

$64 - x^2 = 36 - 100 + 20x - x^2$

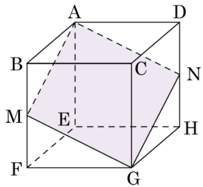
$20x = 128$

$x = \frac{32}{5}$

$$\begin{aligned} h^2 &= 8^2 - \left(\frac{32}{5}\right)^2 \\ &= 64 - \frac{1024}{25} \\ &= \frac{1600 - 1024}{25} \\ &= \frac{576}{25} \end{aligned}$$

$\therefore h = \sqrt{\frac{576}{25}} = \frac{24}{5} (\because h > 0)$

5. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 a 인 정육면체에서 모서리 BF, DH 의 중점을 각각 M, N 이라고 할 때, 사각형 AMGN 의 넓이를 a 를 사용한 식으로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{\sqrt{6}}{2}a^2$

해설

$\triangle$ABM 에서 $\overline{AM} = \sqrt{a^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}a$

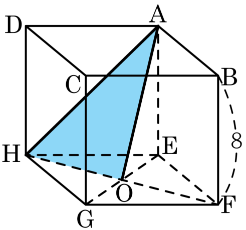
즉, □AMGN 은 한 변의 길이가 $\dfrac{\sqrt{5}}{2}a$ 인 마름모이다. $\overline{AG}$ 는 정육면체의 대각선이므로

$\overline{AG} = \sqrt{3}a$

$\overline{MN} = \overline{BD} = \sqrt{2}a$

$$\therefore\ \square AMGN = \frac{1}{2} \times \overline{AG} \times \overline{MN} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3}a \times \sqrt{2}a = \frac{\sqrt{6}}{2}a^2$$

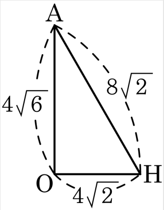
6. 다음은 한 변의 길이가 8 인 정육면체를 그린 것이다. 밑변의 대각선의 교점을 점 O 라 할 때, △AOH 의 넓이를 구하면?



① $16\sqrt{3}$ ② $17\sqrt{3}$ ③ $18\sqrt{3}$

④ $19\sqrt{3}$ ⑤ $20\sqrt{3}$

해설



$\overline{AE} = 8, \overline{OE} = 4\sqrt{2}$이므로

$$\overline{AO} = \sqrt{8^2 + (4\sqrt{2})^2}$$
$$= \sqrt{64+32} = \sqrt{96}$$
$$= 4\sqrt{6}$$

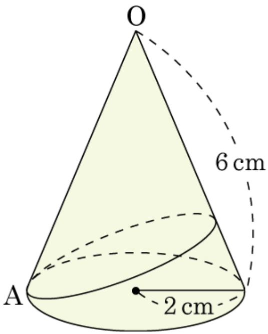
$(8\sqrt{2})^2 = (4\sqrt{6})^2 + (4\sqrt{2})^2$이므로

△AOH는 직각삼각형이다.

따라서 △AOH 넓이는

$$4\sqrt{6} \times 4\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{12} = 16\sqrt{3}$$

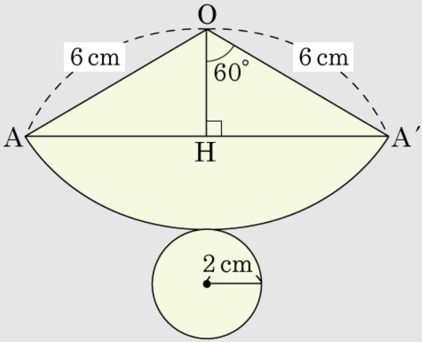
7. 다음 그림과 같은 원뿔에서 점 A를 출발하여 겉면을 따라 다시 점 A로 돌아오는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

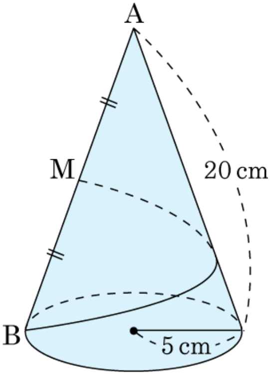
▷ 정답 : $6\sqrt{3}$ cm

해설



$\overline{AH} = 3\sqrt{3}$ cm, $\overline{AA'} = 6\sqrt{3}$ cm

8. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $5\,\mathrm{cm}$, 모선의 길이가 $20\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔이 있다.
밑면 위의 한 점 B 에서 모선 AB 의 중점 M까지 실을 감을 때, 전개도를 그려 최단 거리를 구하여라.

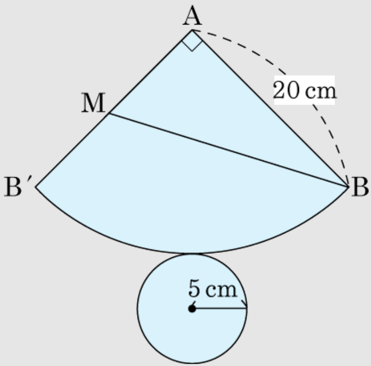


▶ 답 : ______ cm

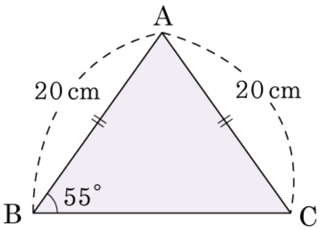
▷ 정답 : $10\sqrt{5}$ cm

해설

모선의 길이가 $20\,\mathrm{cm}$ 이고, 밑면의 반지름의 길이가 $5\,\mathrm{cm}$ 이므로 $\angle BAB' = 90°$ 이다.
따라서 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BM}$ 의 길이를 구하면
$\overline{BM} = \sqrt{20^2 + 10^2} = \sqrt{500} = 10\sqrt{5}(\,\mathrm{cm})$



9. 다음 그림과 같이 두 변 AB, AC의 길이가 $20\,\mathrm{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 넓이를 어림하여 구하여라. (단, $\sin 20° = 0.3420$, $\cos 20° = 0.9397$)



① 약 $188\,\mathrm{cm}^2$　② 약 $190\,\mathrm{cm}^2$

③ 약 $198\,\mathrm{cm}^2$　④ 약 $200\,\mathrm{cm}^2$

⑤ 약 $208\,\mathrm{cm}^2$

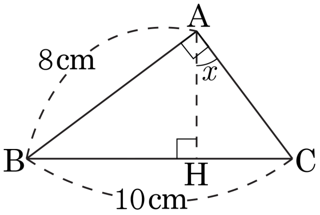
해설

$\triangle ABC$ 에서 내각의 합이 $180°$ 이므로

$\angle A = 180° - 2 \times 55° = 70°$

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \sin 70° \\ &= 200 \times \cos(90° - 70°) \\ &= 200 \times \cos 20° \\ &= 200 \times 0.9397 \fallingdotseq 188\ (\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

10. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90°$, $\overline{BC} \perp \overline{AH}$ 이고 $\angle HAC = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값을 구하여라.



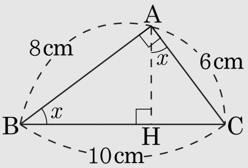
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6\,\text{cm}$

$\tan x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$



11. 직선 $x\sin 30° + y\cos 45° = 1$ 의 그래프가 x 축과 이루는 예각의 크기를 a 라 할 때, $\sin a$ 의 값은?

① $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　② $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$　③ $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　④ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　⑤ $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

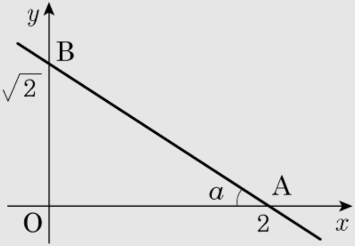
해설

$\sin 30° = \dfrac{1}{2}$, $\cos 45° = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 을 대입하면

$x \times \dfrac{1}{2} + y \times \dfrac{1}{\sqrt{2}} = 1$

직선 $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{\sqrt{2}} = 1$ 과 x 축, y 축과의 교점을 각각 A, B 라 하면 A$(2,\ 0)$, B$(0,\ \sqrt{2})$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{\overline{\mathrm{AO}}^2 + \overline{\mathrm{BO}}^2} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$

$\therefore\ \sin a = \dfrac{\overline{\mathrm{OB}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$



12. $\sin x = 3\cos x$일 때, $\sin x \cos x$의 값을 구하여라. (단, $0° < x < 90°$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{10}$

해설

$\sin x = 3\cos x$ 를 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 에 대입하면

$9\cos^2 x + \cos^2 x = 1$

$10\cos^2 x = 1$

$\therefore\ \cos x = \frac{1}{\sqrt{10}}$

$(\because\ 0° < x < 90°$에서 $\cos x > 0)$

$\therefore\ \sin x = \frac{3}{\sqrt{10}}$

$\therefore\ \sin x \cos x = \frac{3}{\sqrt{10}} \times \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{3}{10}$

13. $\triangle ABC$ 에서 A 가 예각일 때, $2\cos^2 A - 5\cos A + 2 = 0$ 을 만족할 때, A 의 값을 구하고, $4\tan^2 A - \sqrt{3}\tan A + 8$ 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad}{}^{\circ}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 60°

▷ 정답 : 17

해설

$2\cos^2 A - 5\cos A + 2 = 0$ 에서 $\cos A = x$ 라고 두면 $2x^2 - 5x + 2 = 0$, $(2x-1)(x-2) = 0$, $x = \frac{1}{2}, 2$ 이다.

$|\cos A| \le 1$ 이고, A 가 예각이라고 했으므로

$x = \frac{1}{2}$ 이고, $\cos A = \frac{1}{2}$, $A = 60^{\circ}$ 이다.

따라서 $4\tan^2 A - \sqrt{3}\tan A + 8 = 4\tan^2 60^{\circ} - \sqrt{3}\tan 60^{\circ} + 8 = 12 - 3 + 8 = 17$ 이다.

14. $\tan(x+15°)=1$ 일 때, $\sin x+\cos x$ 의 값은? (단, $0° < x < 90°$)

① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② 1 ③ $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$

해설

$\tan 45° = 1$ 이므로 $x+15° = 45°$, $x = 30°$

$\sin 30° = \frac{1}{2}$, $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \sin 30° + \cos 30° = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$