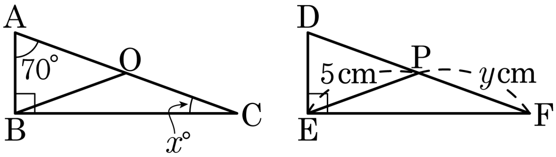
1. 다음은 두 직각삼각형을 나타낸 그림이다. 점 O, P 는 각각 삼각형의 빗변의 중심에 위치한다고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



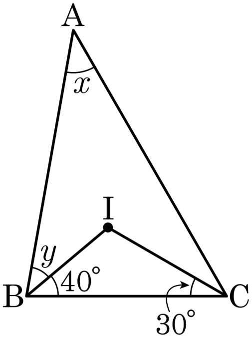
▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

i) 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형 $(\because \overline{OA}=\overline{OB})$
$\therefore \angle OAB=\angle OBA=70°$
삼각형 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로 $\angle AOB=40°$ 이다.
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{OB}=\overline{OC})$
$\angle OBC=\angle OCB$
$\angle BOC=180°-\angle AOB=180°-40°=140°$
$\therefore \angle OCB=(180°-140°)\div 2=20°$
$x=20$
ii) 점 P 가 $\triangle DEF$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle DEF$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{PD}=\overline{PE}=\overline{PF}=5\text{cm}$
$\therefore y=5$
i), ii) 에서 $x+y=25$ 이다.

2. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 값은?



① $60°$ ② $65°$ ③ $70°$ ④ $75°$ ⑤ $80°$

해설

$\angle x = 180° - 2 \times (40° + 30°) = 40°$

$\therefore \angle x = 40°$

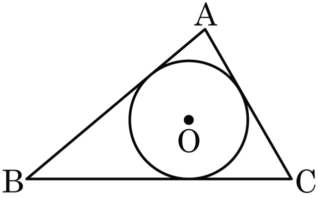
점 I가 삼각형의 내각이므로 점 I와 삼각형의 꼭짓점을 이은 선분은

각을 이등분한다.

$\therefore \angle y = 40°$

$\therefore \angle x + \angle y = 40° + 40° = 80°$

3. 다음 그림에서 내접원의 반지름의 길이가 2 cm 이고, △ABC 의 넓이가 36 cm^2 이라고 한다. 점 O 가 △ABC 의 내심일 때, 이 삼각형의 둘레의 길이를 구하여라.



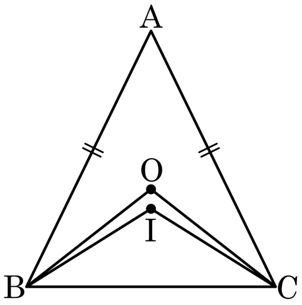
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 36 cm

해설

$$36 = \frac{1}{2} \times 2 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA})$$
$$\therefore \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 36(\mathrm{cm})$$

4. 이등변삼각형 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이고 점 I 는 내심이다. $\angle BOC = 104°$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하시오.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 6 °

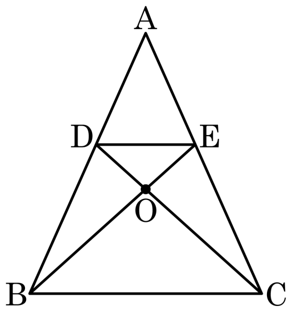
해설

$\angle BOC = 104°$ 이므로 $\angle OBC = (180° - 104°) \times \frac{1}{2} = 38°$ (O 는 외심)

$\angle BAC = 104° \times \frac{1}{2} = 52°$ 이므로 $\angle ABC = (180° - 52°) \times \frac{1}{2} = 64°$ $\therefore \angle IBC = 32°$ (내심)

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 6°$

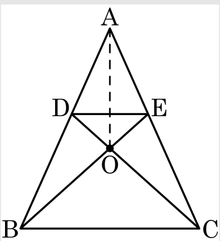
5. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{CE}$ 일 때, $\angle$BOC 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad {}^{\circ}}$

▷ 정답 : $\underline{120\,^{\circ}}$

해설



$\angle \mathrm{DBE} = x$, $\angle \mathrm{ECD} = y$ 라 하면 $\triangle$DBE, $\triangle$ECD 는 이등변삼각형이므로

$\angle \mathrm{DEB} = \angle \mathrm{DBE} = x$, $\angle \mathrm{ECD} = \angle \mathrm{EDC} = y$

점 O 가 $\triangle$ABC 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

즉, $\triangle$OAB, $\triangle$OAC 는 이등변삼각형이므로

$\angle \mathrm{OAB} = \angle \mathrm{OBA} = x$, $\angle \mathrm{OAC} = \angle \mathrm{OCA} = y$

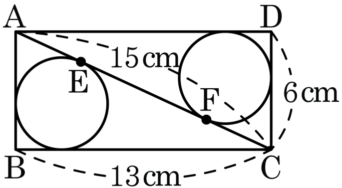
한편 외심의 성질에 의해 $\angle \mathrm{BOC} = 2\angle \mathrm{A}$ 이므로

$\angle \mathrm{DOE} = \angle \mathrm{BOC}$(맞꼭지각) $= 2(x+y)$

따라서 $\triangle$ODE 에서 $y + x + 2(x+y) = 180\,^{\circ}$, $x + y = \angle \mathrm{A} = 60\,^{\circ}$

$\therefore\ \angle \mathrm{BOC} = 2\angle \mathrm{A} = 120\,^{\circ}$

6. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 △ABC, △ACD 의 내접원이다. 두 접점 E, F 사이의 거리는 ?



① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

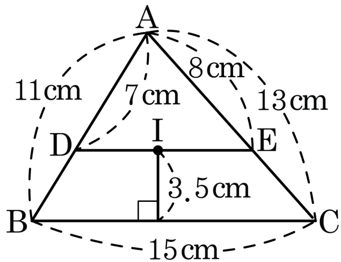
$\overline{AE}$ 를 x 라 하면

$(15-x)+(6-x)=13 \quad \therefore x=4(\text{cm})$

$\overline{AE}=\overline{CF}=4(\text{cm})$ 이므로

$\therefore \overline{EF}=15-(4+4)=7(\text{cm})$

7. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, □DBCE 의 넓이는 얼마인가?



① 38cm^2 ② 40cm^2 ③ 42cm^2

④ 44cm^2 ⑤ 46cm^2

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,

($\triangle$ADE 의 둘레의 길이)$= \overline{AB} + \overline{AC}$

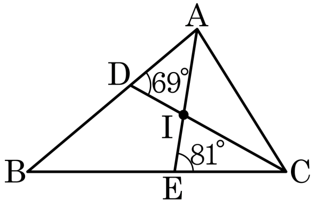
따라서 ($\triangle$ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{AB}+\overline{AC} = 11+13 = 24(\text{cm})$ 이다.

$\overline{AD} + \overline{AE} = 7 + 8 = 15(\text{cm})$ 이므로 $\overline{DE} = 24 - 15 = 9(\text{cm})$ 이다.

따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는

$(9 + 15) \times 3.5 \times \frac{1}{2} = 84 \times \frac{1}{2} = 42(\text{cm}^2)$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고, $\angle$ADI $= 69°$, $\angle$CEI $= 81°$ 일 때, $\angle$B 의 크기를 구하여라.

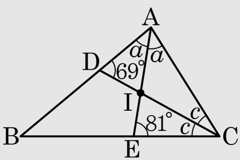


▶ 답 : _°

▷ 정답 : 40_°

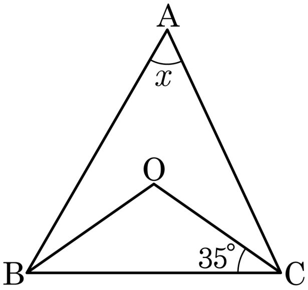
해설

점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이므로
$\angle$BAE $=$ $\angle$CAE $= a$, $\angle$ACD $=$ $\angle$BCD $= c$ 라 하면



$\triangle$AEC 에서 외각의 성질에 의해 $\angle$CAE $+$ $\angle$ACE $=$ $\angle$AEB 이므로 $a + 2c = 99° \cdots$ ㉠
$\triangle$ADC 에서 외각의 성질에 의해 $\angle$CAD $+$ $\angle$ACD $=$ $\angle$CDB 이므로 $2a + c = 111° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 더하면 $3a + 3c = 210°$ 즉, $a + c = 70°$
$\therefore$ $\angle$B $= 180° - 2(a + c) = 180° - 140° = 40°$

9. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. $\angle$OCB $= 35°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

$\angle\mathrm{OBC} = \angle\mathrm{OCB} = 35°$

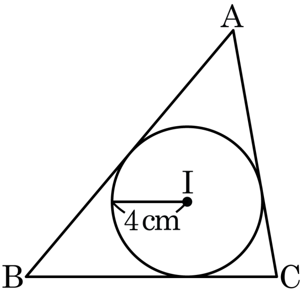
$\angle\mathrm{BAC} + \angle\mathrm{ABO} + \angle\mathrm{ACO} = 2x$

$180° = 35° \times 2 + 2x$

$110° = 2x$

$\therefore x = 55°$

10. 다음 그림과 같은 삼각형 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $56cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 28 cm

해설

$$\frac{1}{2}\times 4\times\left(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}\right)=56$$

$$\therefore \overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=28(cm)$$