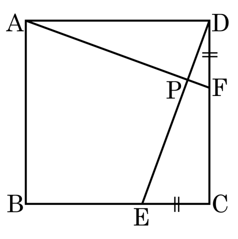
1. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이다. $\overline{EC} = \overline{FD}$, $\square PECF = 12\,cm^2$ 일 때, $\triangle APD$ 의 넓이를 구하여라.



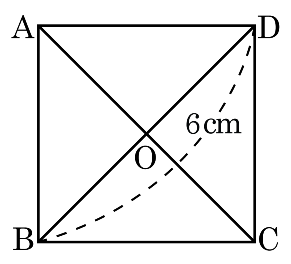
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad cm^2}$

▷ 정답 : $12\,\underline{cm^2}$

해설

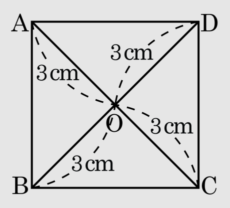
$\triangle DEC \equiv \triangle AFD$ (SAS 합동) 이므로
$\triangle DPF$ 는 공통
따라서 $\triangle APD = \square PECF = 12\ (cm^2)$

2. 다음 그림과 같이 한 대각선의 길이가 6cm 인 정사각형 ABCD 의 넓이는?



① $9\mathrm{cm}^2$　② $12\mathrm{cm}^2$　③ $18\mathrm{cm}^2$　④ $24\mathrm{cm}^2$　⑤ $36\mathrm{cm}^2$

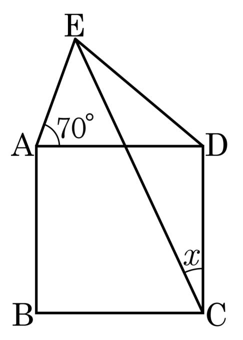
해설



$\overline{AC} = \overline{BD} = 6\mathrm{cm}$ 이고 대각선의 교점을 O 라 하면 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO} = 3\mathrm{cm}$ 이고, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

$\therefore \square ABCD = \triangle ABO + \triangle BCO + \triangle CDO + \triangle DAO = (\frac{1}{2} \times 3 \times 3) \times 4 = 18(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

3. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\angle EAD = 70°$, $\overline{AD} = \overline{ED}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

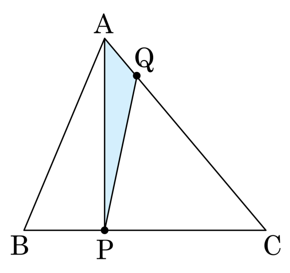


① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

□ABCD 는 정사각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 △DAE 는 이등변삼각형이므로 $\angle EDA = 180° - 70° - 70° = 40°$ 이다.
△CDE 는 이등변삼각형이므로
$\angle x = (180° - 40° - 90°) \div 2 = 25°$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{BP}:\overline{PC}=1:2$, $\overline{CQ}:\overline{QA}=4:1$이다. $\triangle ABC=30\,cm^2$일 때, $\triangle QAP$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $4\,cm^2$

해설

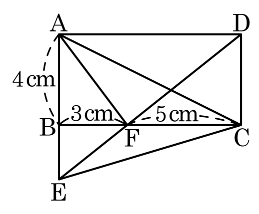
$\overline{BP}:\overline{PC}=1:2$이고 $\triangle ABP$와 $\triangle APC$의 높이가 같으므로

$\triangle APC=\frac{2}{3}\times\triangle ABC=\frac{2}{3}\times 30=20(cm^2)$

$\overline{CQ}:\overline{QA}=4:1$이고 $\triangle QPC$와 $\triangle QAP$의 높이가 같으므로

$\triangle QAP=\frac{1}{5}\times\triangle APC=\frac{1}{5}\times 20=4(cm^2)$

5. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB}$ 의 연장선 위의 점 E 를 잡아 $\overline{BC}$ 와 $\overline{ED}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\triangle$FEC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

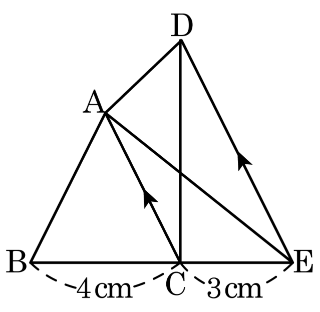
▷ 정답 : 6 cm^2

해설

$\overline{BD}$ 를 그으면 $\triangle BFD = \triangle FEC$ 이므로

$\triangle FEC = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6\ (cm^2)$

6. 다음 그림에서 $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$ 일 때, $\triangle ABC = 8\,cm^2$ 이다. $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답: $\underline{14\,cm^2}$

해설

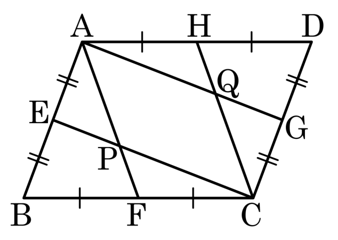
$\triangle ACD = \triangle ACE$ 이므로

$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$
$= \triangle ABC + \triangle ACE$
$= \triangle ABE$

(높이) $= 8 \times 2 \div 4 = 4\ (cm)$

(넓이) $= 7 \times 4 \div 2 = 14(cm^2)$

7. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



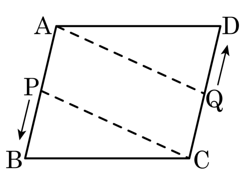
㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. ㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다. ㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. ㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. ㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① ㉠, ㉡, ㉢　　② ㉤, ㉢, ㉠　　③ ㉤, ㉤, ㉠
④ ㉠, ㉢, ㉢　　⑤ ㉡, ㉤, ㉢

해설

□AECG는 $\overline{AE} // \overline{GC}$이고 $\overline{AE} = \overline{GC}$이다. (㉤)
□AFCH는 $\overline{AH} // \overline{FC}$이고 $\overline{AH} = \overline{FC}$이다. (㉤)
□APCQ는 $\overline{AP} // \overline{QC}$이고 $\overline{PC} // \overline{AQ}$이다. (㉠)

8. $\overline{AB} = 100\,\mathrm{m}$인 평행사변형 ABCD 를 점 P 는 A 에서 B 까지 매초 $5\,\mathrm{m}$의 속도로, 점 Q 는 $7\,\mathrm{m}$의 속도로 C 에서 D 로 이동하고 있다. P 가 A 를 출발한 4 초 후에 Q 가 점 C 를 출발한다면 □APCQ가 평행사변형이 되는 것은 Q 가 출발한 지 몇 초 후인가?



① 5 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 15 초

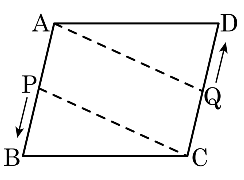
해설

□APCQ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AP} = \overline{CQ}$ 가 되어야 하므로 Q 가 이동한 시간을 x (초) 라 하면 P 가 이동한 시간은 $x+4$ (초) 이다.

$\overline{AP} = 5(x+4)$, $\overline{CQ} = 7x$, $5(x+4) = 7x$

$\therefore x = 10$ (초) 이다.

9. $\overline{AB} = 100\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 초속 4cm 의 속도로 A 에서 출발하여 B 쪽으로, 점 Q 는 매초 7cm 의 속도로 $\overline{CD}$ 위를 C 에서 출발하여 D 쪽으로 움직이고 있다. P 가 출발한 지 9 초 후에 Q 가 출발할 때, 처음으로 $\overline{AQ}//\overline{PC}$ 가 되는 것은 P 가 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라.



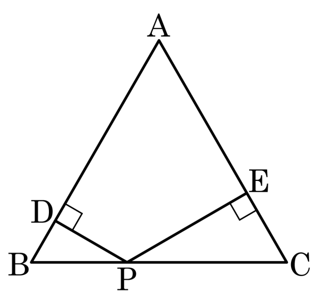
▶ 답 : ________ 초

▷ 정답 : 21 초

해설

Q 가 출발한지 t 초 후의
P 가 움직인 거리 : $\overline{AP} = 4(9+t)$
Q 가 움직인 거리 : $\overline{CQ} = 7t$
$\overline{AP} = \overline{CQ}$ 에서 $4(9+t) = 7t$ 이므로 $t = 12$
$\therefore 12 + 9 = 21$ (초) 후이다.

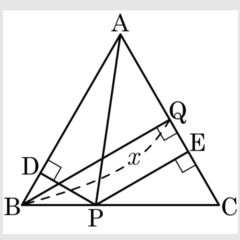
10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 의 변 BC 위의 한 점 P 에서 나머지 두 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라고 한다. $\overline{PE} + \overline{PD} = 8\text{cm}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답: 40 $\underline{\text{cm}^2}$

해설



위의 그림과 같이 점 B 에서 변 AC 에 이르는 거리 $\overline{BQ}$ 를 x 라 할 때,

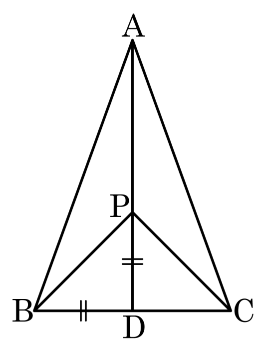
$\overline{AP}$ 를 그으면 $\triangle ABC = \triangle PAB + \triangle PAC$

$\frac{1}{2} \times 10 \times x = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{PE}$

$\therefore\ x = \overline{PD} + \overline{PE} = 8$

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40\ (\text{cm}^2)$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 이다. $\overline{PD} = \overline{BD}$ 이고 $\overline{PD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 에서

$\overline{PB} = \overline{PC}, \overline{AB} = \overline{AC}, \angle BAD = \angle CAD$ 이므로

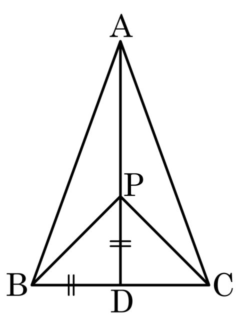
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$(SAS) 합동

따라서 $\angle ADB = \angle ADC$

$\therefore \angle ADC = 90°$

$\therefore \overline{PD} = \overline{BD} = \overline{CD} = 6\,(\text{cm})$

12. 다음 그림에서 $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 이다. $\overline{PD} = \overline{BD}$ 이고 $\overline{BD} = 16\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



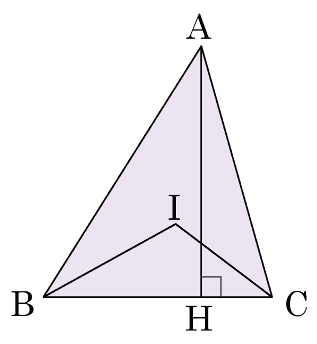
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

$\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 에서
$\overline{PB} = \overline{PC}, \overline{AB} = \overline{AC}, \angle BAD = \angle CAD$ 이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD(SAS)$ 합동
따라서 $\angle ADB = \angle ADC$
$\angle ADC = 90°$
$\therefore \overline{PD} = \overline{BD} = \overline{CD} = 16(\text{cm})$

13. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\angle ABC = 60°$, $\angle BCA = 70°$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$이다. $\angle IAH : \angle BIC$를 가장 간단한 정수의 비 $x : y$로 나타냈을 때, $x + y$의 값을 구하여라.



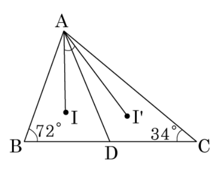
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\angle A = 180° - (60° + 70°) = 50°$이므로 $\angle IAB = 25°$이다.
$\angle BAH = 90° - 60° = 30°$이므로 $\angle IAH = 5°$이다.
$\angle BIC = 180° - (30° + 35°) = 115°$이므로 $x : y = 1 : 23$

14. 다음 그림에서 점 I, I' 은 각각 $\triangle ABC, \triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 72°, \angle C = 34°$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}°$

▷ 정답 : $\underline{37°}$

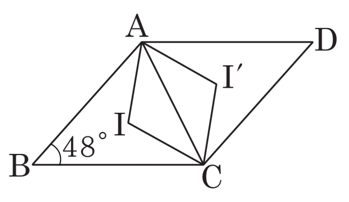
해설

$\angle IAD = \frac{1}{2}\angle BAD$

$\angle I'AD = \frac{1}{2}\angle DAC$

$\therefore \angle IAI' = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2}(180° - 72° - 34°) = 37°$

15. 평행사변형 ABCD 에서 점 I, I′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내심이다. $\angle B = 48°$ 일 때, $\angle AIC$ 와 $\angle IAI'$ 의 크기의 차를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 48 °

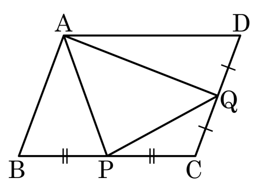
해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle B = 90° + \frac{1}{2} \times 48° = 114°$

$\angle IAI' = \frac{1}{2}\angle BAD = \frac{1}{2} \times (180° - 48°) = 66°$

$\therefore \angle AIC - \angle IAI' = 114° - 66° = 48°$

16. 평행사변형 ABCD 에서 두 점 P, Q 는 각각 변 BC, CD 의 중점이다. □ABCD 의 넓이가 64cm^2 일 때, △APQ 의 넓이는?



① 16cm^2 ② 20cm^2 ③ 24cm^2

④ 28cm^2 ⑤ 32cm^2

해설

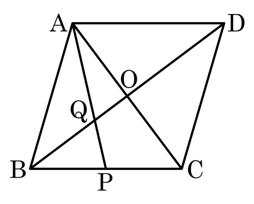
$\triangle ABP = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 64 = 16\ (\text{cm}^2)$

$\triangle AQD = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 64 = 16\ (\text{cm}^2)$

$\triangle PCQ = \frac{1}{8}\square ABCD = \frac{1}{8} \times 64 = 8\ (\text{cm}^2)$

$\triangle APQ = 64 - (16 + 16 + 8) = 24\ (\text{cm}^2)$

17. 다음 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $120\,\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{BC}$ 의 중점을 점 P, $\overline{AQ} : \overline{QP} = 2 : 1$ 일 때, $\square QPCO$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $20\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle APC = \frac{1}{2}\triangle ABC$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \square ABCD$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 120 = 30(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle PCO = \triangle APO = \frac{1}{2}\triangle APC$

$= \frac{1}{2} \times 30 = 15(\mathrm{cm}^2)$

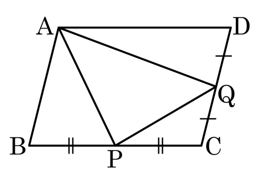
$\overline{AQ} : \overline{QP} = 2 : 1$ 이므로

$\triangle QPO = \frac{1}{3}\triangle APO = \frac{1}{3} \times 15 = 5(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \square QPCO = \triangle PCO + \triangle QPO = 15 + 5$

$= 20(\mathrm{cm}^2)$

18. 평행사변형 ABCD 에서 두 점 P, Q 는 각각 변 BC, CD 의 중점이다. □ABCD 의 넓이가 32cm^2 일 때, △APQ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle\text{ABP} = \dfrac{1}{4}\square\text{ABCD} = \dfrac{1}{4} \times 32 = 8\ (\text{cm}^2)$

$\triangle\text{AQD} = \dfrac{1}{4}\square\text{ABCD} = \dfrac{1}{4} \times 32 = 8\ (\text{cm}^2)$

$\triangle\text{PCQ} = \dfrac{1}{8}\square\text{ABCD} = \dfrac{1}{8} \times 32 = 4\ (\text{cm}^2)$

$\triangle\text{APQ} = 32 - (8 + 8 + 4) = 12\ (\text{cm}^2)$