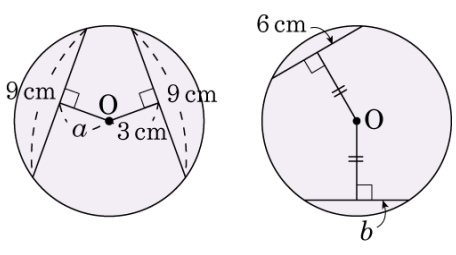
1. 다음 그림에서 x 의 값은?

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$\angle BOD = \angle OAC = \angle OCA = 30°$ 이므로
$\angle AOC = 120°$ 이므로 $30 : 120 = 4 : x$ $\therefore x = 16$ 이다.

2. 다음 그림에서 $a+b$ 의 합을 구하여라.



▶ 답 : cm

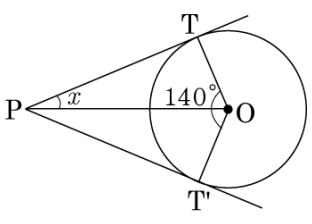
▷ 정답 : $a+b=9$ cm

해설

(1) 한 원이나 합동인 원에서 현의 길이가 같으면 중심에서 현에 내린 수선의 길이도 같다. $a=3$

(2) 중심에서 현에 내린 수선의 길이가 같으면 그 현의 길이도 같다. $b=6$

3. 다음 그림에서 직선 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$은 원 O의 접선이고, $\angle TOT' = 140°$ 일 때, $\angle TPO$ 의 크기는?



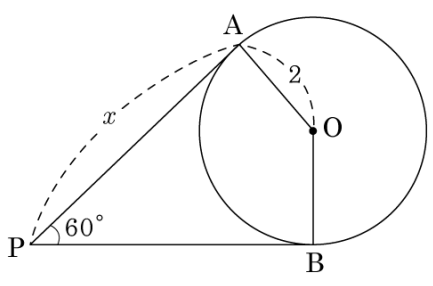
① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle POT \equiv \triangle POT'$ (RHS 합동)

$\therefore x = \frac{1}{2}(180° - 140°) = 20°$

4. 다음 그림에서 x의 길이는? (단, $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다.)

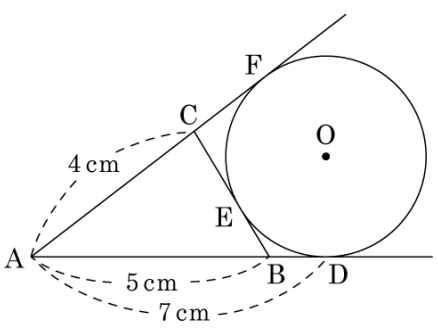


① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$\overline{AP} : \overline{AO} = \sqrt{3} : 1$
$x : 2 = \sqrt{3} : 1$
$x = 2\sqrt{3}$

5. 다음 그림에서 반직선AD, 반직선AF, 선분 BD는 모두 원 O의 접선이다. $\overline{BC}$의 길이는?

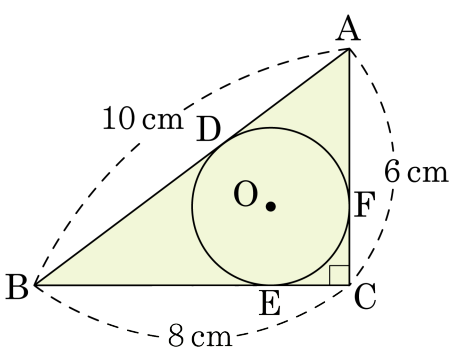


① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{BE} = \overline{BD} = 7 - 5 = 2$ (cm)
$\overline{AF} = \overline{AD} = 7$ (cm)
$\overline{CE} = \overline{CF} = 7 - 4 = 3$ (cm)
$\overline{BC} = 2 + 3 = 5$ (cm)

6. 다음 그림의 원 O 는 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형에 내접하고 있다. 원의 반지름의 길이를 구하는 과정이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



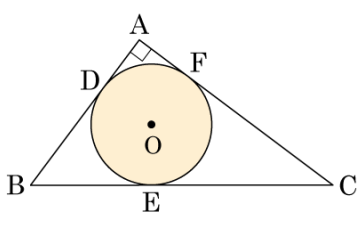
원의 반지름의 길이를 $x\,\text{cm}$ 라 하면
$\overline{CF} = x\,\text{cm}$ $\overline{CE} = x\,\text{cm}$ 이고
$\overline{AF} = (\text{㉠})\,\text{cm}$, $\overline{BE} = (\text{㉡})\,\text{cm}$
$\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로
$\overline{AB} = (\text{㉠}) + (\text{㉡}) = 10$
$\therefore x = (\text{㉢})$

① ㉠ $6 - x$ ② ㉡ $8 - x$ ③ ㉢ 3
④ $\overline{BD} = 6\,\text{cm}$ ⑤ $\overline{BE} = 6\,\text{cm}$

해설

$x = 2$

7. 다음 그림에서 원 O 는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 20\text{cm}$, $\overline{CA} = 16\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $4\pi\,\text{cm}^2$ ② $\frac{9}{2}\pi\,\text{cm}^2$ ③ $6.5\pi\,\text{cm}^2$

④ $12\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\,\text{cm}^2$

해설

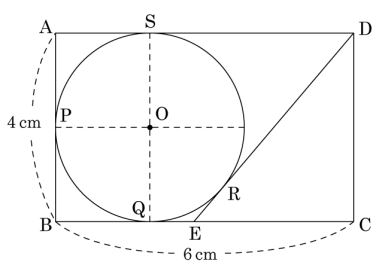
내접원의 반지름을 r 라 하면

$\frac{1}{2} \times 12 \times 16 = \frac{1}{2} \times (12 + 16 + 20) \times r$

$\therefore r = 4(\text{cm})$

따라서, 원의 넓이는 $16\pi\text{cm}^2$

8. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 안에 원 O 와 △CDE 가 접하고 있다. △CDE 의 둘레의 길이를 구할 때, 다음 번호에 알맞게 쓴 것이 아닌 것은?



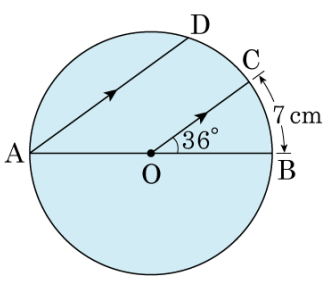
$\overline{AP} = \overline{AS} = 2$
$\overline{DS} = \overline{DA} - \overline{AS} = 4$
(△CDE 의 둘레)$= \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EC}$
$= \overline{CD} + (\overline{DR} + \overline{RE}) + ①$
$= \overline{CD} + \overline{DR} + (② + \overline{EC})$
$= \overline{CD} + \overline{DR} + (③ + \overline{EC})$
$= \overline{CD} + \overline{DR} + ④$
$= ⑤$

① $\overline{EC}$ ② $\overline{RE}$ ③ $\overline{EQ}$ ④ $\overline{CQ}$ ⑤ 16cm

해설

⑤ $4 + 4 + 4 = 12(\text{ cm})$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이고, $\overline{AD} // \overline{OC}$이다. $\angle BOC = 36°, 5.0pt\overset{\frown}{BC} = 7cm$ 일 때, $5.0pt\overset{\frown}{AD}$의 길이를 구하여라.



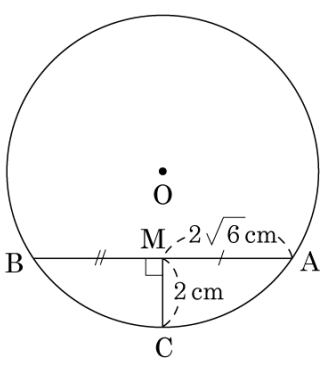
▶ 답: cm

▷ 정답: 21 cm

해설

$\angle AOD = \angle ODA = 36°$ ∴ $\angle AOD = 108°$,
$36° : 108° = 7 : 5.0pt\overset{\frown}{AD}$, $1 : 3 = 7 : 5.0pt\overset{\frown}{AD}$
∴ $5.0pt\overset{\frown}{AD} = 21(\text{cm})$

10. 다음을 그림을 참고하여 원 O 의 넓이를 구하면?



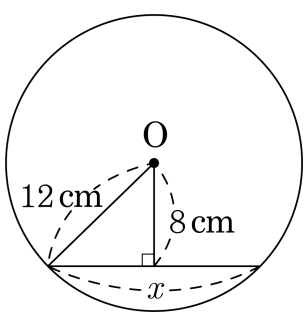
① $48\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $49\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $50\pi\,\mathrm{cm}^2$

④ $51\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $53\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$r^2 = (2\sqrt{6})^2 + (r-2)^2$
$r^2 = 24 + r^2 - 4r + 4$
$4r = 28$
$r = 7\ (\mathrm{cm})$
따라서 원의 넓이는 $\pi \times 7^2 = 49\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

11. 다음 그림의 원 O 에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

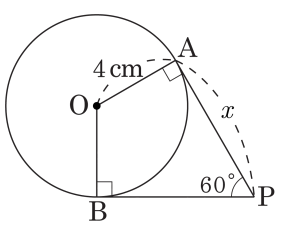
▷ 정답 : $8\sqrt{5}$ cm

해설

$\frac{1}{2}x = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$\therefore\ x = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5}\ (\text{cm})$

12. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle P = 60°$, $\overline{OA} = 4cm$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?

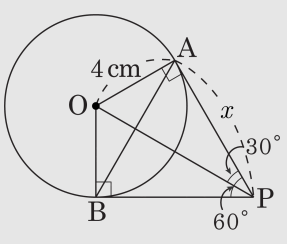


① 6cm ② 7cm ③ $4\sqrt{2}$cm

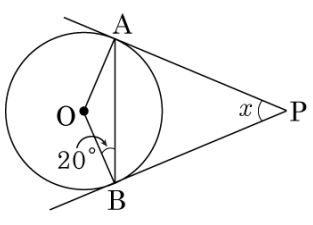
④ $4\sqrt{3}$cm ⑤ $3\sqrt{3}$cm

해설

$\overline{PA} : \overline{AO} = 1 : \sqrt{3} = 4 : \overline{PA}$ 이다.
$\therefore \overline{PA} = 4\sqrt{3}$



13. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\angle ABO = 20°$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



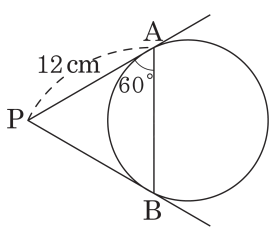
▶ 답 : _____°

▷ 정답 : 40_°

해설

접선의 성질의 의해 $\angle OAP = 90°$ 이고,
$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle BAP = \angle ABP = 70°$
또한 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로
$\triangle APB$ 는 이등변삼각형
$\therefore \angle PAB = 180° - 140° = 40°$

14. 다음 그림에서 직선 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원의 접선이고 점A, B 는 접점이다. $\angle PAB = 60°$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



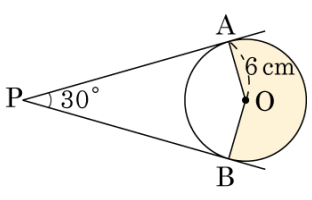
① $12\sqrt{3}$cm ② $6\sqrt{3}$cm ③ 6cm

④ 9cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle PAB = 60°$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로 $\overline{AB} = 12$cm 이다.

15. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하면?

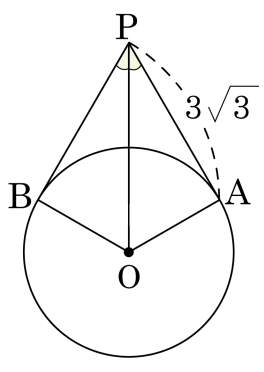


① $\frac{27}{8}\pi\text{cm}^2$ ② $\frac{9}{4}\pi\text{cm}^2$ ③ $\frac{21}{8}\pi\text{cm}^2$
④ $\frac{27}{4}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $21\pi\text{cm}^2$

해설

작은 부채꼴에서 $\angle\text{AOB} = 150°$ 이므로
색칠한 부채꼴의 중심각 $\angle\text{AOB} = 210°$
$\therefore\ \pi \times 6^2 \times \frac{210°}{360°} = 21\pi(\text{cm}^2)$

16. 점 A, B 는 원 O 의 접점이고 $\angle APB = 60°$, $\overline{PA} = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{PO}$ 의 길이는?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\triangle POA \equiv \triangle POB$ (RHS 합동)
따라서 $\angle APO = 30°$, $\angle POA = 60°$

$\overline{AO} = \dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3$, $\overline{PO} = 6$

17. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고, $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이다. $\angle CAB = 30°$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 60 °

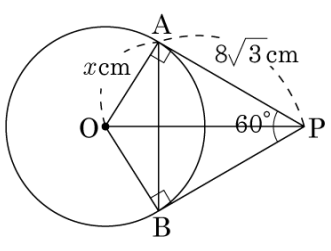
해설

$\angle PAB = 90° - 30° = 60°$

$\overline{AP} = \overline{BP}$이므로 $\angle ABP = 60°$

$\therefore \angle APB = 60°$

18. 다음 그림에서 $\overline{PA}, \overline{PB}$는 원 O의 접선일 때, 보기를 이용하여 x를 구하여라.



보기

한 내각의 크기가 30°인 직각 삼각형의 세 변의 길이를 a, b, c라고 하면 (단, a>b>c)
$a : b : c = 2 : \sqrt{3} : 1$

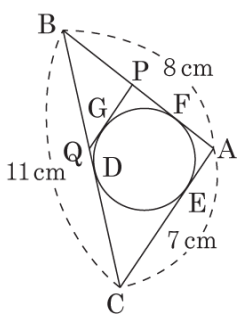
▶ 답: cm

▷ 정답: 8cm

해설

△APO와 △BPO에서
$\angle OAP = \angle OBP = 90°$, $\overline{OA} = \overline{OB}$(반지름), $\overline{OP}$는 공통이므로 RHS 합동이다.
△APO, △BPO가 합동이므로 $\angle APO = 30°$이다.
보기와 같은 각이 되므로 $\sqrt{3} : 1 = 8\sqrt{3} : x$이다. 따라서 $x = 8$cm이다.

19. 다음 그림과 같이 △ABC 의 내접원에 접하는 선분 PQ 를 그을 때, △PBQ 의 둘레의 길이를 구하여라. (단, D, E, F, G 는 접점이다.)



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$\overline{QG} = \overline{QD}$, $\overline{PG} = \overline{PF}$ 이므로 △PBQ 의 둘레의 길이는 $\overline{BD}+\overline{BF}$ 와 같다.

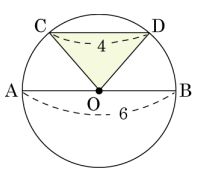
$\overline{BD} = x$ 라고 하면

$(11 - x) + (8 - x) = 7$

$x = 6$

$\therefore\ \overline{BD} + \overline{BF} = 6 + 6 = 12\ (\text{cm})$

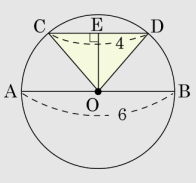
20. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{CD} = 4$ 이고 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 일 때, $\triangle COD$ 의 넓이는?



① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 3

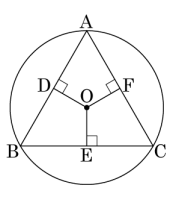
해설

$\overline{OC} = 3$, $\overline{CE} = 2$ 이므로 $\overline{OE} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ 이다.



따라서 $\triangle COD = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ 이다.

21. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$

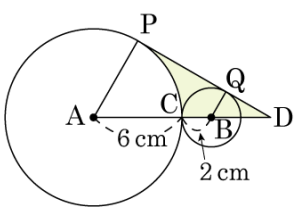
$\overline{AE} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$\overline{OA} = \dfrac{2}{3}\overline{AE} = \dfrac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

(원의 넓이)$= \pi \times \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12\pi\,(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림에서 중심이 A, B 이고 반지름이 각각 6 cm , 2 cm 인 2 개의 원이 점 C 에서 외접하고 있다. 2 개의 원과 각각 점 P, Q 에서 접하는 공통인 접선과 직선 AB 와의 교점을 D 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $(18\sqrt{2}-3\pi)\ \text{cm}^2$ ② $(18\sqrt{2}-6\pi)\ \text{cm}^2$

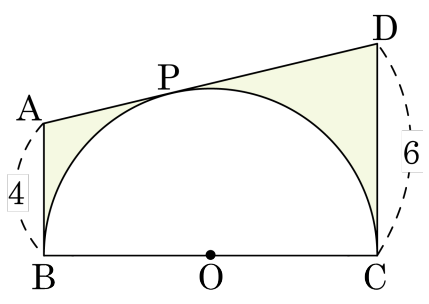
③ $(18\sqrt{3}-3\pi)\ \text{cm}^2$ ④ $(36-6\pi)\ \text{cm}^2$

⑤ $(18\sqrt{3}-6\pi)\ \text{cm}^2$

해설

(1) $\triangle PAD \backsim \triangle QBD$ 이므로
$\overline{BD} = x\text{cm}$ 라 하면,
$\overline{QB} : \overline{PA} = \overline{BD} : \overline{AD}$
$2 : 6 = x : (x+8)$
$\therefore\ x = 4$
(2) 색칠한 부분은 $\triangle PAD$ 에서
부채꼴 APC 를 제외한 부분이다.
$\triangle PAD$ 는 직각삼각형이므로
$\overline{PD} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{PA}^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$
따라서, $\angle PAC = 60°$ 이므로
(색칠한 부분의 넓이)
$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 - \pi \times 6^2 \times \frac{60°}{360°}$
$= (18\sqrt{3} - 6\pi)\ \text{cm}^2$ 이다.

23. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ 는 모두 원 O 의 접선일 때, 색칠한 부분의 둘레는?



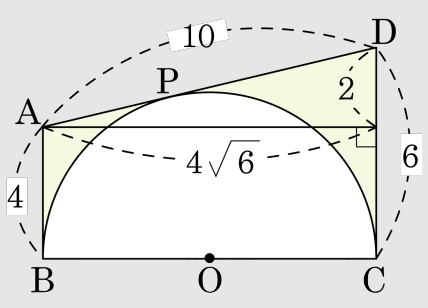
① 20 ② $10+21\pi$ ③ $12+2\sqrt{3}\pi$

④ $20+2\sqrt{6}\pi$ ⑤ $20+5\pi$

해설

$\overline{AB}=\overline{AP}, \overline{DP}=\overline{DC}$

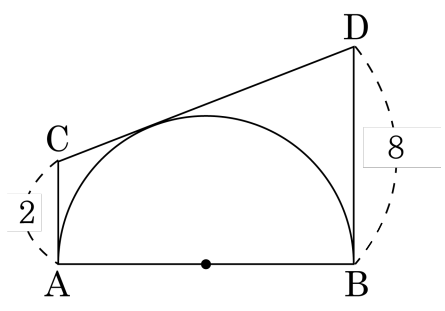
$\overline{AD}=\overline{AP}+\overline{DP}=10$



반원의 둘레는 $\frac{1}{2}\times\pi\times 4\sqrt{6}=2\sqrt{6}\pi$

따라서, 색칠한 부분의 둘레는 $2\overline{AD}+5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC}=20+2\sqrt{6}\pi$

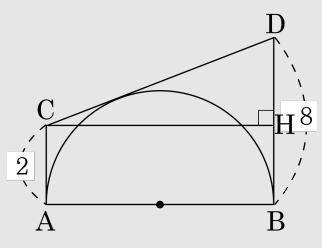
24. 다음 그림에서 $\overline{AC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DB}$ 는 반원 O 의 접선이고 $\overline{CA} = 2$ cm, $\overline{DB} = 8$ cm 일 때, 반원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

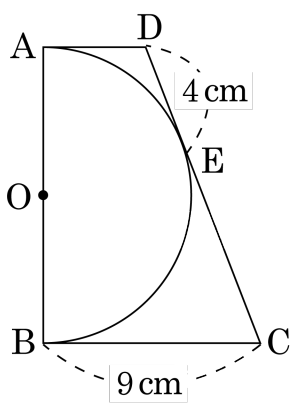
▷ 정답 : 4 cm

해설



점 C 에서 선분 BD 에 수선의 발 H 를 내린다.
직각삼각형 CDH 에서 $\overline{DC} = 2 + 8 = 10$ (cm) 이다.
따라서 $\overline{DH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$ (cm) 이므로 반지름은 4 (cm) 이다.

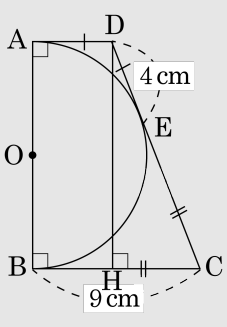
25. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반원 O 의 접선이고 $\overline{DE} = 4$ cm, $\overline{BC} = 9$ cm 일 때, 반원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

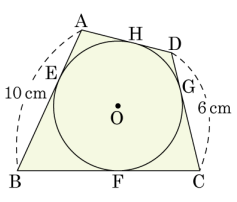
▷ 정답: 6 cm

해설



점 D 에서 선분 BC 에 수선의 발 H 를 내린다.
직각삼각형 CDH 에서 $\overline{DC} = 4 + 9 = 13$ (cm) 이다.
따라서 $\overline{DH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = 12$ (cm) 이므로 반지름의 길이는 6 (cm) 이다.

26. 다음 그림과 같이 반지름이 4cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.

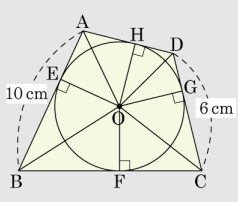


▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $64\underline{\text{cm}^2}$

해설

외접 사각형의 성질에 의해서 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{BC}+\overline{AD}=16(\text{cm})$



또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로

(사각형의넓이)

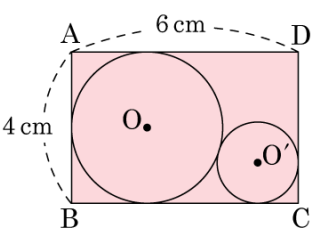
$=\triangle AOB+\triangle BOC+\triangle COD+\triangle DOA$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times r+\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times r+\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times r+\frac{1}{2}\times\overline{DA}\times r$

$=\frac{1}{2}\times r\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA})$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 32=64(\text{cm}^2)$

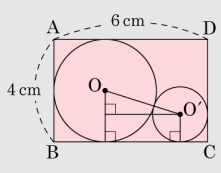
27. 가로 세로 길이가 6cm, 4cm 인 직사각형에서 가능한 한 큰 원을 오려내고, 남은 부분에서 또 가능한 한 큰 원을 오려낼 때 두 번째 원의 반지름의 길이는?



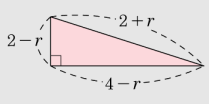
① $(6-4\sqrt{3})$cm ② $(4-4\sqrt{3})$cm ③ $(8-4\sqrt{3})$cm

④ $(6-\sqrt{3})$cm ⑤ $(8-\sqrt{3})$cm

해설



작은 원의 반지름을 r cm 라고 하면 큰 원의 반지름은 2cm 이므로



$(2-r)^2+(4-r)^2=(2+r)^2$

$\therefore r=8-4\sqrt{3}(\because 0<r<2)$