

1. 점 A 를 직선 $l : y = 2x + 3$ 에 대하여 대칭이동을 한 점을 점 B 라고 할 때, 다음 설명 중 틀린 것은?
- ① 점 A 와 점 B 의 중점은 직선 l 을 지난다.
 - ② \overline{AB} 와 직선 l 은 직교한다.
 - ③ 점 A 를 지나는 임의의 직선 m 을 l 에 대하여 대칭이동을 하여 생기는 직선은 반드시 점 B 를 지난다.
 - ④ 점 A 를 지나는 직선 m 을 직선 l 에 대하여 대칭이동을 하여 생긴 직선을 m' 라고 할 때, m 과 m' 의 기울기가 같은 직선 m 은 오직 하나 뿐이다.
 - ⑤ 점 B 를 직선 l 에 대하여 대칭이동을 한 점은 A 이다.

해설

점 A 를 지나는 직선 m 을 직선 l 에 대칭이동을 하여 생긴 직선을 m' 라고 할 때, m 과 m' 의 기울기가 같은 직선 m 은 직선 l 과 평행한 경우와 수직인 경우 2가지이다.

2. 직선 $y = 2x - 1$ 에 대하여 점 $(3, 0)$ 의 대칭인 점의 좌표를 (a, b) 라 하면 $b - a$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

구하려는 점을 (a, b) 라 하면, $(3, 0)$ 과 (a, b) 의 중점은 $y = 2x - 1$ 위를 지나고, 두 점을 이은 직선과 $y = 2x - 1$ 은 수직이다.

따라서 중점인 $\left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+0}{2}\right)$ 을

$$y = 2x - 1 \text{에 대입하면 } 2a - b = -4 \cdots \text{①}$$

$y = 2x - 1$ 의 기울기가 2이므로 두 점을 지나는 기울기는

$$\frac{b-0}{a-3} = -\frac{1}{2}, a + 2b = 3 \cdots \text{②}$$

따라서 ①, ②를 연립하면 $a = -1, b = 2$

3. 점 A(2, 3) 을 직선 $y = x - 1$ 에 의해 대칭 이동한 점의 좌표는?

① (3, -2)

② (3, 2)

③ (1, 4)

④ (4, 2)

⑤ (4, 1)

해설

대칭이동 된 점의 좌표를 $A' = (X, Y)$ 라 하면,
 $\overline{AA'}$ 은 $y = x - 1$ 에 수직하고 AA' 의 중점은 $y = x - 1$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{Y-3}{X-2} = -1, \frac{Y+3}{2} = \frac{X+2}{2} - 1$$

두 식을 연립하면, $X = 4, Y = 1$

$\therefore A' = (4, 1)$

4. $x < 0$ 일 때, $x + \frac{3}{x}$ 의 최댓값은?

① $-2\sqrt{3}$

② $-\sqrt{3}$

③ 0

④ $\sqrt{3}$

⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$x = -a(a > 0)$ 이라고 하면

$$x + \frac{3}{x} = -a - \frac{3}{a} = -\left(a + \frac{3}{a}\right) \leq -2\sqrt{3}$$

$$\left(\because a + \frac{3}{a} \geq 2\sqrt{a \times \frac{3}{a}}\right)$$

5. $x > 0, y > 0, xy = \frac{9}{2}$ 일 때 $5x + 10y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$5x + 10y \geq 2\sqrt{50xy}$$

$$\begin{aligned} \text{그런데 } 2\sqrt{50xy} &= 2\sqrt{50 \times \frac{9}{2}} \\ &= 2\sqrt{25 \times 9} = 2 \times 15 = 30 \end{aligned}$$

따라서 구하는 최솟값은 30

6. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(3x + \frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x} + 12y\right)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 27

해설

$x > 0, y > 0$ 이므로

$$\begin{aligned}\left(3x + \frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x} + 12y\right) &= 3 + 36xy + \frac{1}{xy} + 12 \\ &= 15 + 36xy + \frac{1}{xy} \geq 2 \cdot \sqrt{36 \frac{1}{xy} \cdot xy} + 15 = 27\end{aligned}$$