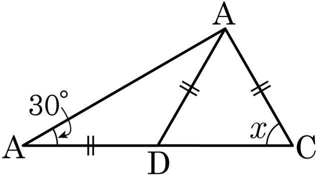
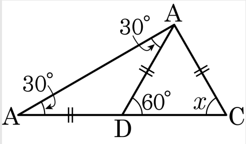
1. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 바르게 구한 것은?



① 30° ② 45° ③ 50° ④ 60° ⑤ 65°

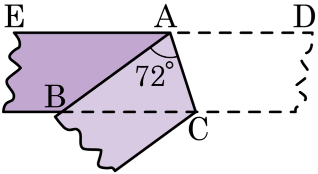
해설



$\angle ADC = 60°$ 이므로 $\triangle DAC$ 에서

$\angle x = (180° - 60°) \div 2 = 60°$

2. 폭이 일정한 종이테이프를 다음 그림과 같이 접었다. $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.



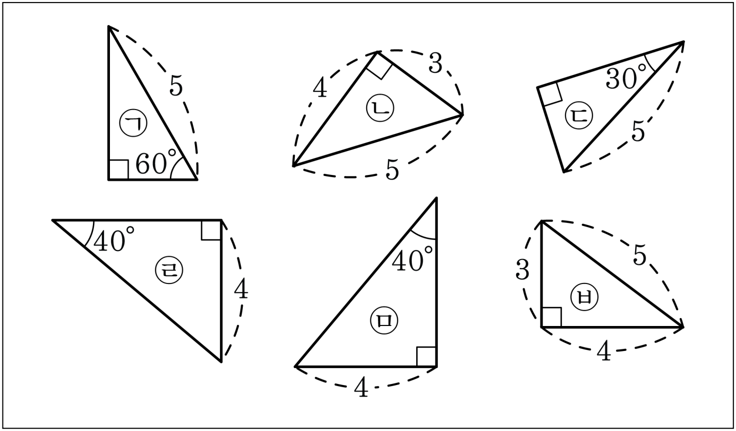
▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

종이를 접었으므로 $\angle BAC = \angle DAC$ 이다. $\angle DAC = \angle BCA$ (엇각) 이다.
따라서 $\angle BAC = \angle ACB$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

3. 다음 직각삼각형 중에서 서로 합동인 것끼리 짝지은 것이 아닌 것을 모두 고르면?



① ㉠과 ㉡ ② ㉠과 ㉢ ③ ㉡과 ㉤

④ ㉡과 ㉥ ⑤ ㉣과 ㉤

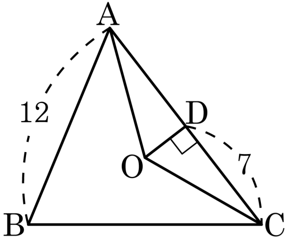
해설

㉠과 ㉢ : 빗변의 길이가 5 로 같고, 대각의 크기가 $30°$,$60°$ 로 같으므로 RHA 합동이다.

㉡과 ㉥ : 빗변의 길이가 5 로 같고, 나머지 한 대변의 길이가 3 으로 같으므로 RHS 합동이다.

㉣과 ㉤ : 대응각의 크기가 $40°$, $90°$ 로 같고 한 대변의 길이가 4 로 같으므로 ASA 합동이다.

4. 다음 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이다. 점 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 D라 할 때, $\overline{AD}$의 길이는?

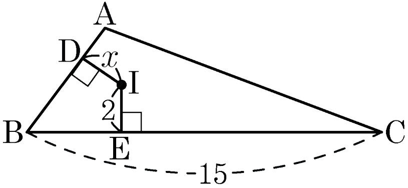


① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

외심에서 각 변에 내린 수선의 발은 각 변을 수직이등분하므로
$\overline{AD} = \overline{CD}$이다.
따라서 $\overline{AD} = 7$이다.

5. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, x의 값을 구하여라.



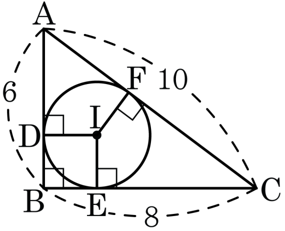
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = \overline{IE} = 2$이다.

6. 다음 그림에서 원 I 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 각각 접점이다. 이 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는? (단, $\overline{\mathrm{AB}} = 6$, $\overline{\mathrm{BC}} = 8$, $\overline{\mathrm{AC}} = 10$)



① 1 ② 1.5 ③ 2 ④ 2.5 ⑤ 3

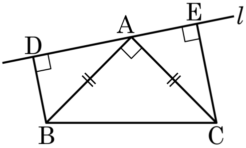
해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle\mathrm{ABI} + \triangle\mathrm{BCI} + \triangle\mathrm{ACI} = \dfrac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$,

$\dfrac{1}{2} \times (6+8+10) \times r = 24 \therefore r = 2$

7. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 90°$ 이다. $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는 ?



① 20cm^2 ② 24cm^2 ③ 26cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 50cm^2

해설

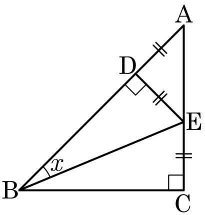
$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{EA} = 4\text{cm}$, $\overline{DA} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이다.

$\square DBCE$ 의 넓이$= \dfrac{(4+6)\times 10}{2} = 50(\text{cm}^2)$ 이므로

$\triangle ABC = \square DBCE - \triangle ADB - \triangle CEA$

$= 50 - 12 - 12 = 26(\text{cm}^2)$

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 22° ② 22.5° ③ 23°

④ 23.5° ⑤ 25°

해설

$\triangle$DBE 와 $\triangle$CBE 에 대하여

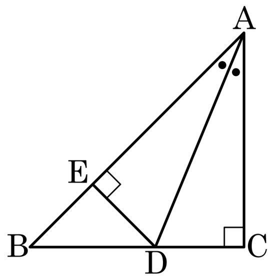
$\angle BDE = \angle BCE = 90°$, $\overline{DE} = \overline{CE}$,

$\overline{BE}$ 는 공통, $\triangle DBE \equiv \triangle CBE$ (RHS 합동)

$\angle DBE = \angle CBE$ 이고 $\angle DBE + \angle CBE = \angle ABC = 45°$ 이므로

$\therefore \angle x = \angle DBE = 22.5°$

9. $\overline{AC}=\overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형에 꼭짓점 A 의 이등분선이 밑변 BC 와 만나는 점을 D , D 에서 빗변AB 에 수선을 그어 만나는 점을 E 라 할 때, 다음 중 올바른 것을 모두 고르면?



① $\overline{BD}=\overline{CD}$

② $\triangle ADC \equiv \triangle ADE$

③ $\overline{AC}+\overline{CD}=\overline{AB}$

④ $\angle ADE = 67.5°$

⑤ 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 내심

해설

$\triangle AED \equiv \triangle ACD$(RHA합동)

$\triangle EBD$ 는 이등변 삼각형이므로

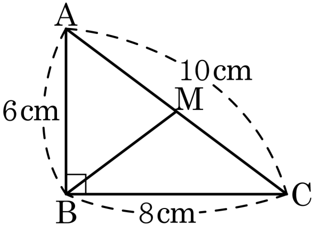
$\overline{EB}=\overline{ED}$ 이고 $\triangle AED \equiv \triangle ACD$(RHA합동) 이므로 $\overline{CD}=\overline{ED}$

따라서 $\overline{EB}=\overline{ED}=\overline{CD}$ 이다.

$\therefore \angle ADE = 180° - (90° + 22.5°) = 67.5°$

③ $\overline{AC}+\overline{CD}=\overline{AE}+\overline{EB}=\overline{AB}$

10. 다음 그림은 $\angle B$가 직각인 삼각형이다. 점 M이 $\triangle ABC$의 외심이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$일 때, $\triangle MBC$의 넓이는?



① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 13cm^2

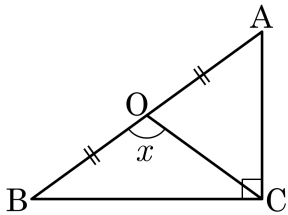
④ 15cm^2 ⑤ 16cm^2

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심이므로 $\overline{MB}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분한다.

$\therefore \triangle MBC = \left(6 \times 8 \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림에서 점 O 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 105°　② 106°　③ 107°　④ 108°　⑤ 109°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이 되므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 이므로

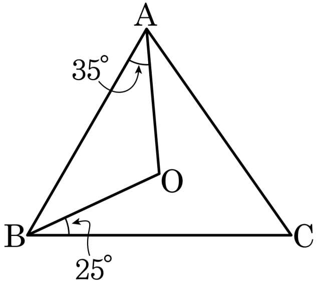
$\angle OCB = \dfrac{2}{2+3} \times 90° = \dfrac{2}{5} \times 90° = 36°$

$\angle OCA = \dfrac{3}{2+3} \times 90° = \dfrac{3}{5} \times 90° = 54°$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because$ $\overline{OB} = \overline{OC}$) $\angle OBC = \angle OCB = 36°$ 이고

삼각형 내각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle BOC = 180° - 36° - 36° = 108°$

12. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle OAB = 35°$, $\angle OBC = 25°$일 때, $\angle C$의 크기는?



① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\angle C = \angle x$라 할 때, $\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle OCB$

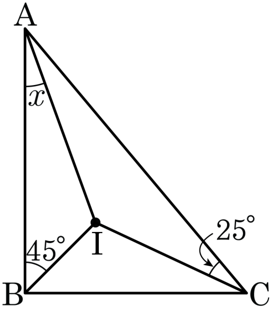
따라서 $\angle x = 25° + \angle OCA$,

$\angle OAC + 35° + 25° = 90°$

$\angle OAC = \angle OCA = 30°$

$\therefore \angle x = 55°$

13. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x = (\qquad)^\circ$ 이다. $(\qquad)$ 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

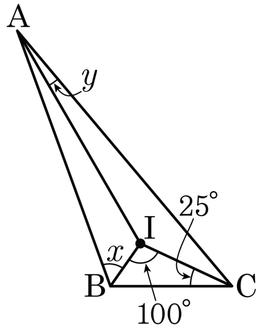
해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle x + 45^\circ + 25^\circ = 90^\circ$

$\therefore \angle x = 20^\circ$

14. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle$ABC의 내심일 때, $\angle x + \angle y = ($　　　　$)°$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$\angle$BIC $= 100°$, $\angle$BCI $= 25°$이므로 삼각형 내각의 합은 $180°$임을 이용하면

$\angle$IBC $= 180° - 100° - 25° = 55°$이다.

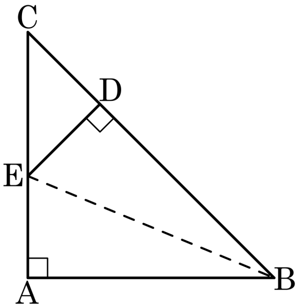
점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle x° = \angle$IBC $= 55°$이다.

또, $\angle$BIC $= 100°$, 점 I 가 $\triangle$ABC의 내심일 때, $\angle$BIC $= 90° + \dfrac{1}{2}\angle$A이므로

$\angle A = 20°$, $y = \dfrac{1}{2}\angle A = \dfrac{1}{2} \times 20° = 10°$이다.

$\therefore\ \angle x + \angle y = 55° + 10° = 65°$이다.

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{ED} = \overline{DC}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$

② $\angle DBE = \angle ABE$

③ $\overline{AE} = \overline{EC}$

④ $\overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$

⑤ $\angle DEC = \angle DCE$

해설

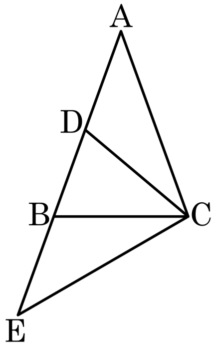
① $\triangle ABE$와 $\triangle DBE$는
$\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{BE}$는 공통, $\angle BAE = \angle BDE = 90°$
$\therefore\ \triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS 합동)

② $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$이므로 $\angle DBE = \angle ABE$ 이다.

④ $\triangle CDE$는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{DC}$
또 $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS합동)이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$
$\therefore \overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$

⑤ $\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle C = 45°$
$\triangle CDE$에서 $\angle DEC = 180° - (90° + 45°) = 45°$
$\therefore\ \angle DEC = \angle DCE$

16. 다음 그림에서 삼각형 ABC, ECD, CBD 는 $\angle\mathrm{ABC} = \angle\mathrm{ACB}, \angle\mathrm{ECD} = \angle\mathrm{EDC}, \angle\mathrm{CBD} = \angle\mathrm{CDB}$ 인 이등변삼각형이고, $\angle\mathrm{ACE} = 100°$ 일 때, $\angle\mathrm{BCD}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 40 °

해설

$\angle\mathrm{BCD} = \angle x, \angle\mathrm{ACD} = \angle y$ 라 하면

$\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\angle\mathrm{ABC} = \angle x + \angle y$

$\triangle\mathrm{CBD}$ 에서 $\angle\mathrm{CDB} = \angle x + \angle y$

$\triangle\mathrm{ECD}$ 에서 $\angle\mathrm{ECD} = \angle x + \angle y$ 이므로

$\angle\mathrm{ECB} = \angle y$

$\angle\mathrm{ACE} = 100°$ 이므로

$\angle x + 2\angle y = 100° \cdots$ ㉠

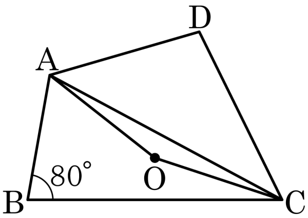
$\triangle\mathrm{CBD}$ 에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로

$3\angle x + 2\angle y = 180° \cdots$ ㉡

㉠, ㉡를 연립하면 $\angle x = 40°,\ \angle y = 30°$

$\therefore\ \angle x = \angle\mathrm{BCD} = 40°$

17. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기는?



① $20°$ ② $40°$ ③ $60°$ ④ $80°$ ⑤ $100°$

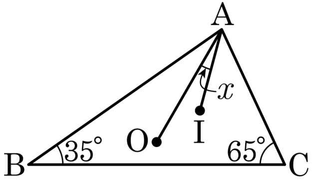
해설

$\angle AOC = 2 \times 80° = 160°$이므로

$\angle ADC = \dfrac{1}{2}(360° - 160°) = 100°$

$\therefore \angle D = 100°$

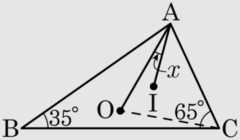
18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35°$, $\angle C = 65°$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 10°　　② 12°　　③ 15°　　④ 18°　　⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,

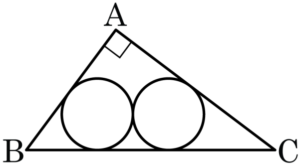


i) $\angle B = 35°$ 이므로 $\angle AOC = 70°$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ $\therefore \angle OAC = 55°$

ii) $\angle A = 180° - (35° + 65°) = 80°$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

$\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55° - 40° = 15°$ $\therefore$ $\angle x = 15°$

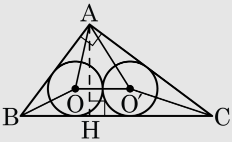
19. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 8$, $\overline{BC} = 10$ 인 직각삼각형 ABC 에 반지름의 길이가 같은 두 원이 내접해 있다. 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{7}$

해설



두 원을 O, O′ 라 하고 반지름의 길이를 r 이라 하고, 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{AH}$$

$$\therefore \ \overline{AH} = \frac{24}{5} = 4.8$$

$$\triangle ABC = \triangle ABO + \triangle ACO' + \square OBCO' + \triangle AOO'$$

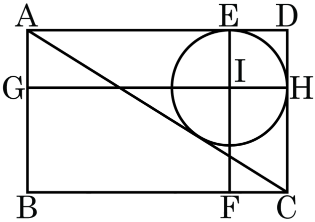
$$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 6r + \frac{1}{2} \times 8r + \frac{1}{2}(10 + 2r) \times r + \frac{1}{2} \times 2r \times (4.8 - r)$$

$$48 = 6r + 8r + 10r + 2r^2 + 9.6r - 2r^2$$

$$48 = 33.6r$$

$$\therefore \ r = \frac{10}{7}$$

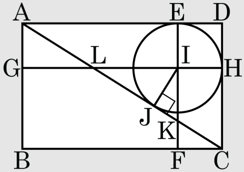
20. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 8$ 이다. $\triangle ACD$ 의 내심 I 를 지나고 변 AB, BC 에 평행한 직선을 그어 □ABCD 의 네 변과 만나는 점을 각각 E, F, G, H 라 할 때, □GBFI 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설



점 I 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선을 발을 J 라 하고 $\overline{AC}$ 와 $\overline{EF}$, $\overline{GH}$ 와의 교점을 K, L 이라고 한다.

$\triangle CFK$ 와 $\triangle IJK$ 에서

$\angle CFK = \angle IJK = 90°$

$\angle CKF = \angle IKJ$ (맞꼭지각)

$\overline{CF} = \overline{HI} = \overline{IJ}$

$\triangle CFK \equiv \triangle IJK$ (ASA 합동)

같은 방법으로 $\triangle AGL \equiv \triangle IJL$

$\therefore$ □GBFI $= \triangle ABC = \frac{1}{2}$□ABCD $= \frac{1}{2} \times 5 \times 8 = 20$