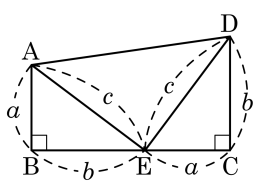
1. 다음은 사다리꼴 ABCD 를 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다. 옳지 않은 것을 골라 기호로 써라.



사다리꼴의 넓이를 S 라고 할 때,

㉠ 사다리꼴 넓이 공식을 적용하면 $S = (a+b)^2$ 이고,

㉡ 세 개의 삼각형의 넓이의 합을 이용하면
$S = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$

㉢ 따라서 $\frac{1}{2}(a+b)^2 = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$ 이다.

㉣ 이를 정리하면 $a^2 + b^2 = c^2$

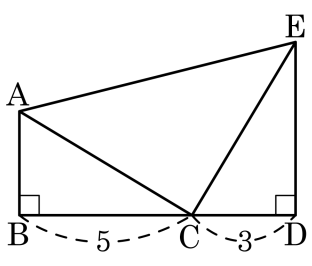
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

사다리꼴 넓이 공식을 적용하면 $S = \frac{1}{2}(a+b)^2$

2. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{BC} = 5$, $\overline{CD} = 3$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?

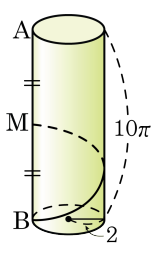


① $\sqrt{17}$ ② $2\sqrt{15}$ ③ $2\sqrt{15}$ ④ 8 ⑤ $2\sqrt{17}$

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동이므로
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고 $\angle ACE = 90°$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{AC} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$
따라서 $\overline{AE^2} = (\sqrt{34})^2 + (\sqrt{34})^2 = 68$, $\overline{AE} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 2 이고 높이가 10π 인 원기둥에서 점 B 를 출발하여 원기둥 옆면을 따라 $\overline{AB}$ 의 중점인 점 M 까지 가는 최단 거리를 구하여라.

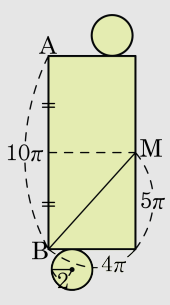


▶ 답 :

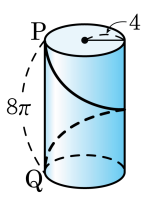
▷ 정답 : $\sqrt{41}\pi$

해설

원기둥의 전개도를 그리면 다음과 같다. 직사각형의 가로의 길이는 밑면(원)의 둘레의 길이이므로 $2\pi \times 2 = 4\pi$ 이다.
따라서, 최단 거리는
$\overline{BM} = \sqrt{(4\pi)^2 + (5\pi)^2} = \sqrt{41}\pi$



4. 다음 그림과 같은 경로를 따라 점 P 에서 점 Q 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

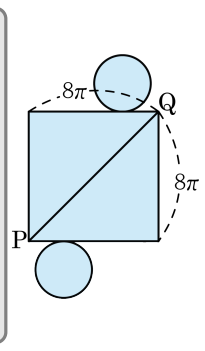


▶ 답:

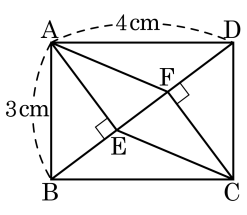
▷ 정답: $8\sqrt{2}\pi$

해설

원기둥의 전개도를 그리면 다음과 같다.
따라서, 최단 거리는 직사각형(옆면)의 대각선의 길이와 같다.
직사각형의 가로의 길이는 밑면(원)의 둘레의 길이이므로 $2\pi \times 4 = 8\pi$ 이다.
따라서, 최단 거리는 $\sqrt{(8\pi)^2 + (8\pi)^2} = 8\sqrt{2}\pi$ 이다.



5. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 의 넓이는?



① $\frac{8}{5}\,\mathrm{cm}^2$ ② $\frac{84}{25}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $12\,\mathrm{cm}^2$
④ $11\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{BD} = \sqrt{3^2+4^2} = 5(\mathrm{cm})$

$5 \times \overline{AE} = 3 \times 4$

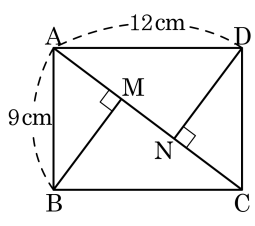
$\therefore \overline{AE} = \frac{12}{5}\ \mathrm{cm}$

$\overline{BE} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}\,(\mathrm{cm})$

$\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{EF} = 5 - 2 \times \frac{9}{5} = \frac{7}{5}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \square AECF = \frac{12}{5} \times \frac{7}{5} = \frac{84}{25}(\mathrm{cm}^2)$

6. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4.2

해설

$\overline{AC} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$,$\overline{AM} = \overline{NC}$

$\overline{AB}^2 = \overline{AM} \times \overline{AC}$ 이므로

$9^2 = \overline{AM} \times 15$

$\therefore \overline{AM} = 5.4$

$\therefore \overline{MN} = \overline{AC} - 2\overline{AM} = 15 - 2 \times 5.4 = 4.2$

7. 구의 중심에서 구의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 떨어진 평면으로 구를 자를 때 생기는 단면의 반지름이 4cm 이다. 이때 구의 겉넓이는?

① $\frac{32}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $\frac{64}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{128}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{256}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{512}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$

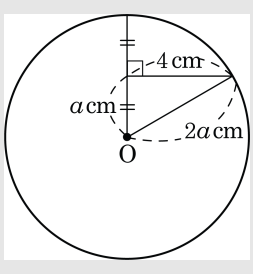
해설

구의 반지름의 길이를 2 cm 라 하면

$(2a)^2 = 4^2 + a^2$

$4a^2 = 16 + a^2$

$\therefore a^2 = \frac{16}{3}$



구의 겉넓이는 $4\pi r^2$ 이므로

$4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$ ($a^2 = \frac{16}{3}$ 대입)

$16\pi a^2 = 16\pi \times \frac{16}{3} = \frac{256}{3}\pi(\,\mathrm{cm}^2)$

8. 대각선 길이가 36 cm 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\text{cm}^3}$

▷ 정답 : $864\sqrt{3}\pi\,\underline{\text{cm}^3}$

해설

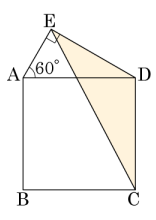
정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라고 하면

$\sqrt{3}a = 36 \quad \therefore\ a = 12\sqrt{3}\ (\text{cm})$

(구의 반지름의 길이) $= 6\sqrt{3}\ (\text{cm})$

(구의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times \left(6\sqrt{3}\right)^3 = 864\sqrt{3}\pi\ (\text{cm}^3)$

9. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\angle EAD = 60°$ 이다. 색칠한 부분의 넓이가 $24\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\angle EDA = 30°$

$\overline{AD} = \overline{DC} = x$ 라 하면

$\overline{ED} = \overline{AD} \times \cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x$

$\overline{AE} = \overline{AD} \times \cos 60° = \dfrac{1}{2}x$

(색칠한 부분의 넓이)$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}x^2 \times \sin(120°) = 24$

$\dfrac{3}{8}x^2 = 24$

$\therefore x = 8(\mathrm{cm})$

10. 다음과 같은 직각삼각형에서 $\tan C \sin C$의 값으로 바르게 구한 것은?

① $\frac{63}{255}$ ② $\frac{64}{255}$ ③ $\frac{66}{255}$
④ $\frac{67}{255}$ ⑤ $\frac{68}{255}$

해설

$\overline{BC} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$

$\tan C \sin C = \frac{8}{15} \times \frac{8}{17} = \frac{64}{255}$