

1. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 할 때, ‘ p 또는~ q ’를 만족하는 집합을 구하면?

- ① $P - Q$ ② $Q - P$ ③ $P^c \cup Q$
④ $P \cup Q^c$ ⑤ $P \cap Q^c$

해설

조건 $\sim q$ 를 만족하는 집합이 Q^c 이므로 ‘ p 또는~ q ’를 만족하는 집합은 $P \cup Q^c$ 이다.

2. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 조건 $x^2 - 2 > 0$ 의 진리집합은?

- ① \emptyset ② $\{0, 1\}$ ③ $\{3, 4, 5\}$
④ $\{2, 3, 4, 5\}$ ⑤ U

해설

주어진 조건 $x^2 - 2 > 0$ 에
 $x = 0$ 을 대입하면 $0 - 2 > 0$ (거짓)
 $x = 1$ 을 대입하면 $1 - 2 > 0$ (거짓)
 $x = 2$ 를 대입하면 $4 - 2 > 0$ (참)
 $x = 3$ 을 대입하면 $9 - 2 > 0$ (참)
 $x = 4$ 를 대입하면 $16 - 2 > 0$ (참)
 $x = 5$ 를 대입하면 $25 - 2 > 0$ (참)
따라서 구하는 진리집합은 $\{2, 3, 4, 5\}$

3. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여
두 조건 $p : f(x) = 0, q : g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 A, B 라
할 때, 조건 $f(x)g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은?

- ① $A^c \cap B$ ② $A \cap B^c$ ③ $\textcircled{3} A^c \cap B^c$
④ $A^c \cup B^c$ ⑤ $A^c \cup B$

해설

조건 $f(x)g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은
 $\{x \mid f(x) \neq 0 \text{ and } g(x) \neq 0\}$ 이므로 주어진 조건을 만족하는
집합은 $A^c \cap B^c$

4. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 가 있다. 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 임의의 $x \in X$ 에 대하여 $xf(x)$ 가 상수가 될 때, 이를 만족시키는 함수 f 의 개수는 몇 개인가?

- ① 3 개 ② 5 개 ③ 7 개 ④ 9 개 ⑤ 11 개

해설

임의의 $x \in X$ 에 대하여 $xf(x) = k$
(단, k 는 상수)를 만족시킨다고 하면
 $x = -1$ 일 때, $-f(-1) = k$
 $x = 0$ 일 때, $0 \cdot f(0) = k$
 $\therefore k = 0$
 $x = 1$ 일 때, $f(1) = k$ 에서
 $f(-1) = f(1) = 0$ 임을 알 수 있다.
따라서, 집합 X 에서 Y 로의 함수 중
임의의 $x \in X$ 에 대하여 $xf(x)$ 가
상수가 되려면 -1 이 대응할 수 있는
원소 0의 1 가지 0이 대응할 수 있는 원소는
 $-2, -1, 0, 1, 2$ 의 5 가지
 1 이 대응할 수 있는 원소는 0의 1 가지
 $\therefore 1 \times 5 \times 1 = 5$ (개)

5. 실수를 원소로 갖는 집합 X 가 정의역인 두 함수 $f(x) = 3x^2$, $g(x) = x^3 + 2x$ 에 대하여 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 서로 같을 때, 집합 X 의 개수를 구하면? (단, $X \neq \emptyset$)

① 1 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$f(x) = g(x)$ 일 때, $f(x) - g(x) = h(x)$ 로 놓으면,

$(h(x))$ 의 근의 개수) = (집합 X 의 개수)

$$x^3 + 2x - 3x^2 = 0$$

$$x(x^2 - 3x + 2) = x(x-1)(x-2) = 0$$

$$x = 0, 1, 2$$

x 가 집합 X 의 원소이고 $X \neq \emptyset$ 이므로

집합 X 의 개수는 $2^3 - 1 = 7$ (개)

6. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $B = \{a, b, c, d, e\}$ 로의 일대일 대응 f 중 $f(1) = a, f(2) = b$ 인 f 의 개수는?

- ① 4 개 ② 6 개 ③ 8 개 ④ 12 개 ⑤ 16 개

해설

$f(1) = a, f(2) = b$ 이므로 $f : A \rightarrow B$ 가 일대일 대응이려면

$f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은

$f(1), f(2)$ 의 값을 제외한 3 개,

$f(4)$ 의 값이 될 수 있는 것은

$f(1), f(2), f(3)$ 의 값을 제외한 2 개,

$f(5)$ 의 값이 될 수 있는 것은

$f(1), f(2), f(3), f(4)$ 의 값을 제외한 1 개이다.

따라서, 일대일 대응 f 의 개수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ 개