

1. 원 $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 12 = 0$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ 과 겹칠 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 25

② 32

③ 34

④ 41

⑤ 50

해설

$x^2 + y^2 + 4x + 6y + 12 = 0$ 에서

$$(x+2)^2 + (y+3)^2 = 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ 에서

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠을 x 축의 방향으로 a 만큼,

y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$(x-a+2)^2 + (y-b+3)^2 = 1$$

이 원이 ㉡과 겹쳐지므로

$$-a+2 = -1, -b+3 = -2$$

$$\therefore a = 3, b = 5$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 34$$

2. 좌표평면에서 점 $(3, -1)$ 을 점 $(1, 2)$ 로 옮기는 평행이동에 의해 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 은 원 $x^2 + y^2 = 1$ 로 옮겨진다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

점 $(3, -1)$ 을 점 $(1, 2)$ 로 옮기는 평행이동은 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 에서

x 대신에 $x + 2$ 를, y 대신에 $y - 3$ 을 대입하면

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + a(x + 2) + b(y - 3) + c = 0$$

정리하면

$$x^2 + y^2 + (a + 4)x + (b - 6)y + 2a - 3b + c + 13 = 0$$

이 식과 $x^2 + y^2 = 1$ 이 일치하므로

$$a + 4 = 0, b - 6 = 0, 2a - 3b + c + 13 = -1$$

$$\therefore a = -4, b = 6, c = 12$$

$$\therefore a + b + c = 14$$

해설

원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 1$$

$$\text{전개하면 } x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$$

$$\therefore a = -4, b = 6, c = 12$$

3. 좌표평면 위의 점 P 를 y 축에 대하여 대칭이동 하고 x 축 방향으로 2, y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 하였더니 원래의 점 P 가 되었다. 점 P 의 좌표는?

① $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

② $\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$

③ $\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{3}\right)$

④ $\left(\frac{7}{2}, -\frac{1}{3}\right)$

⑤ $\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$

해설

$P = (x, y)$ 라 하면,

$$(x, y) \xrightarrow{y\text{축 대칭}}$$

$$(-x, y) \xrightarrow{x\text{축으로 2, } y\text{축으로 3만큼 평행이동}}$$

$$(-x + 2, y + 3) \xrightarrow{y=x\text{에 대칭}} (y + 3, -x + 2)$$

$$\Rightarrow (y + 3, -x + 2) = (x, y)$$

$$\Rightarrow x = y + 3, \quad y = -x + 2$$

$$\text{두 식을 연립하면, } x = \frac{5}{2}, \quad y = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore P\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

4. 다음은 갑, 을, 병, 정 네 사람이 도형의 이동에 대하여 말한 것이다.
올바르게 말한 사람은?

갑: 점 (x, y) 를 점 $(x-a, y-b)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여
 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형은 $f(x+a, y+b) = 0$ 이
나타내는 도형으로 이동 한다.

을: 점 (x, y) 를 점 $(x-2, y+1)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여
점 $(2, -1)$ 은 점 $(0, 0)$ 으로 이동한다.

병: 점 (x, y) 를 점 $(-x, -y)$ 로 옮기는 대칭이동에 의하여 $y =$
 $f(x)$ 이 나타내는 도형은 $y = -f(-x)$ 이 나타내는 도형으
로 이동한다.

정: 점 (x, y) 를 점 (y, x) 로 옮기는 대칭이동에 의하여 $f(x, y) =$
 0 이 나타내는 도형은 $f(y, x) = 0$ 이 나타내는 도형으로
이동한다.

① 갑, 을, 병

② 갑, 을, 정

③ 갑, 병, 정

④ 을, 병, 정

⑤ 갑, 을, 병, 정

해설

갑, 을, 정 : 참

병 : $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$: 원점 대칭

$\therefore y = f(x) \rightarrow -y = f(-x)$: 거짓

5. 직선 $y = 2x + a$ 를 x 축으로 2 만큼, y 축으로 1 만큼 평행이동하면 $x^2 + y^2 = 5$ 와 접한다고 한다. 이 때, 양수 a 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 5

④ 8

⑤ 10

해설

$$f(x : y) \rightarrow (x + 2, y + 1)$$

$$y = 2x + a \xrightarrow{f} (y - 1) = 2 \cdot (x - 2) + a$$

$$y = 2x - 4 + a + 1 = 2x + a - 3$$

직선 $2x - y + (a - 3) = 0$ 과 $(0, 0)$ 과의 거리가 $\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{|a - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5}, |a - 3| = 5$$

$$a - 3 = \pm 5, a = 3 \pm 5$$

$$\therefore a = 8 \quad (\because a > 0)$$

6. 직선 $y = \frac{3}{2}x - 3$ 을 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동한 직선은 네 점 $P(1, 3)$, $Q(3, 0)$, $R(5, 3)$, $S(3, 6)$ 을 꼭짓점으로 하는 마름모 PQRS의 넓이를 이등분한다. 이 때, a, b 사이의 관계식은?

① $a + b + 1 = 0$

② $2a - 3b + 3 = 0$

③ $3a - b + 3 = 0$

④ $2a - 2b + 1 = 0$

⑤ $3a - 2b + 3 = 0$

해설

직선 $y = \frac{3}{2}x - 3$ 을

x 축의 방향으로 a 만큼,

y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 직선은

$$y - b = \frac{3}{2}(x - a) - 3 \cdots \textcircled{1}$$

직선 $\textcircled{1}$ 이 마름모 PQRS의 넓이를

이등분하려면 대각선

$\overline{PR}$ 와 $\overline{QS}$ 의 교점인 $\overline{PR}$ 의 중점을 지나야 한다.

이 때, $\overline{PR}$ 의 중점을 M이라 하면 M의 좌표는 $\left(\frac{1+5}{2}, \frac{3+3}{2}\right) =$

$(3, 3)$

직선 $\textcircled{1}$ 이 점 $(3, 3)$ 을 지나므로

$$3 - b = \frac{3}{2}(3 - a) - 3, \quad 6 - 2b = 3(3 - a) - 6$$

$$\therefore 3a - 2b + 3 = 0$$

7. 좌표평면에서 한 점 $A(-1, 3)$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 후 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 점 A 와 일치하였다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -16

해설

점 $A(-1, 3)$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $(-1 + a, 3 + b)$ 가 되고 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면 $(3 + b, -1 + a)$ 가 된다.

$$(3 + b, -1 + a) = (-1, 3)$$

$$3 + b = -1, -1 + a = 3$$

$$a = 4, b = -4$$

$$\therefore ab = -16$$

8. 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 하였더니, 원 $(x - 1)^2 + (y - a)^2 = 1$ 의 넓이를 이등분하였다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$$x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow x - 2y - 3 = 0 (x \text{ 축 대칭이동})$$

$$\Rightarrow y - 2x - 3 = 0 (y = x \text{ 대칭이동})$$

원의 넓이를 이등분하려면, 원의 중심이 직선 위에 있으면 된다.
따라서 중심의 좌표를 직선에 대입한다.

$$\therefore a - 2 - 3 = 0 \quad \therefore a = 5$$

9. 직선 $y = kx + 1$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면 원 $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$ 의 넓이를 이등분한다고 할 때 k 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

먼저 $y = kx + 1$ 를 x 축 대칭시킨 직선은

$$y = -kx - 1 \cdots \textcircled{7}$$

이제 원의 방정식을 정리하면,

$$(x + 3) + (y - 2)^2 = 4$$

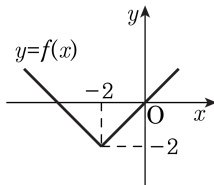
직선이 원의 넓이를

이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.

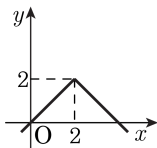
중심이 $(-3, 2)$ 이므로 $\textcircled{7}$ 에 대입하면,

$$2 = 3k - 1 \Rightarrow k = 1$$

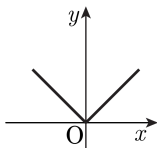
10. 다음 그림은 함수의 그래프이다. 다음 중 $y = f(-x) + 2$ 의 그래프를 나타낸 것은?



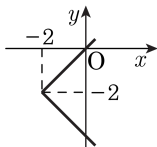
①



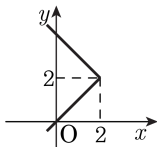
②



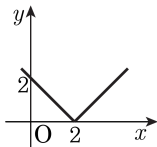
③



④



⑤



해설

$y = f(-x) + 2$ 의 그래프는 주어진 그래프를 y 축에 대칭시킨 후 y 축으로 2 만큼 평행 이동 한 것이다.