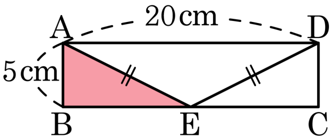
1. 다음 그림의 직사각형 ABCD 는 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 20\text{cm}$ 이다. $\overline{BC}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{DE}$ 가 되도록 점 E 를 잡을 때, $\triangle ABE$ 의 넓이는?



① 20cm^2 ② 25cm^2 ③ 30cm^2

④ 35cm^2 ⑤ 35cm^2

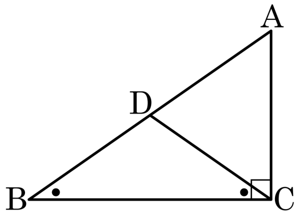
해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle DCE$ 에서 $\angle ABC = \angle DCE = 90°$ $\overline{AE} = \overline{DE}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$

$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle DCE$ (RHS 합동), $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이므로 $\overline{BE} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$

$\therefore$ $\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25(\text{cm}^2)$

2. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?



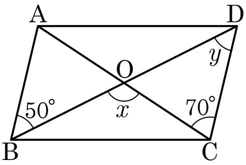
$\angle B = \boxed{(가)}$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BD} = \boxed{(나)}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \boxed{(다)} = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로
$\angle ACD = 90° - \boxed{(라)}$ 이다.
그런데 $\angle B = \boxed{(마)}$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

① (가) :$\angle ADC$ ② (나) : $\overline{BC}$ ③ (다) : $\angle BDC$
④ (라) : $\angle BCD$ ⑤ (마) : $\angle ABC$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x, \angle y$ 를 차례로 나타내면?



① $\angle x = 100°,\ \angle y = 50°$

② $\angle x = 100°,\ \angle y = 60°$

③ $\angle x = 110°,\ \angle y = 50°$

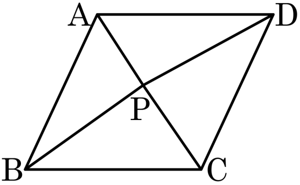
④ $\angle x = 110°,\ \angle y = 60°$

⑤ $\angle x = 120°,\ \angle y = 50°$

해설

$\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB,\ \angle y = 50°$ 이고
$\angle x = \angle y + 70°,\ \angle x = 50° + 70° = 120°$ 이다.

4. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD의 넓이는 80cm^2이다. 대각선 BD 위의 한 점 P에 대하여 $\triangle\text{PAD} = 15\text{cm}^2$일 때, $\triangle\text{PBC}$의 넓이는?



① 30cm^2 ② 20cm^2 ③ 15cm^2

④ 25cm^2 ⑤ 35cm^2

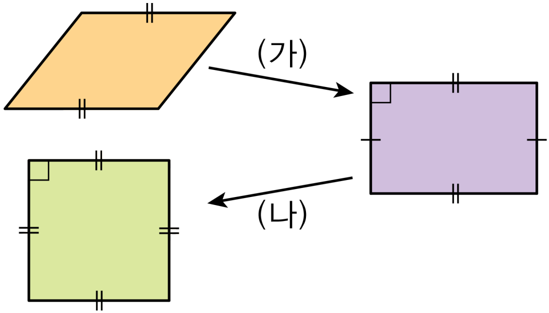
해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\text{ABCD} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PCD} = \triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC}$이다.

평행사변형 전체의 넓이가 80cm^2이므로 $\triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC} = 40\text{cm}^2$이다.

따라서 $\triangle\text{PAD} = 15\text{cm}^2$이므로 $\triangle\text{PBC} = 40 - 15 = 25(\text{cm}^2)$이다.

5. 다음 그림을 보고 (가), (나) 에 들어갈 조건을 바르게 나타낸 것은?



① (가) : 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.
(나) : 한 내각의 크기가 $90°$이다.

② (가) : 한 내각의 크기가 $90°$이하이다.
(나) : 네 변의 길이가 모두 같다.

③ (가) : 한 내각의 크기가 $90°$이다.
(나) : 두 대각선이 서로 직교한다.

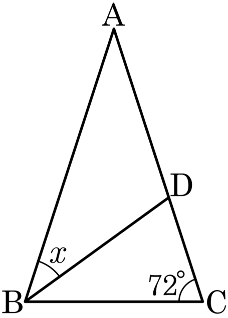
④ (가) : 두 대각선이 서로 직교한다.
(나) : 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ (가) : 두 대각선의 길이가 같다.
(나) : 한 내각의 크기가 $90°$이다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 $90°$이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.
직사각형이 정사각형이 되려면 두 대각선이 서로 직교하거나 네 변의 길이가 모두 같으면 된다.

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{BC}$ 이고, $\angle C = 72°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 36° ② 38° ③ 42° ④ 44° ⑤ 46°

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

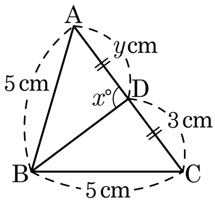
$\angle ABC = 72°$

또 $\triangle BCD$ 도 이등변삼각형이므로

$\angle CBD = 180° - 2 \times 72° = 36°$

$\therefore \angle x = 72° - 36° = 36°$

7. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $x + y$ 는?



① 84　　② 87　　③ 91

④ 93　　⑤ 97

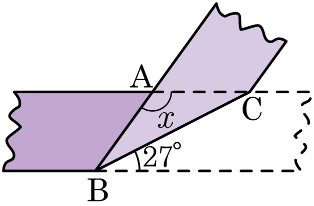
해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\overline{BD}$ 는 $\overline{AC}$ 를 이등분하므로
$\overline{BD} \perp \overline{AC}$

$\therefore x = 90, y = 3$

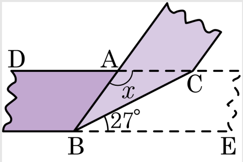
따라서 $x + y = 90 + 3 = 93$

8. 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, $\angle BAC$의 크기는?



① 120° ② 122° ③ 124° ④ 126° ⑤ 128°

해설



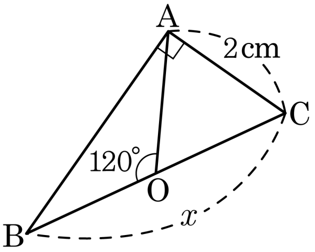
$\angle CBE = \angle ABC = 27°$ (종이 접은 각)

$\angle CBE = \angle ACB = 27°$ (엇각)

따라서 $\triangle ABC$는 밑각의 크기가 $27°$이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변 삼각형이다.

$\therefore \angle BAC = 180° - (27° \times 2) = 126°$

9. 다음 그림에서 점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심일 때, x 의 값은?



① 2cm　② 3cm　③ 4cm　④ 5cm　⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

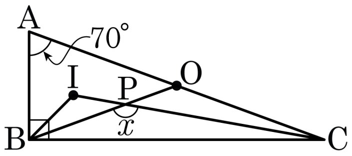
$\angle AOB = 120°$ 이므로 $\angle AOC = 60° (\because 180° - \angle AOB)$

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOC = 60°$

$\therefore \angle AOC = \angle OCA = \angle OAC = 60°$ 이므로 $\triangle AOC$는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OC} = 2 + 2 = 4(\text{cm})$

10. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 O, I 는 각각 외심, 내심이다. $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $120°$ ② $130°$ ③ $140°$ ④ $150°$ ⑤ $160°$

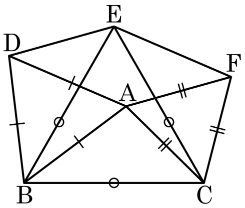
해설

$\angle ACB = 90° - 70° = 20°$ 이므로 $\angle ICB = \dfrac{1}{2}\angle C = 10°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20°$

따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle x = \angle BPC = 180° - (10° + 20°) = 150°$ 이다.

11. 다음 그림의 $\triangle ADB$, $\triangle BCE$, $\triangle ACF$는 $\triangle ABC$의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형이다. $\square AFED$가 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle FEC$ 이므로

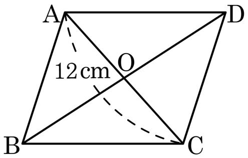
$\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{EF}$

$\triangle ABC \equiv \triangle DBE$ 이므로

$\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{DE}$

따라서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 사각형 AFED 는 평행사변형이다.

12. 평행사변형 ABCD 의 대각선의 교점은 O 이고, 대각선 $\overline{AC}$ 의 길이는 12cm 이다. $\angle B = \angle A$ 일 때, $\overline{OB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ____ cm

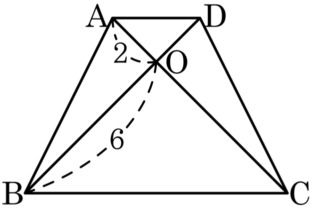
▷ **정답 :** 6 cm

해설

평행사변형에서 $\angle A = \angle B$, $\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A = \angle B = 90°$ 이므로, 평행사변형 ABCD 는 직사각형이다.
직사각형은 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분한다.

따라서 $\overline{AC} = \overline{BD} = 12\text{cm}$, $\overline{OB} = \dfrac{\overline{BD}}{2} = \dfrac{12}{2} = 6\text{cm}$ 이다.

13. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{\mathrm{BO}}=6$, $\overline{\mathrm{AO}}=2$일 때, $\overline{\mathrm{AC}}$의 길이는?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

등변사다리꼴의 성질에 의해서
$\overline{\mathrm{BO}}=\overline{\mathrm{CO}}$이므로 $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AO}}+\overline{\mathrm{OC}}=8$이다.

14. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형 V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴 P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형 Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형 R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형 S : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형

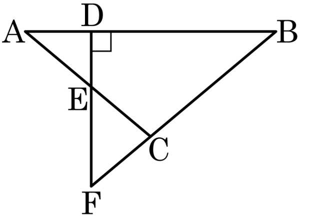
① S는 R이다.　② S는 Q이다.　③ Q는 V이다.

④ R은 Q이다.　⑤ P는 H이다.

해설

H (사다리꼴) : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V (등변사다리꼴) : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P (평행사변형) : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q (직사각형) : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R (마름모) : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S (정사각형) : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
④ : $R \not\subset Q$

15. 다음 그림과 같이 $\angle A = \angle B$ 인 삼각형 ABC 의 변 AB 에 수직인 직선이 변 AB , 변 AC 와 변 BC 의 연장선과 만나는 점을 각각 D, E, F 라 정한다. $\overline{BF} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = 2.5\text{cm}$ 일 때, 선분 EC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 2.25 cm

해설

$\angle A = \angle B$ 이면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{AC} = \overline{BC}$

$\angle A = \angle B = a$ 라 하면

$\triangle ADE$ 에서

$\angle AED = 90° - a$

또 $\angle CEF$ 는 $\angle AED$ 의 맞꼭지각이므로

$\angle CEF = 90° - a \cdots$ ㉠

또 $\triangle BDF$ 에서

$\angle FBD = a$, $\angle BDF = 90°$ 이므로

$\angle BFD = 90° - a \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이므로

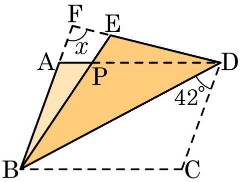
$\overline{CE} = \overline{CF} = x$ 라 하면

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $2.5 + x = 7 - x$

$\therefore \ x = 2.25\text{cm}$

따라서 선분 EC 의 길이는 2.25cm 이다.

16. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 를 대각선 BD 를 따라 접어 $\triangle DBC$ 가 $\triangle DBE$ 로 옮겨졌다. $\overline{DE}$, $\overline{BA}$ 의 연장선의 교점을 F 라 하고 $\angle BDC = 42°$ 일 때, $\angle x = \square°$ 이다. $\square$ 의 값은?



① 94　② 96　③ 98　④ 100　⑤ 102

해설

$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로

$\angle CBD = \angle ABD = 42°$ 이고,

$\triangle EDB$ 는 $\triangle CDB$ 를 접어올린 것이므로

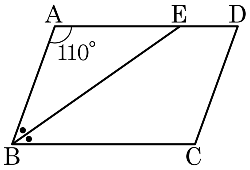
$\angle CDB = \angle EDB = 42°$ 이다.

$\triangle FBD$ 의 내각의 합이 $180°$ 임을 이용하면

$\angle x + 42° \times 2 = 180°$

$\therefore \angle x = 96°$

17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAD = 110°$ 이고 $\angle ABE = \angle CBE$ 일 때, $\angle BED$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 145°

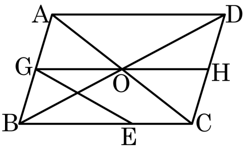
해설

$\angle ABC = 180° - 110° = 70°$

$\angle ABE = \angle EBC = \angle AEB = 70° \times \frac{1}{2} = 35°$

$\therefore \angle BED = 180° - 35° = 145°$

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이고, $\overline{AB}, \overline{CD}$ 의 중점이 각각 G, H 이다. △GBE 의 넓이가 $2a$ 이고, $\overline{BE} : \overline{EC} = 2 : 1$ 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이를 a 에 관해서 나타낸 것은?

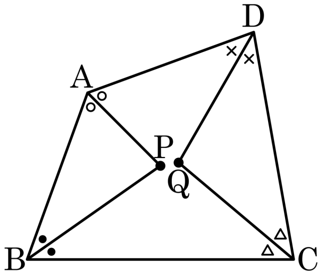


① $6a$ ② $9a$ ③ $12a$ ④ $16a$ ⑤ $24a$

해설

△GBE 는 △OBE 와 밑변과 높이의 길이가 같으므로 넓이가 서로 같다.
또한 △OBE 와 △OEC 의 높이가 같고 밑변의 길이가 $2:1$ 이므로 넓이의 비도 $2:1$ 이다.
따라서 △OEC 의 넓이는 a 이고, △OBC 의 넓이는 $3a$ 이다.
$\therefore$ 평행사변형 ABCD 의 넓이는
$4 \times \triangle OBC = 4 \times 3a = 12a$ 이다.

19. 사각형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 P , $\angle C$ 와 $\angle D$ 의 이등분선의 교점을 Q 라 할 때, $\angle APB + \angle DQC$ 의 크기를 구하여라.

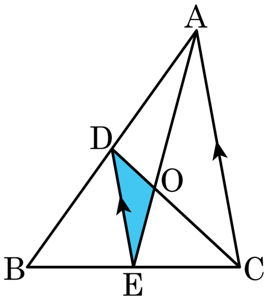


① $90°$ ② $150°$ ③ $180°$ ④ $210°$ ⑤ $240°$

해설

$\angle PAB = a$, $\angle PBA = b$, $\angle DCQ = c$, $\angle CDQ = d$ 라 하면,
□ABCD 에서
$2a + 2b + 2c + 2d = 360° \therefore\ a + b + c + d = 180°$
△ABP 와 △DQC 에서
$a + b + \angle APB + c + d + \angle DQC = 360°$
$\therefore\ \angle APB + \angle DQC = 180°$

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이고, $\triangle BCD = 90\text{cm}^2$, $\triangle OEC = 25\text{cm}^2$이다. $\overline{DE}$가 $\triangle ABE$의 넓이를 이등분할 때, $\triangle DEO$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $20\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{DE}$가 $\triangle ABE$의 넓이를 이등분하므로 $\overline{BD} = \overline{DA}$

$\overline{DE} /\!/ \overline{AC}$ 이므로 $\overline{BD} : \overline{DA} = \overline{BE} : \overline{EC}$

따라서 $\overline{BE} = \overline{EC}$

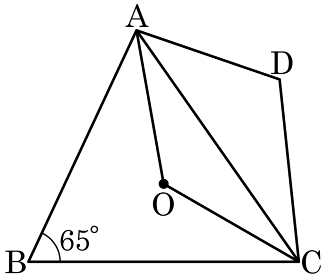
$\triangle DBE$와 $\triangle DEC$에서 밑변과 높이가 같으므로

$\triangle DBE = \triangle DEC = \dfrac{90}{2} = 45(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle DEO = \triangle DEC - \triangle OEC = 45 - 25$

$= 20(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이면서 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기를 구하여라.

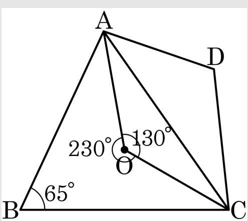


▶ 답 : °

▷ 정답 : 115°

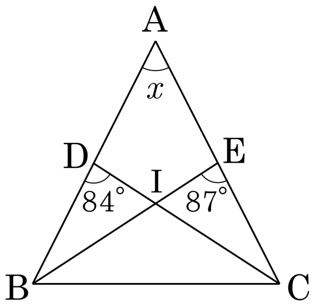
해설

$\angle AOC = 2 \times \angle ABC = 130°$



$\therefore \angle D = \frac{1}{2} \times 230° = 115°$

22. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이고
$\angle BDC = 84°$, $\angle CEB = 87°$이다. 이 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

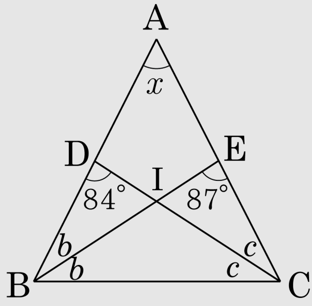


▶ 답 :

▷ 정답 : $54°$

해설

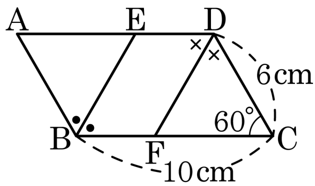
점 I가 내심이므로
$\angle ABI = \angle CBI = b$, $\angle ACI = \angle BCI = c$라 하면,
$\triangle DBC$에서 $84° + 2b + c = 180° \cdots$ ㉠
$\triangle EBC$에서 $87° + b + 2c = 180° \cdots$ ㉡



㉠, ㉡을 연립하면
$b = 33°$, $c = 30°$

따라서 $\triangle ABC$에서 $\angle x + 2b + 2c = 180°$
$\angle x + 66° + 60° = 180°$
$\therefore\ \angle x = 54°$

23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$와 $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각 각 E, F라 하고, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{DC} = 6\text{cm}$, $\angle C = 60°$일 때, □BFDE의 둘레의 길이는?



① 16cm ② 18cm ③ 20cm ④ 22cm ⑤ 24cm

해설

$\angle EBF = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D = \angle EDF \quad \cdots ㉠$

$\angle DEB = 180° - \angle EBF = 180° - \angle EDF = \angle BFD \quad \cdots ㉡$

㉠, ㉡에서 □EBFD는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

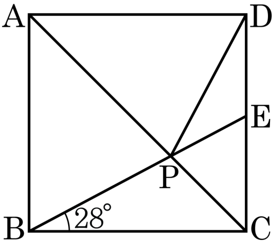
$\angle EDF = \angle DFC$ ($\because$ 엇각)이므로 △CDF는 이등변삼각형이고, 세 각이 모두 60°이므로 정삼각형이다.

$\therefore \overline{FC} = \overline{DC} = \overline{DF} = \overline{EB} = 6(\text{cm})$

$\therefore \overline{DE} = \overline{BF} = \overline{BC} - \overline{FC} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$

$\therefore$ (둘레의 길이) $= (6 + 4) \times 2 = 20(\text{cm})$

24. 다음 그림의 정사각형 ABCD에서 $\angle EBC = 28°$일 때, $\angle APD$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad°}$

▷ 정답 : $\underline{73°}$

해설

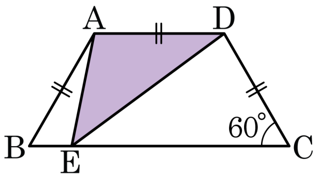
$\triangle DPC \equiv \triangle BPC$ (SAS합동)

$\angle PDC = 28°$, $\angle PEC = 62°$이므로

$\angle DPE = 34°$

$$\therefore \angle APD = (180° - 28° - 45°) - 34°$$
$$= 107° - 34° = 73°$$

25. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$, $\angle DCB = 60°$이고 $\triangle ADE$의 넓이가 $20\mathrm{cm}^2$일 때, □ABCD의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

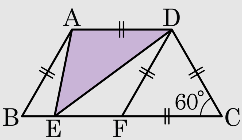
▷ 정답 : 60

해설

$\overline{AD} = a$라 하고 $\triangle ADE$에서 높이를 h라 하면

넓이는 $\frac{1}{2} \times a \times h = 20,\ ah = 40$이다.

점 D에서 $\overline{AB}$에 평행한 선분을 $\overline{BC}$에 그어 만나는 점을 F라 하면



$\angle ABC = \angle DFC = 60°$이다.

$\triangle DFC$는 정삼각형이 되므로 $\overline{BC} = 2a$이다.

따라서 넓이를 구하면 $\frac{1}{2} \times (a + 2a) \times h = \frac{3}{2}ah = \frac{3}{2} \times 40 = 60$

이다.