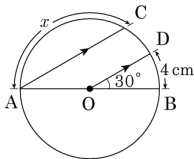


1. 다음 그림에서 x 의 값은?



① 4

② 8

③ 12

④ 16

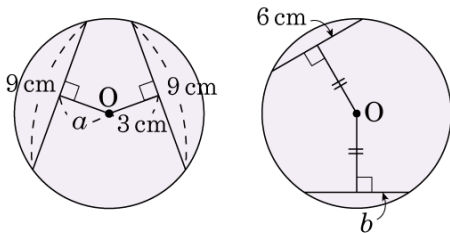
⑤ 20

해설

$\angle BOD = \angle OAC = \angle OCA = 30^\circ$ 이므로

$\angle AOC = 120^\circ$ 이므로 $30 : 120 = 4 : x \therefore x = 16$ 이다.

2. 다음 그림에서 $a + b$ 의 합을 구하여라.



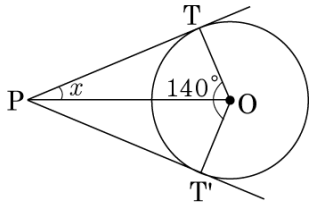
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $a + b = 9\text{ cm}$

해설

- (1) 한 원이나 합동인 원에서 현의 길이가 같으면 중심에서 현에 내린 수선의 길이도 같다. $a = 3$
- (2) 중심에서 현에 내린 수선의 길이가 같으면 그 현의 길이도 같다. $b = 6$

3. 다음 그림에서 직선 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$ 은 원 O의 접선이고, $\angle TOT' = 140^\circ$ 일 때, $\angle TPO$ 의 크기는?



① 10°

② 20°

③ 30°

④ 35°

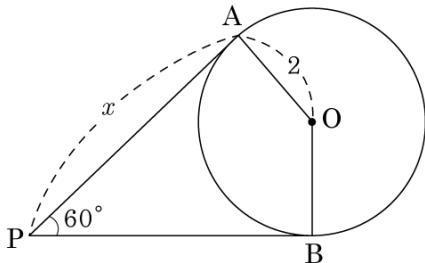
⑤ 40°

해설

$\triangle POT \equiv \triangle POT'$ (RHS 합동)

$$\therefore x = \frac{1}{2} (180^\circ - 140^\circ) = 20^\circ$$

4. 다음 그림에서 x 의 길이는?
(단, $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다.)



- ① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

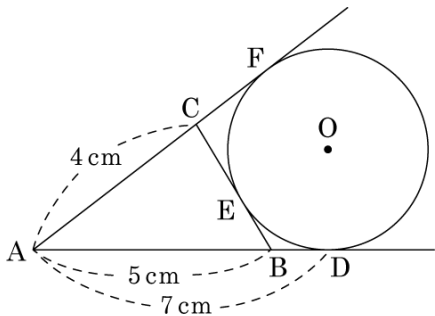
해설

$$\overline{AP} : \overline{AO} = \sqrt{3} : 1$$

$$x : 2 = \sqrt{3} : 1$$

$$x = 2\sqrt{3}$$

5. 다음 그림에서 반직선AD, 반직선AF, 선분 BD는 모두 원 O의 접선이다. $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

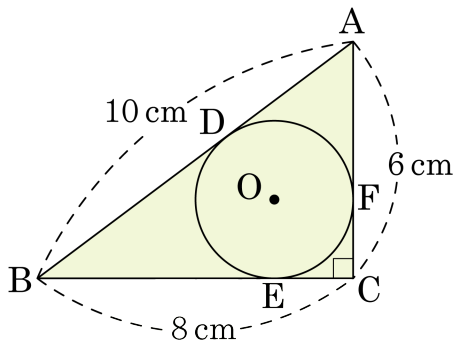
$$\overline{BE} = \overline{BD} = 7 - 5 = 2 \text{ (cm)}$$

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 7 \text{ (cm)}$$

$$\overline{CE} = \overline{CF} = 7 - 4 = 3 \text{ (cm)}$$

$$\overline{BC} = 2 + 3 = 5 \text{ (cm)}$$

6. 다음 그림의 원 O 는 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형에 내접하고 있다. 원의 반지름의 길이를 구하는 과정이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



원의 반지름의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면

$$\overline{CF} = x\text{cm} \quad \overline{CE} = x\text{cm} \text{ 이고}$$

$$\overline{AF} = (\text{㉠})\text{cm} , \overline{BE} = (\text{㉡})\text{cm}$$

$$\overline{AD} = \overline{AF} , \overline{BD} = \overline{BE} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} = (\text{㉠}) + (\text{㉡}) = 10$$

$$\therefore x = (\text{㉢})$$

① $\text{㉠} 6 - x$

② $\text{㉡} 8 - x$

③ $\text{㉢} 3$

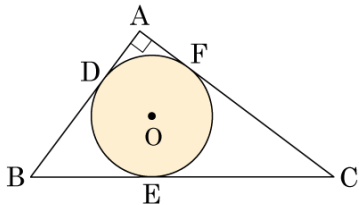
④ $\overline{BD} = 6\text{cm}$

⑤ $\overline{BE} = 6\text{cm}$

해설

$$x = 2$$

7. 다음 그림에서 원 O는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 20\text{cm}$, $\overline{CA} = 16\text{cm}$ 일 때, 원 O의 넓이는?



- ① $4\pi \text{ cm}^2$ ② $\frac{9}{2}\pi \text{ cm}^2$ ③ $6.5\pi \text{ cm}^2$
 ④ $12\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $16\pi \text{ cm}^2$

해설

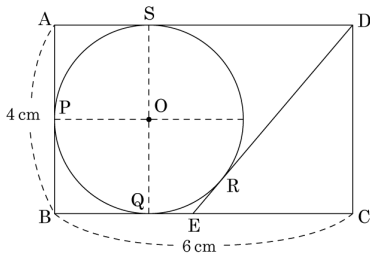
내접원의 반지름을 r 라 하면

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 16 = \frac{1}{2} \times (12 + 16 + 20) \times r$$

$$\therefore r = 4(\text{cm})$$

따라서, 원의 넓이는 $16\pi \text{ cm}^2$

8. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 안에 원 O 와 $\triangle CDE$ 가 접하고 있다. $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이를 구할 때, 다음 번호에 알맞게 쓴 것이 아닌 것은?



$$\overline{AP} = \overline{AS} = 2$$

$$\overline{DS} = \overline{DA} - \overline{AS} = 4$$

$$(\triangle CDE \text{ 의 둘레}) = \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EC}$$

$$= \overline{CD} + (\overline{DR} + \overline{RE}) + \textcircled{1}$$

$$= \overline{CD} + \overline{DR} + (\textcircled{2} + \overline{EC})$$

$$= \overline{CD} + \overline{DR} + (\textcircled{3} + \overline{EC})$$

$$= \overline{CD} + \overline{DR} + \textcircled{4}$$

$$= \textcircled{5}$$

① $\overline{EC}$

② $\overline{RE}$

③ $\overline{EQ}$

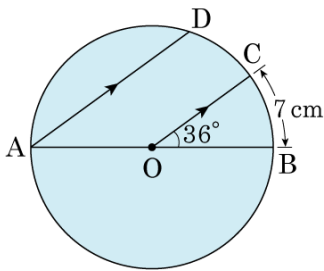
④ $\overline{CQ}$

⑤ 16cm

해설

⑤ $4 + 4 + 4 = 12(\text{cm})$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이고, $\overline{AD} \parallel \overline{OC}$ 이다. $\angle BOC = 36^\circ$, $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 7\text{cm}$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AD}$ 의 길이를 구하여라.



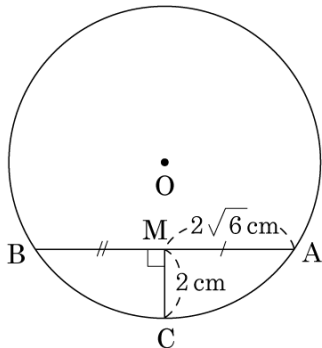
▶ 답: cm

▷ 정답: 21 cm

해설

$$\begin{aligned} \angle AOD = \angle ODA = 36^\circ &\therefore \angle AOD = 108^\circ, \\ 36^\circ : 108^\circ = 7 : 5.0\text{pt}\widehat{AD}, \quad 1 : 3 = 7 : 5.0\text{pt}\widehat{AD} \\ \therefore 5.0\text{pt}\widehat{AD} &= 21(\text{cm}) \end{aligned}$$

10. 다음을 그림을 참고하여 원 O의 넓이를 구하면?



① $48\pi \text{ cm}^2$

② $49\pi \text{ cm}^2$

③ $50\pi \text{ cm}^2$

④ $51\pi \text{ cm}^2$

⑤ $53\pi \text{ cm}^2$

해설

$$r^2 = (2\sqrt{6})^2 + (r-2)^2$$

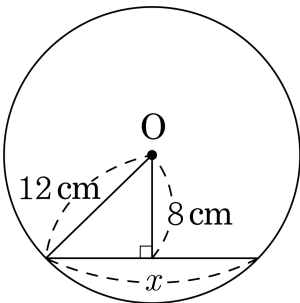
$$r^2 = 24 + r^2 - 4r + 4$$

$$4r = 28$$

$$r = 7 \text{ (cm)}$$

따라서 원의 넓이는 $\pi \times 7^2 = 49\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ 이다.

11. 다음 그림의 원 O 에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

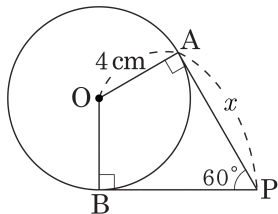
▷ 정답 : $8\sqrt{5}$ cm

해설

$$\frac{1}{2}x = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$\therefore x = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

12. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle P = 60^\circ$, $\overline{OA} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?



① 6cm

② 7cm

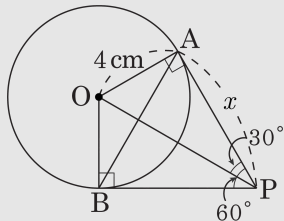
③ $4\sqrt{2}\text{cm}$

④ $4\sqrt{3}\text{cm}$

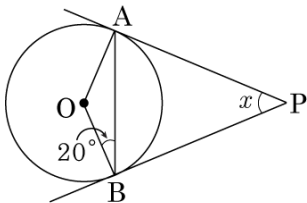
⑤ $3\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$\overline{PA} : \overline{AO} = 1 : \sqrt{3} = 4 : \overline{PA}$ 이다.
 $\therefore \overline{PA} = 4\sqrt{3}$



13. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\angle ABO = 20^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\hspace{1cm}}^\circ$

▶ 정답: 40°

해설

접선의 성질의 의해 $\angle OAP = 90^\circ$ 이고,

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로

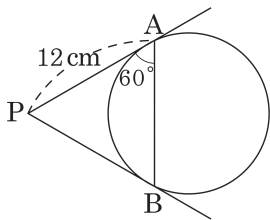
$$\angle BAP = \angle ABP = 70^\circ$$

또한 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$\triangle APB$ 는 이등변삼각형

$$\therefore \angle PAB = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

14. 다음 그림에서 직선 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle PAB = 60^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $12\sqrt{3}\text{cm}$

② $6\sqrt{3}\text{cm}$

③ 6cm

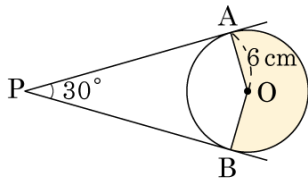
④ 9cm

⑤ 12cm

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle PAB = 60^\circ$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로 $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 이다.

15. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① $\frac{27}{8}\pi\text{cm}^2$

② $\frac{9}{4}\pi\text{cm}^2$

③ $\frac{21}{8}\pi\text{cm}^2$

④ $\frac{27}{4}\pi\text{cm}^2$

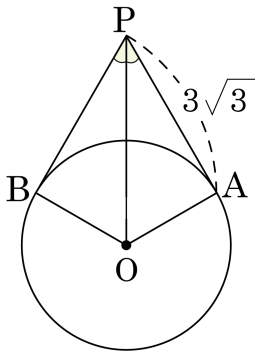
⑤ $21\pi\text{cm}^2$

해설

작은 부채꼴에서 $\angle AOB = 150^\circ$ 이므로
 색칠한 부채꼴의 중심각 $\angle AOB = 210^\circ$

$$\therefore \pi \times 6^2 \times \frac{210^\circ}{360^\circ} = 21\pi(\text{cm}^2)$$

16. 점 A, B 는 원 O 의 접점이고 $\angle APB = 60^\circ$, $\overline{PA} = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{PO}$ 의 길이는?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

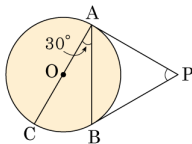
해설

$\triangle POA \equiv \triangle POB$ (RHS 합동)

따라서 $\angle APO = 30^\circ$, $\angle POA = 60^\circ$

$$\overline{AO} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3, \overline{PO} = 6$$

17. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고, $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이다. $\angle CAB = 30^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

—[°]

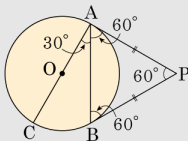
▷ 정답 : 60 —[°]

해설

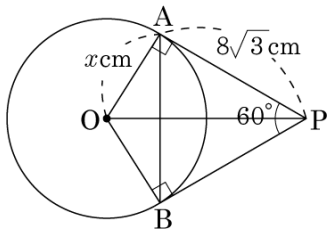
$$\angle PAB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{ 이므로 } \angle ABP = 60^\circ$$

$$\therefore \angle APB = 60^\circ$$



18. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O의 접선일 때, 보기를 이용하여 x 를 구하여라.



보기

한 내각의 크기가 30° 인 직각 삼각형의 세 변의 길이를 a, b, c 라고 하면 (단, $a > b > c$)

$$a : b : c = 2 : \sqrt{3} : 1$$

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8cm

해설

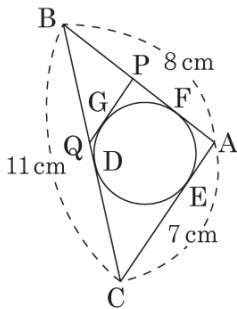
$\triangle APO$ 와 $\triangle BPO$ 에서

$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$, $\overline{OA} = \overline{OB}$ (반지름), $\overline{OP}$ 는 공통이므로 RHS 합동이다.

$\triangle APO$, $\triangle BPO$ 가 합동이므로 $\angle APO = 30^\circ$ 이다.

보기와 같은 각이 되므로 $\sqrt{3} : 1 = 8\sqrt{3} : x$ 이다. 따라서 $x = 8\text{cm}$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내접원에 접하는 선분 PQ를 그을 때, $\triangle PBQ$ 의 둘레의 길이를 구하여라. (단, D, E, F, G는 접점이다.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$\overline{QG} = \overline{QD}$, $\overline{PG} = \overline{PF}$ 이므로 $\triangle PBQ$ 의 둘레의 길이는 $\overline{BD} + \overline{BF}$ 와 같다.

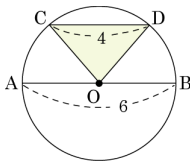
$\overline{BD} = x$ 라고 하면

$$(11 - x) + (8 - x) = 7$$

$$x = 6$$

$$\therefore \overline{BD} + \overline{BF} = 6 + 6 = 12 \text{ (cm)}$$

20. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{CD} = 4$ 이고 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 일 때, $\triangle COD$ 의 넓이는?



① $\sqrt{3}$

② $\sqrt{5}$

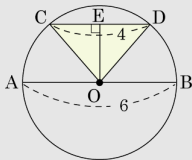
③ $2\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{5}$

⑤ 3

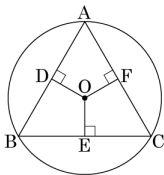
해설

$\overline{OC} = 3$, $\overline{CE} = 2$ 이므로 $\overline{OE} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ 이다.



따라서 $\triangle COD = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ 이다.

21. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, 원 O의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

cm^2

▷ 정답 : $12\pi \text{ cm}^2$

해설

$$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF} \text{ 이므로 } \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$$

$$\triangle ABC \text{ 가 정삼각형이므로 } \overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$$

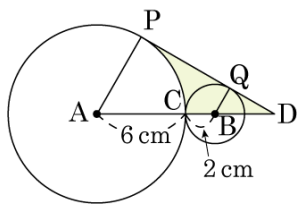
$$\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3} (\text{cm})$$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$$\overline{OA} = \frac{2}{3} \overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3} (\text{cm})$$

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times (2\sqrt{3})^2 = 12\pi (\text{cm}^2)$$

22. 다음 그림에서 중심이 A, B 이고 반지름이 각각 6 cm, 2 cm 인 2 개의 원이 점 C 에서 외접하고 있다. 2 개의 원과 각각 점 P, Q 에서 접하는 공통인 접선과 직선 AB 와의 교점을 D 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $(18\sqrt{2} - 3\pi) \text{ cm}^2$ ② $(18\sqrt{2} - 6\pi) \text{ cm}^2$
 ③ $(18\sqrt{3} - 3\pi) \text{ cm}^2$ ④ $(36 - 6\pi) \text{ cm}^2$
 ⑤ $(18\sqrt{3} - 6\pi) \text{ cm}^2$

해설

(1) $\triangle PAD \sim \triangle QBD$ 이므로

$\overline{BD} = x \text{ cm}$ 라 하면,

$$\overline{QB} : \overline{PA} = \overline{BD} : \overline{AD}$$

$$2 : 6 = x : (x + 8)$$

$$\therefore x = 4$$

(2) 색칠한 부분은 $\triangle PAD$ 에서
부채꼴 APC 를 제외한 부분이다.

$\triangle PAD$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{PD} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{PA}^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

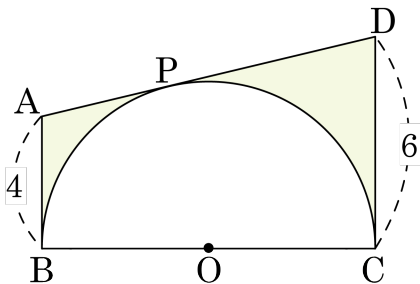
따라서, $\angle PAC = 60^\circ$ 이므로

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 - \pi \times 6^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ}$$

$$= (18\sqrt{3} - 6\pi) \text{ cm}^2 \text{ 이다.}$$

23. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 는 원 O의 지름이고 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ 는 모두 원 O의 접선일 때, 색칠한 부분의 둘레는?



① 20

② $10 + 21\pi$

③ $12 + 2\sqrt{3}\pi$

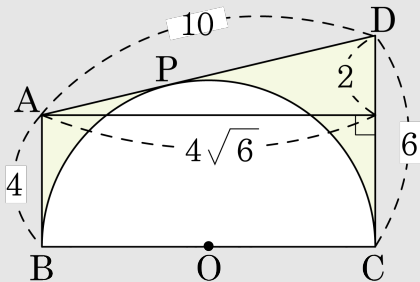
④ $20 + 2\sqrt{6}\pi$

⑤ $20 + 5\pi$

해설

$$\overline{AB} = \overline{AP}, \overline{DP} = \overline{DC}$$

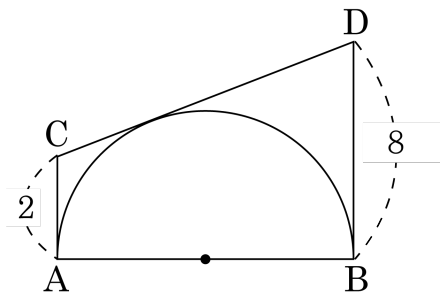
$$\overline{AD} = \overline{AP} + \overline{DP} = 10$$



반원의 둘레는 $\frac{1}{2} \times \pi \times 4\sqrt{6} = 2\sqrt{6}\pi$

따라서, 색칠한 부분의 둘레는 $2\overline{AD} + 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 20 + 2\sqrt{6}\pi$

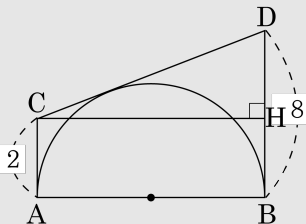
24. 다음 그림에서 $\overline{AC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DB}$ 는 반원 O 의 접선이고 $\overline{CA} = 2\text{ cm}$, $\overline{DB} = 8\text{ cm}$ 일 때, 반원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

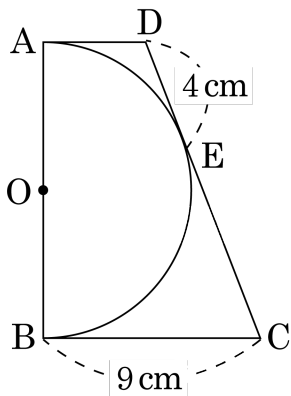


점 C 에서 선분 BD 에 수선의 발 H 를 내린다.

직각삼각형 CDH 에서 $\overline{DC} = 2 + 8 = 10$ (cm) 이다.

따라서 $\overline{DH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$ (cm) 이므로 반지름은 4 (cm) 이다.

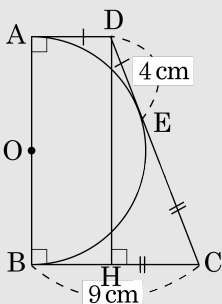
25. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반원 O 의 접선이고 $\overline{DE} = 4\text{ cm}$, $\overline{BC} = 9\text{ cm}$ 일 때, 반원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 6 cm

해설

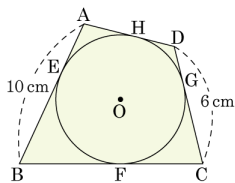


점 D 에서 선분 BC 에 수선의 발 H 를 내린다.

직각삼각형 CDH 에서 $\overline{DC} = 4 + 9 = 13\text{ (cm)}$ 이다.

따라서 $\overline{DH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = 12\text{ (cm)}$ 이므로 반지름의 길이는 6 (cm) 이다.

26. 다음 그림과 같이 반지름이 4cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.

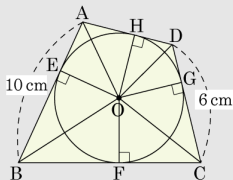


▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 64cm²

해설

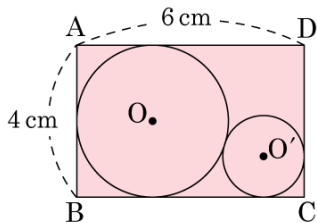
외접 사각형의 성질에 의해서 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD} = 16(\text{cm})$



또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로 (사각형의 넓이)

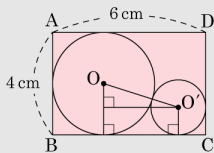
$$\begin{aligned}
 &= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COD + \triangle DOA \\
 &= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{CD} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{DA} \times r \\
 &= \frac{1}{2} \times r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}) \\
 &= \frac{1}{2} \times 4 \times 32 = 64(\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

27. 가로 세로 길이가 6cm, 4cm 인 직사각형에서 가능한 한 큰 원을 그려내고, 남은 부분에서 또 가능한 한 큰 원을 그려낼 때 두 번째 원의 반지름의 길이는?

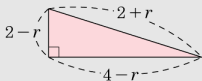


- ① $(6 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ② $(4 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ③ $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$
 ④ $(6 - \sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ $(8 - \sqrt{3})\text{cm}$

해설



작은 원의 반지름을 $r\text{ cm}$ 라고 하면 큰 원의 반지름은 2 cm 이므로



$$(2 - r)^2 + (4 - r)^2 = (2 + r)^2$$

$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3} (\because 0 < r < 2)$$