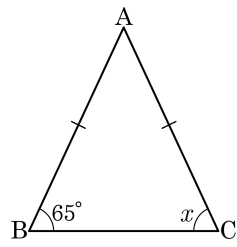


1. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

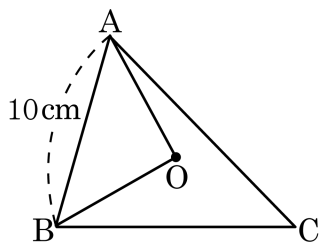


- ① 45° ② 55° ③ 65° ④ 75° ⑤ 85°

해설

$\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle x = \angle ABC = 65^\circ$

2. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\overline{AB} = 10\text{ cm}$ 이고, $\triangle AOB$ 의 둘레의 길이가 24 cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는?



- ① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설

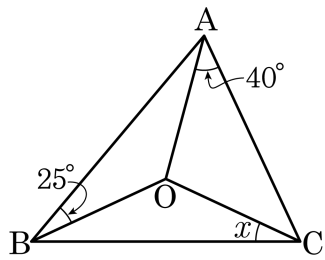
점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

따라서 $\triangle AOB$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 10 = 24$$

$$\therefore \overline{OA} = 7(\text{ cm})$$

3. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle CAO = 40^\circ$, $\angle ABO = 25^\circ$ 일 때, $\angle BCO$ 의 크기는?



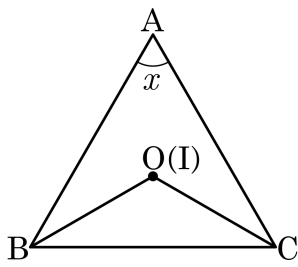
- ① 22° ② 35° ③ 20° ④ 30° ⑤ 25°

해설

$$\angle ABO + \angle OAC + \angle x = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 25^\circ$$

4. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



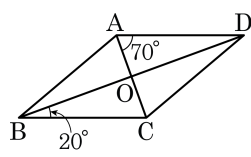
▶ 답 : °

▷ 정답 : 60 °

해설

$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.
따라서 $x = 60^\circ$ 이다.

5. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAC = 70^\circ$, $\angle DBC = 20^\circ$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



- ① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

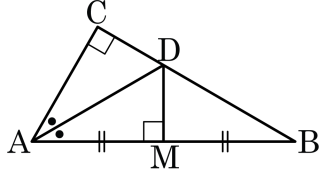
해설

$\angle ADO = 20^\circ (\because \text{엇각})$

따라서 $\angle AOD$ 는 직각이고 두 대각선이 직교하는 것은 마름모 이다.

$\therefore \angle BDC = 20^\circ$

6. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D 라 한다. $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선일 때, $\angle B$ 의 크기는?

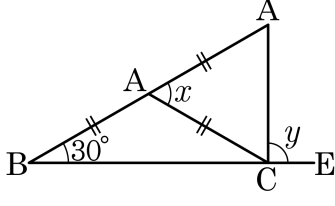


- ① 26° ② 28° ③ 30° ④ 32° ⑤ 34°

해설

$\triangle AMD$ 와 $\triangle BMD$ 에서 $\angle AMD = \angle BMD = 90^\circ \dots \textcircled{1}$
 $\overline{MD}$ 는 공통... $\textcircled{2}$
 $\overline{AM} = \overline{BM} \dots \textcircled{3}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에 의해 $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS합동)
 $\therefore \angle DAM = \angle B \dots \textcircled{4}$
 $\overline{AD}$ 가 A 의 이등분선이므로 $\angle DAM = \angle DAC \dots \textcircled{5}$
 $\textcircled{4}, \textcircled{5}$ 에 의해 $\angle DAM = \angle B = \angle DAC$
 $\angle DAM + \angle B + \angle DAC = 90^\circ$ 이므로 $3\angle B = 90^\circ \therefore \angle B = 30^\circ$

7. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$, $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



- ① 150° ② 160° ③ 170° ④ 180° ⑤ 190°

해설

$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로 빗변의 중점인 점 A 는 직각삼각형의 외심이다.

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 30^\circ$

삼각형의 외각의 성질에 의해 $\angle DAC = \angle ACB + \angle ABC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

$\therefore \angle x = 60^\circ \cdots \textcircled{1}$

$\overline{CA} = \overline{AD}$ 이므로

$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle ACD = \angle CDA = 60^\circ (\because \textcircled{1})$

세 내각의 크기가 같으므로 삼각형 ACD 는 정삼각형이다.

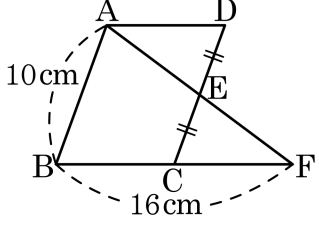
$\angle DCB = \angle ACD + \angle ACB = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

$\angle DCE = 90^\circ$ 이다.

$\therefore \angle y = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의해서 $\angle x + \angle y = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$

8. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.

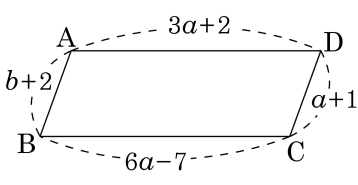


- ① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 9 cm ⑤ 8 cm

해설

$\triangle AED$ 와 $\triangle FEC$ 에서
 $\overline{DE} = \overline{CE}$, $\angle ADE = \angle FCE$ (엇각),
 $\angle AED = \angle FEC$ (맞꼭지각) 이므로
 $\triangle AED \cong \triangle FEC$ (ASA 합동)
 따라서 $\overline{AD} = \overline{FC}$ 이고, $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.
 즉, $\overline{BF} = \overline{BC} + \overline{CF} = \overline{AD} + \overline{AD} = 2\overline{AD}$ 이므로 $2\overline{AD} = 16$
 $\therefore \overline{AD} = 8(\text{cm})$

9. 다음과 같은 사각형 ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

평행사변형이 되려면

$\overline{AD} = \overline{BC}$ 이어야 하므로

$$3a + 2 = 6a - 7$$

$$3a = 9$$

$$\therefore a = 3$$

또한, $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이어야 하므로

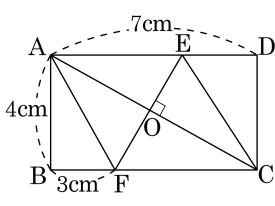
$$b + 2 = a + 1$$

$$b + 2 = 4$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

10. 직사각형 ABCD의 대각선 AC의 수직이등분선이 두 변 AD, BC와 만나는 점을 E, F라 할 때, □AFCE의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

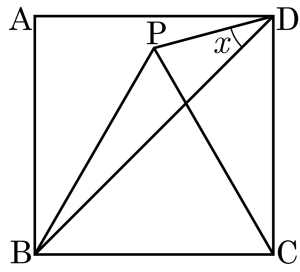
▷ 정답 : 16 cm

해설

△OEA와 △OFC에서
 $\overline{OA} = \overline{OC}$
 $\angle EAO = \angle FCO$ (엇각)
 $\angle AOE = \angle COF$ (맞꼭지각)
 따라서 $\triangle OEA \cong \triangle OFC$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$
 □AFCE는 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로
 마름모이다.

또한, $\overline{AE} = \overline{FC} = \overline{BC} - \overline{BF} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$ 이므로
 □AFCE의 둘레의 길이는 $4 \times 4 = 16(\text{cm})$

11. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이고,
 $\triangle PBC$ 는 정삼각형일 때, $\angle x = (\quad)^\circ$ 이다.
 () 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

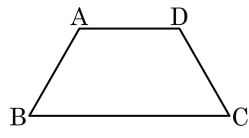


- ① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

$\angle CDB = 45^\circ$,
 $\angle PCD = 30^\circ$ 이고 $\overline{PC} = \overline{DC}$ 이므로
 $\angle CDP = 75^\circ$,
 $\therefore \angle x = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$

12. 다음 그림은 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$ 이고, $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.

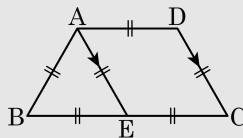


▶ 답 ▶

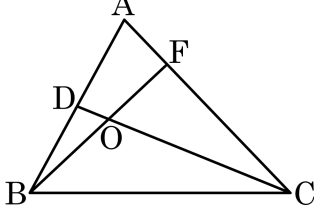
▶ 정답 : 60°

해설

$\overline{DC}$ 에 평행하게 $\overline{AE}$ 를 그으면 $\square AECD$ 는 평행사변형이 되고, $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이므로 점 E는 $\overline{BC}$ 의 중점에 위치하게 된다. 그러므로 $\overline{AB} = \overline{BE} = \overline{AE}$ 이므로 $\triangle ABE$ 는 정삼각형이 된다.
 $\therefore \angle B = 60^\circ$



13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 1$, $\overline{DO} : \overline{OC} = 1 : 6$, $\overline{AF} : \overline{FC} = 1 : 3$ 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 560일 때, $\triangle COF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 180

해설

$\triangle CAD : \triangle CBD = 1 : 1$ 이므로

$$\triangle CAD = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 560 = 280$$

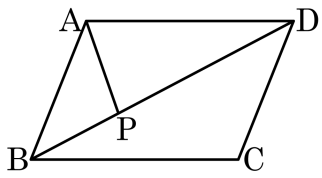
$\overline{AO}$ 를 그으면 $\triangle ADO : \triangle ACO = 1 : 6$ 이므로

$$\triangle ACO = \frac{6}{7} \triangle CAD = \frac{6}{7} \times 280 = 240$$

또, $\triangle AOF : \triangle COF = 1 : 3$ 이므로

$$\triangle COF = \frac{3}{4} \triangle ACO = \frac{3}{4} \times 240 = 180$$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BP} : \overline{DP} = 1 : 2$ 이다.
 $\square ABCD = 24\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle APD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

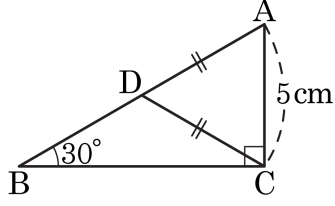
▷ 정답 : 8 cm²

해설

$$\triangle ABD = \frac{24}{2} = 12(\text{cm}^2)$$

$\triangle ABP$, $\triangle APD$ 는 높이가 같고, $\triangle ABP : \triangle APD = 1 : 2$ 이다.
따라서 $\triangle APD = 8\text{cm}^2$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



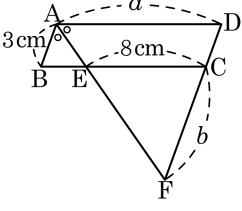
- ① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle ABC$ 에서
 $\angle BAC = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$
 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle DAC = \angle DCA$
그런데 $\angle DAC = \angle BAC$ 이므로 $\angle DAC = \angle DCA = 60^\circ$
또 $\angle CDA = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ACD$ 는 정삼각형
 $\angle C = 90^\circ$ 이고 $\angle DCA = 60^\circ$ 이므로
 $\angle BCD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
따라서 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형
 $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BD}$ 이므로
 $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a + b$ 의 값은?

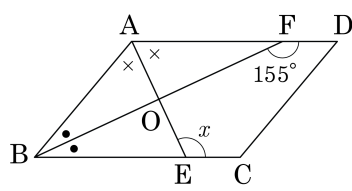
- ① 19cm ② 20cm ③ 21cm
 ④ 22cm ⑤ 23cm



해설

$\angle DAF = \angle CEF$ ($\because$ 동위각)
 $\angle BAE = \angle CFE$ ($\because$ 엇각)
 $\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{CE} = \overline{CF}$, $b = 8\text{cm}$
 $\triangle DAF$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로
 $\overline{AD} = \overline{DF} = a = b + \overline{DC} = 8 + 3 = 11\text{cm}$
 $\therefore a + b = 11 + 8 = 19(\text{cm})$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle A$, $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 O라 하자 $\angle BFD = 155^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 115°

해설

 $\overline{AE}$ 에 의하여 이등분되는

$\angle A$ 를 $\angle DAE = \angle BAE = a$ 라 하고

 $\overline{BF}$ 에 의하여 이드브되느

BF에 의하여 이등분되는

$\angle B$ 를 $\angle ABF = \angle EBF = b$ 라 하면

평행사변형에서

$$2a + 2b = 1$$

$\angle AFB = 180^\circ - 155^\circ = 25^\circ$ 이고 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 엇각의 성질에 의하여 $h = 25^\circ$

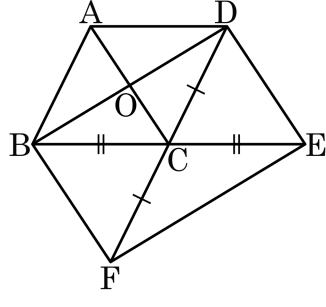
예 의하여 $b = 25^{\circ}$

$$a + b = 90$$

$\therefore a = 65^\circ$
 $\triangle ABE$ 에서 두 내각의 합은 이웃하지 않은 외각의 크기와 같으

므로 $a + 2b = \angle x$

18. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, DC 의 연장선 위에 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □ABCD를 제외한 사각형이 평행사변형이 되는 조건은 보기에서 모두 몇 개인가?



보기

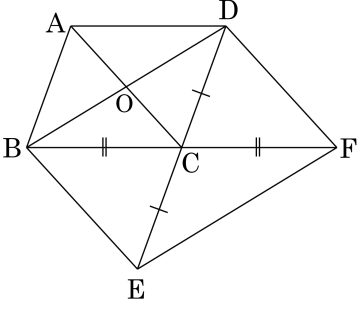
- ㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
- ㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
- ㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
- ㉤ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
- ㉥ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

평행사변형이 되는 조건은 □ABFC, □ACED가 평행사변형이 되는 조건 ㉠과 □BFED가 평행사변형이 되는 조건 ㉤로 2개이다.

19. $\square ABCD$ 는 평행사변형이고 $\overline{BC} = \overline{CF}$, $\overline{DC} = \overline{CE}$ 이다. $\triangle AOD$ 의 넓이가 5 cm^2 일 때, $\square BEFD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

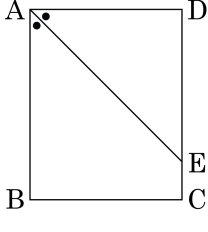
▷ 정답 : 40 cm^2

해설

$$\begin{aligned}\triangle AOD &= \frac{1}{4} \times \square ABCD \text{ 이므로} \\ \triangle BCD &= 2 \times \triangle AOD = 2 \times 5 = 10(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square BEFD &= 4 \times \triangle BCD \\ &= 4 \times 10 \\ &= 40(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

20. 다음과 같은 직사각형에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} : \overline{AD} = 5 : 4$ 일 때, $\triangle AED : \square ABCE$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2 : 3

해설

$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로 $\angle EAB = \angle AED$
따라서 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이다.

$\overline{AB} : \overline{AD} = 5 : 4$ 에서 $\overline{AB} = 5x$, $\overline{AD} = 4x$ 라하면

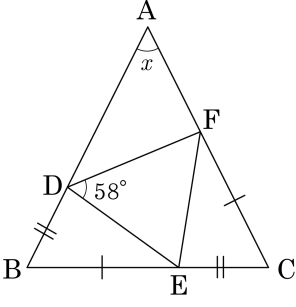
$\overline{DE} = 4x$, $\overline{EC} = x$

$$\triangle AED = \frac{1}{2} \times 4x \times 4x = 8x^2$$

$$\square ABCE = (5x + x) \times 4x \times \frac{1}{2} = 12x^2$$

$$\therefore \triangle AED : \square ABCE = 8x^2 : 12x^2 = 2 : 3$$

21. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD} = \overline{EC}$, $\overline{BE} = \overline{FC}$ 이다. $\angle EDF$ 의 크기가 58° 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

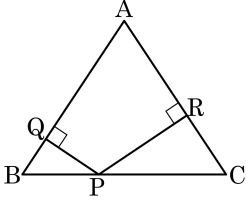
▷ 정답 : 52°

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle ABC = \angle ACB$, 또한 $\overline{BD} = \overline{EC}$, $\overline{BE} = \overline{FC}$
 $\therefore \triangle BDE \cong \triangle CEF$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{DE} = \overline{EF}$

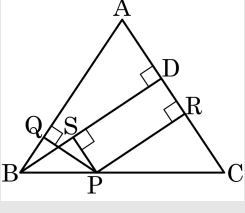
$\triangle EDF$ 가 이등변삼각형이므로
 $\angle DEF = 180^\circ - 58^\circ \times 2 = 64^\circ$
 $\angle BED = a$, $\angle CEF = b$ 라 하면
 $a + b = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$
 그런데 $\angle BDE = b$, $\angle EFC = a$ 이므로
 $\angle ABC = 180^\circ - (a + b)$
 $= 180^\circ - 116^\circ$
 $= 64^\circ = \angle ACB$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - (64^\circ + 64^\circ) = 52^\circ$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 밑변 BC 위의 한 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q , R 이라 한다. $\overline{PQ} = 3\text{cm}$, $\overline{PR} = 5\text{cm}$ 일 때, 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 이르는 거리는?



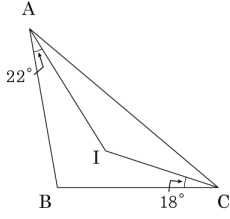
- ① 5cm ② 7cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설



B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D
 P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 S 라 하면
 $\angle BQP = \angle BSP \dots \textcircled{㉠}$
 $\overline{BP}$ 는 공통이다. $\dots \textcircled{㉡}$
 $\angle BPS = \angle C$
 $\therefore \angle QBP = \angle SPB \dots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 에 의하여
 $\triangle QBP \cong \triangle SPB$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{QP} = \overline{SB} \dots \textcircled{㉣}$
또, $\square SPRD$ 는 직사각형이므로
 $\overline{PR} = \overline{SD} \dots \textcircled{㉤}$
 $\textcircled{㉣}, \textcircled{㉤}$ 에서 $\overline{QP} + \overline{PR} = \overline{BS} + \overline{SD} = \overline{BD}$
 $\therefore BD = 3 + 5 = 8(\text{cm})$

23. 다음 $\triangle ABC$ 에서 점 I는 삼각형의 내심이다. $\angle BAI = 22^\circ$, $\angle BCI = 18^\circ$ 일 때, $\angle AIC : \angle ABC$ 를 간단한 정수비로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7 : 5

해설

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle BAI = \angle CAI = 22^\circ$, $\angle BCI = \angle ACI = 18^\circ$ 이다.
삼각형의 내각의 합은 180° 이므로 $\angle AIC = 180^\circ - 22^\circ - 18^\circ = 140^\circ$ 이다.

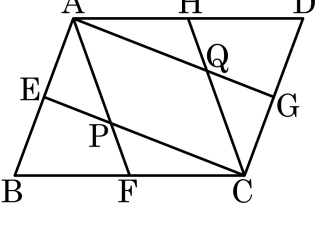
또, 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle AIC = 140^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ABC$

이므로

$\angle ABC = 100^\circ$ 이다.

$\therefore \angle AIC : \angle ABC = 140 : 100 = 14 : 10 = 7 : 5$

24. 다음은 평행사변형 ABCD의 각 변의 중점을 각각 E, F, G, H라 하고 AF와 CE의 교점을 P, AG와 CH의 교점을 Q라 할 때, □APCQ는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. ㄱ, ㄴ에 알맞은 것을 써 넣으면?



□AFCH에서
 $\overline{AH} \parallel \overline{FC}$, $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이므로
□AFCH는 평행사변형
 $\overline{AF} \parallel \overline{HC}$

ㄱ ... ㉠

□AECG에서
 $\overline{AE} \parallel \overline{GC}$, $\overline{AE} = \overline{GC}$ 이므로
□AECG는 평행사변형
 $\overline{AG} \parallel \overline{EC}$
즉,

ㄴ ... ㉡

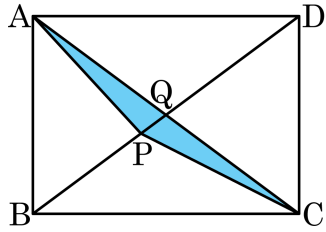
㉠, ㉡에 의하여 □APCQ는 평행사변형이다.

- ① ㄱ : $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, ㄴ : $\overline{AQ} = \overline{PC}$
- ② ㄱ : $\overline{AP} = \overline{QC}$, ㄴ : $\overline{AQ} = \overline{PC}$
- ③ ㄱ : $\overline{AE} = \overline{EB}$, ㄴ : $\overline{AD} \parallel \overline{CB}$
- ④ ㄱ : $\overline{AF} \parallel \overline{QC}$, ㄴ : $\overline{AQ} \parallel \overline{PC}$
- ⑤ ㄱ : $\overline{AF} = \overline{CH}$, ㄴ : $\overline{AH} \parallel \overline{FC}$

해설

$\overline{AF} \parallel \overline{HC}$ 이므로 $\overline{AF} \parallel \overline{QC}$ 이고, $\overline{AG} \parallel \overline{EC}$ 이므로 $\overline{AQ} \parallel \overline{PC}$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있다. 대각선 AC 를 긋고 점 P 에서 각 꼭짓점을 연결하면 $\triangle PCD$, $\triangle BCP$ 의 넓이는 각각 10cm^2 , 6cm^2 가 된다. 이 때, $\triangle PAC$ 의 넓이를 구하여라.

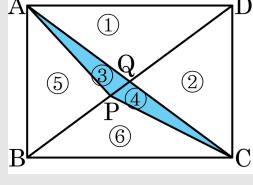


▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 4 cm^2

해설

$\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle ACD = \triangle APD + \triangle BPC$ 이므로
각각의 넓이를 다음과 같이 나타낼 때,



$\textcircled{1} + \textcircled{2} = \textcircled{1} + \textcircled{3} + \textcircled{6}$ 에서
 $\textcircled{2} = \textcircled{3} + \textcircled{6}$ 이다.
 $\textcircled{2} = \triangle DPC - \textcircled{4}$ 라 하면
 $\triangle DPC - \textcircled{4} = \textcircled{3} + \textcircled{6}$ 이므로
 $\textcircled{3} + \textcircled{4} = \triangle DPC - \textcircled{6} = 10 - 6 = 4 \text{ (cm}^2\text{)}$