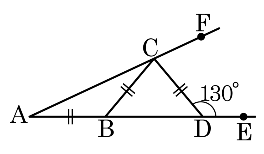
1. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ 이고 $\angle CDE = 130°$ 일 때, $\angle CAB$ 의 크기는?

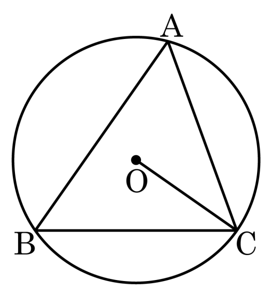


① 15° ② 20° ③ 25°
④ 30° ⑤ 35°

해설

$\angle CBD = \angle CDB = 50°$,
$\angle ABC = 180° - 50° = 130°$
$\therefore \ \angle CAB = (180° - 130°) \div 2 = 25°$

2. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$의 외접원이다. $\angle OCB = 35°$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad°}$

▷ 정답 : $55°$

해설

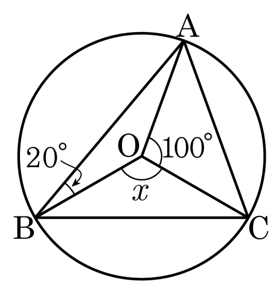
$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로

$\angle OBC = \angle OCB = 35°$

$\angle BOC = 110°$

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 55°$

3. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심이고, $\angle \mathrm{ABO} = 20^{\circ}$, $\angle \mathrm{AOC} = 100^{\circ}$일 때, $\angle x$의 크기는?

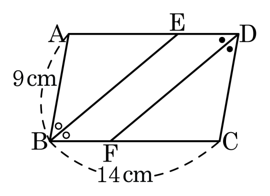


① 100°　② 105°　③ 110°　④ 115°　⑤ 120°

해설

$\triangle \mathrm{AOC}$는 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}}$인 이등변삼각형이므로
$\angle \mathrm{OAC} = \angle \mathrm{OCA} = 40^{\circ}$
$\triangle \mathrm{OAB}$는 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}}$인 이등변삼각형이므로
$\angle \mathrm{OAB} = \angle \mathrm{OBA} = 20^{\circ}$
$\therefore\ \angle \mathrm{BAC} = \angle \mathrm{BAO} + \angle \mathrm{CAO} = 60^{\circ}$
점 O가 삼각형의 외심이므로
$\angle \mathrm{BOC} = 2 \times \angle \mathrm{BAC} = 2 \times 60^{\circ} = 120^{\circ}$

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}, \overline{DF}$ 는 각각 $\angle B, \angle D$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 9\text{cm}, \overline{BC} = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{ED}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle EBF = \angle AEB$

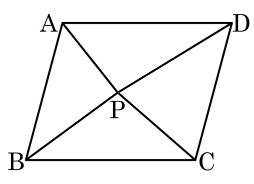
따라서 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.

$\angle EBF = \angle AEB$ 이므로

$\overline{AE} = \overline{AB} = 9\text{ cm}$

$\therefore \overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 14 - 9 = 5(\text{ cm})$

5. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡았다. $\triangle$PAB 의 넓이가 $16\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle$PCD 의 넓이가 $18\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square$ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 68 cm^2

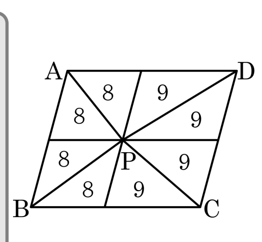
해설

평행사변형의 넓이에서

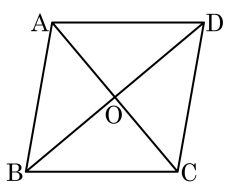
$\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$

$= \frac{1}{2}\square ABCD$ 이므로

$16 + 18 = \frac{1}{2}\square ABCD$, $\square ABCD = 68\ (\mathrm{cm}^2)$



6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 마름모가 되기 위한 조건은?



① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ② $\overline{AC} \perp \overline{AD}$

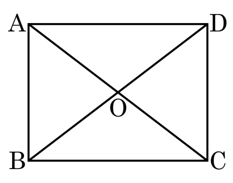
③ $\angle B + \angle C = 180°$ ④ $\overline{BD} = 2\overline{OD}$

⑤ $\angle A = \angle C$

해설

① : 마름모는 대각선이 서로를 수직이등분한다.
③, ④, ⑤ : 평행사변형의 성질

7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건은?



① $\overline{AB} = \overline{AC}$ ② $\angle A = 90°$

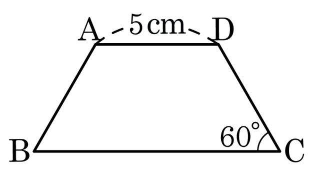
③ $\angle AOB = 90°$ ④ $\overline{AO} = \overline{BO}$

⑤ $\angle CDA = \angle ACB$

해설

직사각형이 정사각형이 되려면 네 변의 길이가 모두 같거나 두 대각선이 서로 수직이등분하면 된다.
따라서 $\angle AOB = 90°$ 이다.

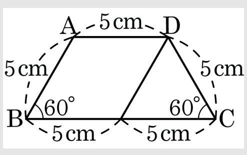
8. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AD} = 5\,\text{cm}$, $\angle C = 60°$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 25 cm

해설



$5 \times 5 = 25(\,\text{cm})$

9. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

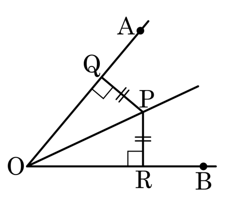
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

대각선의 길이가 같은 도형은 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형이다.

10. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$의 내부의 한 점 P에서 두 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{OQ} = \overline{OR}$　② $\angle OPQ = \angle OPR$

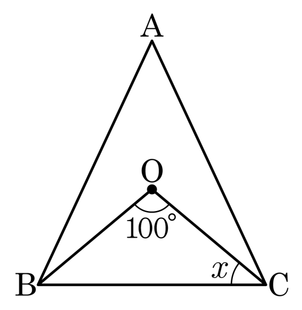
③ $\overline{OQ} = \overline{OP}$　④ $\angle POQ = \angle POR$

⑤ $\triangle OPQ \equiv \triangle OPR$

해설

$\triangle OPR$과 삼각형 $\triangle OPQ$는 직각삼각형이고 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 RHS 합동이다. 따라서 옳지 않은 것은 $\overline{OQ} = \overline{OP}$이다.

11. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle$ABC 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

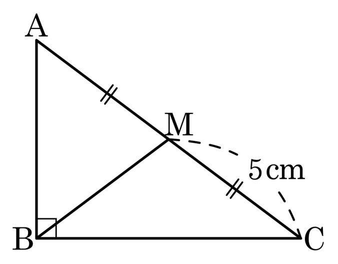


① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}}$ 이므로 $\triangle$OBC 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로
$\angle$OBC $= \angle$OCB
$\therefore 2x + 100 = 180,\ x = 40$ 이다.

12. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{CM}} = 5\mathrm{cm}$ 이고 점 M이 삼각형의 외심일 때, $\overline{\mathrm{BM}}$ 의 길이는?



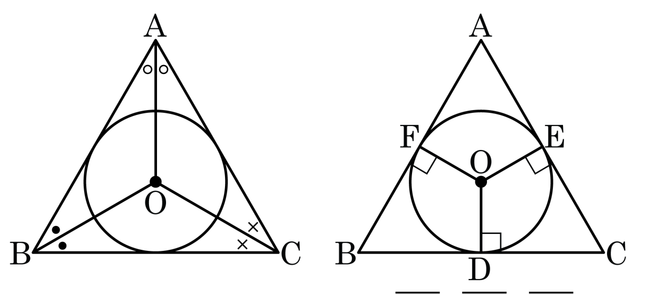
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{CM}} = \overline{\mathrm{BM}}$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{CM}} = 5\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{\mathrm{CM}} = \overline{\mathrm{BM}} = 5\mathrm{cm}$ 이다.

13. 다음 그림이 설명하고 있는 것으로 옳은 것은?



$\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$

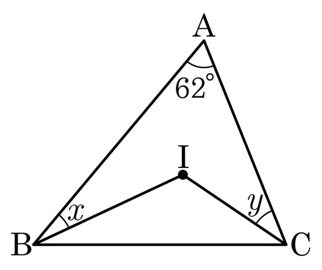
① 외심　② 내심　③ 무게중심

④ 방심　⑤ 수심

해설

내심은 세 내각의 이등분선의 교점이고 세 변에서 같은 거리에 있는 점이다. 따라서 내심이다.

14. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심이다. 각 A 가 62° 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?

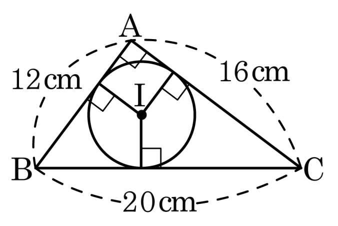


① 59°　② 60°　③ 61.5°　④ 62°　⑤ 62.5°

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 에서 $\angle A = 121°$
그리고 $\angle IBC + \angle ICB = 180° - 121° = 59°$ 이고 $\angle ABC + \angle ACB = 180° - 62° = 118°$
따라서 $\angle x + \angle y = 118° - 59° = 59°$

15. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 96cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 4 cm

해설

내접원의 중심을 I라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름과 같다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(12 + 16 + 20)x = 96\text{cm}^2$

$\therefore\ x = 4\text{cm}$

16. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 4x + 3y$, $\overline{BC} = 13$, $\overline{CD} = 6$, $\overline{DA} = 3x - 2y$ 일 때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $y = -2$

해설

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DA}$ 이므로

$$\begin{cases} 4x + 3y = 6 & \cdots ㉠ \\ 3x - 2y = 13 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

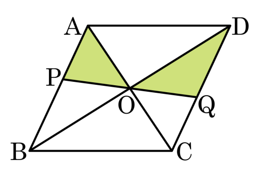
㉠ $\times 2 +$ ㉡ $\times 3$ 을 계산하면

$17x = 51$, $x = 3$

$x = 3$ 을 대입하면

$4 \times 3 + 3y = 6$, $3y = -6$, $y = -2$

17. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 P, Q 라고 한다. 색칠한 부분의 넓이가 20cm^2 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 80 cm^2

해설

$\triangle APO \equiv \triangle CQO$ (ASA 합동)

$\triangle OCD = \triangle ODQ + \triangle OAP = 20\ (\text{cm}^2)$

$\triangle OCD = \frac{1}{4}\square ABCD$ 이므로

$(\square ABCD$의 넓이$) = 20 \times 4 = 80\ (\text{cm}^2)$

18. 다음 보기 중에서 직사각형의 성질이 옳게 짝지어진 것은?

보기

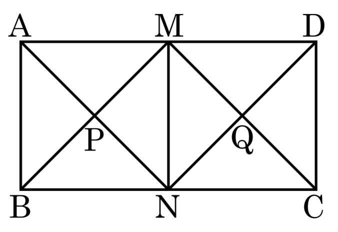
㉠ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
㉡ 내각의 크기가 모두 90° 이다.
㉢ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
㉣ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
㉤ 두 대각선이 수직으로 만난다.

① ㉠, ㉢ ② ㉣, ㉤ ③ ㉡, ㉢
④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

직사각형은 이웃하는 두 내각의 크기가 같으며,
두 대각선이 수직으로 만나는 것은 마름모이다.

19. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이고 점 M , N 은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. 이 때, □MPNQ 는 어떤 사각형인지 말하여라.



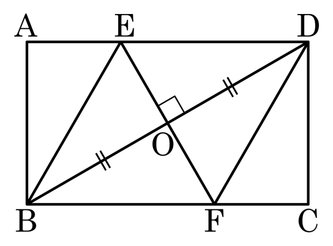
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

□ABNM 과 □MNCD 는 정사각형이다. □MPNQ 는 정사각형의 대각선의 절반을 한 변으로 함으로, □MPNQ 는 네 변의 길이가 같고, 내각이 90° 이다. 따라서 □MPNQ 는 정사각형이다.

20. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 대각선 BD의 수직이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와의 교점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD는 어떤 사각형인가?



① 직사각형 ② 등변사다리꼴 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설
마름모의 두 대각선은 서로 수직 이등분한다.
따라서 □EBFD는 마름모이다.

21. 다음 중 옳은 것은?

① 등변사다리꼴의 한 내각이 직각이면 직사각형이다.

② 한 내각이 직각이면 직사각형이다.

③ 마름모의 두 대각선의 길이가 같다.

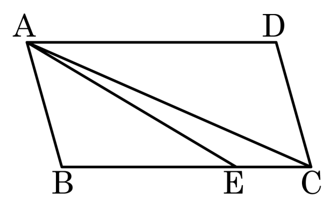
④ 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 마름모이다.

⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

해설

① 등변사다리꼴은 한 쌍의 대변이 평행하고 그 밑각의 크기가 같음으로 한 내각이 직각이면 직사각형이 된다.
② 한 내각이 직각인 사각형은 직사각형과 정사각형이 있다.
③ 항상 같지는 않다
④ 평행사변형 중에서 이웃하는 두 변의 길이가 같아야 마름모가 된다.
⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형과 등변사다리꼴이 있다.

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 넓이가 200 이고, $\overline{BE} : \overline{EC} = 7 : 3$ 일 때, $\triangle AEC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

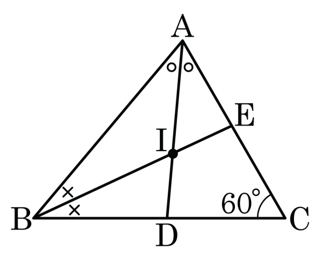
▷ 정답 : 30

해설

$\triangle ABE + \triangle AEC = \frac{1}{2}\square ABCD$

$\therefore \triangle AEC = \frac{1}{2}\square ABCD \times \frac{3}{7+3} = 30$

23. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 60°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$는 각각 $\angle A$와 $\angle B$의 내각의 이등분선이다.)

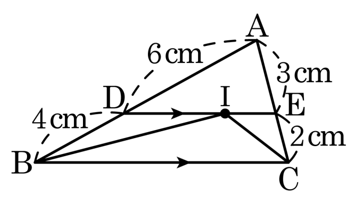


① 200° ② 180° ③ 160° ④ 140° ⑤ 120°

해설

$\triangle ABC$에서 세 내각의 합이 $180°$이므로
$2\circ + 2\times + 60° = 180°$
$\circ + \times = 60°$
삼각형의 세 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle ADB = \angle x$, $\angle AEB = \angle y$라 하면
$\triangle ABE$에서 $2\circ + \times + \angle x = 180° \cdots$ ①
$\triangle ABD$에서 $\circ + 2\times + \angle y = 180° \cdots$ ②
①+②를 하면
$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360°$
$\therefore\ 3 \times 60° + (\angle x + \angle y) = 360°$
$\therefore\ \angle x + \angle y = 180°$

24. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고 $\overline{\mathrm{DE}}$ 와 $\overline{\mathrm{BC}}$ 가 평행일 때, $\overline{\mathrm{AD}} = 6\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{DB}} = 4\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AE}} = 3\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{EC}} = 2\mathrm{cm}$ 이다. $\triangle$ADE 의 둘레의 길이는?

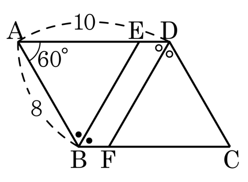


① 9cm ② 11cm ③ 13cm ④ 15cm ⑤ 17cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{\mathrm{DE}} // \overline{\mathrm{BC}}$ 일 때,
($\triangle$ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{AC}}$
따라서 $\triangle$ADE 의 둘레의 길이는 15cm 이다.

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, □BEDF 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\angle EBF = \angle BEA$($\because$ 엇각)
따라서 $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이고 세 각의 크기가 모두 $60°$ 이므로 정삼각형이다.
따라서 $\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 10 - 8 = 2$ 이다.
$\overline{BE} = \overline{AB} = 8$ 이므로
□BEDF는 평행사변형이다.
$\therefore$ □BEDF 의 둘레의 길이는 $2 \times (8 + 2) = 20$ 이다.