

1. 원 $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 12 = 0$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ 과 겹칠 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 25

② 32

③ 34

④ 41

⑤ 50

해설

$x^2 + y^2 + 4x + 6y + 12 = 0$ 에서
 $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 1 \cdots \textcircled{㉠}$
 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ 에서
 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1 \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
 $(x - a + 2)^2 + (y - b + 3)^2 = 1$
이 원이 $\textcircled{㉡}$ 과 겹치므로
 $-a + 2 = -1, -b + 3 = -2$
 $\therefore a = 3, b = 5$
 $\therefore a^2 + b^2 = 34$

2. 좌표평면에서 점 $(3, -1)$ 을 점 $(1, 2)$ 로 옮기는 평행이동에 의해 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 은 원 $x^2 + y^2 = 1$ 로 옮겨진다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

점 $(3, -1)$ 을 점 $(1, 2)$ 로 옮기는 평행이동은 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 에서

x 대신에 $x + 2$ 를, y 대신에 $y - 3$ 을 대입하면

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + a(x + 2) + b(y - 3) + c = 0$$

정리하면

$$x^2 + y^2 + (a + 4)x + (b - 6)y + 2a - 3b + c + 13 = 0$$

이 식과 $x^2 + y^2 = 1$ 이 일치하므로

$$a + 4 = 0, b - 6 = 0, 2a - 3b + c + 13 = -1$$

$$\therefore a = -4, b = 6, c = 12$$

$$\therefore a + b + c = 14$$

해설

원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼,

y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 1$$

전개하면 $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$

$$\therefore a = -4, b = 6, c = 12$$

3. 좌표평면 위의 점 P 를 y 축에 대하여 대칭이동 하고 x 축 방향으로 2 , y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 하였더니 원래의 점 P 가 되었다. 점 P 의 좌표는?

- ① $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ② $\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ③ $\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{3}\right)$
 ④ $\left(\frac{7}{2}, -\frac{1}{3}\right)$ ⑤ $\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$

해설

$P = (x, y)$ 라 하면,

$$(x, y) \xrightarrow{y\text{축 대칭}}$$

$$(-x, y) \xrightarrow{x\text{축으로 2, } y\text{축으로 3만큼 평행이동}}$$

$$(-x + 2, y + 3) \xrightarrow{y=x\text{에 대칭}} (y + 3, -x + 2)$$

$$\Rightarrow (y + 3, -x + 2) = (x, y)$$

$$\Rightarrow x = y + 3, \quad y = -x + 2$$

$$\text{두 식을 연립하면, } x = \frac{5}{2}, \quad y = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore P \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2} \right)$$

4. 다음은 갑, 을, 병, 정 네 사람이 도형의 이동에 대하여 말한 것이다. 올바르게 말한 사람은?

갑: 점 (x, y) 를 점 $(x-a, y-b)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형은 $f(x+a, y+b) = 0$ 이 나타내는 도형으로 이동 한다.
을: 점 (x, y) 를 점 $(x-2, y+1)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(2, -1)$ 은 점 $(0, 0)$ 으로 이동한다.
병: 점 (x, y) 를 점 $(-x, -y)$ 로 옮기는 대칭이동에 의하여 $y = f(x)$ 이 나타내는 도형은 $y = -f(-x)$ 이 나타내는 도형으로 이동한다.
정: 점 (x, y) 를 점 (y, x) 로 옮기는 대칭이동에 의하여 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형은 $f(y, x) = 0$ 이 나타내는 도형으로 이동한다.

- ① 갑, 을, 병
- ② 갑, 을, 정
- ③ 갑, 병, 정
- ④ 을, 병, 정
- ⑤ 갑, 을, 병, 정

해설

갑, 을, 정 : 참
병 : $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$: 원점 대칭
 $\therefore y = f(x) \rightarrow -y = f(-x)$: 거짓

5. 직선 $y = 2x + a$ 를 x 축으로 2 만큼, y 축으로 1 만큼 평행이동하면 $x^2 + y^2 = 5$ 와 접한다고 한다. 이 때, 양수 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 5 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$f(x : y) \rightarrow (x + 2, y + 1)$$

$$y = 2x + a \xrightarrow{f} (y - 1) = 2 \cdot (x - 2) + a$$

$$y = 2x - 4 + a + 1 = 2x + a - 3$$

직선 $2x - y + (a - 3) = 0$ 과 $(0, 0)$ 과의 거리가 $\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{|a - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5}, |a - 3| = 5$$

$$a - 3 = \pm 5, a = 3 \pm 5$$

$$\therefore a = 8 \quad (\because a > 0)$$

6. 직선 $y = \frac{3}{2}x - 3$ 을 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동한 직선은 네 점 P(1, 3), Q(3, 0), R(5, 3), S(3, 6)을 꼭짓점으로 하는 마름모 PQRS의 넓이를 이등분한다. 이 때, a, b 사이의 관계식은?
- ① $a + b + 1 = 0$ ② $2a - 3b + 3 = 0$
 ③ $3a - b + 3 = 0$ ④ $2a - 2b + 1 = 0$
 ⑤ $3a - 2b + 3 = 0$

해설

직선 $y = \frac{3}{2}x - 3$ 을
 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 직선은

$$y - b = \frac{3}{2}(x - a) - 3 \cdots \textcircled{1}$$

직선 ①이 마름모 PQRS의 넓이를
 이등분하려면 대각선
 $\overline{PR}$ 와 $\overline{QS}$ 의 교점인 $\overline{PR}$ 의 중점을 지나야 한다.

이 때, $\overline{PR}$ 의 중점을 M이라 하면 M의 좌표는 $\left(\frac{1+5}{2}, \frac{3+3}{2}\right) =$
 (3, 3)
 직선 ①이 점 (3, 3)을 지나므로

$$3 - b = \frac{3}{2}(3 - a) - 3, \quad 6 - 2b = 3(3 - a) - 6$$

$$\therefore 3a - 2b + 3 = 0$$

7. 좌표평면에서 한 점 $A(-1, 3)$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 후 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 점 A 와 일치하였다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -16

해설

점 $A(-1, 3)$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $(-1 + a, 3 + b)$ 가 되고 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면 $(3 + b, -1 + a)$ 가 된다.

$$(3 + b, -1 + a) = (-1, 3)$$

$$3 + b = -1, -1 + a = 3$$

$$a = 4, b = -4$$

$$\therefore ab = -16$$

8. 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 하였더니, 원 $(x - 1)^2 + (y - a)^2 = 1$ 의 넓이를 이등분하였다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow x - 2y - 3 = 0$ (x 축 대칭이동)
 $\Rightarrow y - 2x - 3 = 0$ ($y = x$ 대칭이동)
원의 넓이를 이등분하려면, 원의 중심이 직선 위에 있으면 된다.
따라서 중심의 좌표를 직선에 대입한다.
 $\therefore a - 2 - 3 = 0 \quad \therefore a = 5$

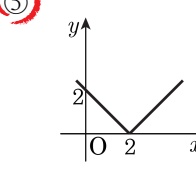
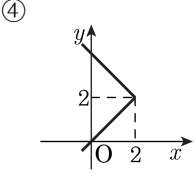
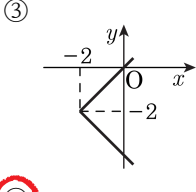
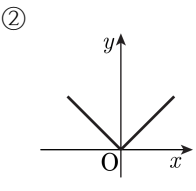
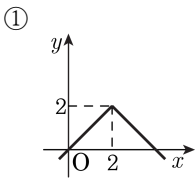
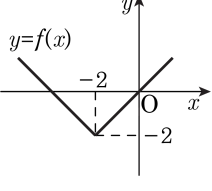
9. 직선 $y = kx + 1$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면 원 $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$ 의 넓이를 이등분한다고 할 때 k 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

먼저 $y = kx + 1$ 를 x 축 대칭시킨 직선은
 $y = -kx - 1 \cdots \textcircled{1}$
이제 원의 방정식을 정리하면,
 $(x + 3) + (y - 2)^2 = 4$
직선이 원의 넓이를
이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.
중심이 $(-3, 2)$ 이므로 $\textcircled{1}$ 에 대입하면,
 $2 = 3k - 1 \Rightarrow k = 1$

10. 다음 그림은 함수의 그래프이다. 다음 중 $y = f(-x) + 2$ 의 그래프를 나타낸 것은?



해설

$y = f(-x) + 2$ 의 그래프는 주어진 그래프를 y 축에 대칭시킨 후 y 축으로 2만큼 평행 이동 한 것이다.