**1.** 다음은 어느 가게에서 월요일부터 일요일까지 매일 판매된 우유의 개수를 나타낸 것이다. 하루 동안 판매된 우유 개수의 중앙값이 30, 최빈값이 38 일 때, 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합을 구하여라.

| 요일 | 월 | 화 | 수 | 목 | 금 | 토 | 일 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 우유의 개수 | 24 | $y$ | 14 | 28 | $x$ | 38 | 31 |

▶ 답 :

▷ 정답 : 68

해설

최빈값이 38 이므로 $x = 38$ 또는 $y = 38$ 이다.
$x = 38$ 이라고 하면 14, 24, 28, 31, 38, 38, $y$ 에서 중앙값이 30 이므로 $y = 30$ 이다.
따라서 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합은
$30 + 38 = 68$ 이다.

**2.** 다음 표는 종국이네 학급 학생 25 명의 미술 실기 점수를 조사하여 나타낸 표이다. 평균 점수를 구하여라.

| 점수(점) | 학생 수(명) |
|---|---|
| 3 | 1 |
| 4 | 1 |
| 5 | 3 |
| 6 | 5 |
| 7 | 4 |
| 8 | 6 |
| 9 | 3 |
| 10 | 2 |
| 계 | 25 |

▶ 답 : _____ 점

▷ 정답 : 7 점

해설

$$\frac{3\times1+4\times1+5\times3+6\times5}{25}$$
$$+\frac{7\times4+8\times6+9\times3+10\times2}{25}$$
$$=7$$

**3.** 영희가 4회에 걸쳐 치른 음악 실기시험 성적은 15점, 18점, 17점, $x$점이고, 최빈값은 18점이다. 5회의 음악 실기 시험 성적이 높아서 5회까지의 평균이 4회 까지의 평균보다 1점 올랐다면 5회의 성적은 몇 점인지 구하여라.

▶ 답: _____ 점

▷ 정답: 22점

해설

최빈값이 18점이므로 $x = 18$(점)이다.
4회까지의 평균은
$\frac{15+18+17+18}{4} = \frac{68}{4} = 17$(점)이다.
5회까지의 평균은 $17 + 1 = 18$(점)이고 5회 성적을 $y$점이라 하면
$\frac{15+18+17+18+y}{5} = 18$(점)이다.
$68 + y = 90$
$\therefore y = 22$(점)

**4.** 다음은 지영이네 반 25명이 체육시간에 던지기 기록을 측정한 것이다. 평균을 구하면?

| 계급(m) | 도수(명) |
|---|---|
| $20^{이상} \sim 30^{미만}$ | 5 |
| $30^{이상} \sim 40^{미만}$ | 8 |
| $40^{이상} \sim 50^{미만}$ | 6 |
| $50^{이상} \sim 60^{미만}$ | 4 |
| $60^{이상} \sim 70^{미만}$ | 2 |
| 합계 | 25 |

① 38 m ② 39 m ③ 40 m ④ 41 m ⑤ 42 m

해설

각각의 계급값은
25, 35, 45, 55, 65 이므로

(평 균)= $\dfrac{25\times5+35\times8+45\times6+55\times4+65\times2}{25}$ =

$\dfrac{125+280+270+220+130}{25}=41(\mathrm{m})$

**5.** 3개의 변량 $x, y, z$의 변량 $x, y, z$의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균이 $m$, 표준편차가 $n$이라 한다. 이 때, $m+n$의 값은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

$x, y, z$의 평균과 표준편차가 8, 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

분산은

$$m^2 = \frac{(2x-16)^2+(2y-16)^2+(2z-16)^2}{3}$$

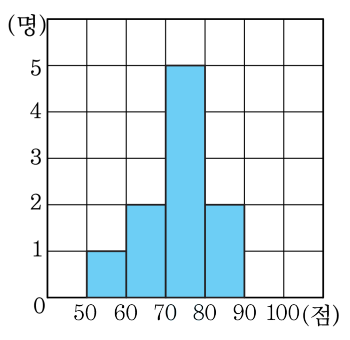
$$= \frac{4\left\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\right\}}{3}$$

$$= 4 \cdot 25 = 100$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

**6.** 다음 히스토그램은 학생 10명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?




① 72 ② 74 ③ 76 ④ 78 ⑤ 80

해설

$$(\text{평균}) = \frac{55\times1+65\times2+75\times5+85\times2}{10} = \frac{730}{10} = 73(\text{점})$$

$$(\text{분산}) = \frac{1}{10}\left\{(55-73)^2\times1+(65-73)^2\times2\right\}$$

$$+\frac{1}{10}\left\{(75-73)^2\times5+(85-73)^2\times2\right\}$$

$$= \frac{760}{10} = 76$$

**7.** 다음 도수분포표는 어느 반에서 20명 학생의 체육 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 반 학생들의 체육 실기 점수의 분산과 표준편차는?

| 점수(점) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 학생 수(명) | 2 | 5 | 8 | 3 | 2 |

① 분산 : 1.15, 표준편차 : $\sqrt{1.15}$

② 분산 : 1.17, 표준편차 : $\sqrt{1.17}$

③ 분산 : 1.19, 표준편차 : $\sqrt{1.19}$

④ 분산 : 1.21, 표준편차 : $\sqrt{1.21}$

⑤ 분산 : 1.23, 표준편차 : $\sqrt{1.23}$

해설

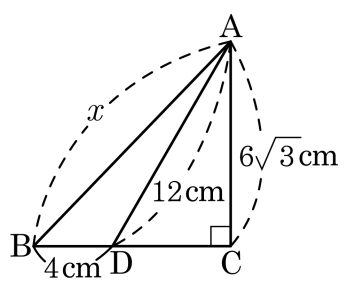
평균 : $\dfrac{2\times1+2\times5+3\times8+4\times3+5\times2}{20}=2.9$

편차 : $-1.9,\ -0.9,\ 0.1,\ 1.1,\ 2.1$

분산 : $\dfrac{(-1.9)^2\times2+(-0.9)^2\times5+0.1^2\times8}{20}+\dfrac{1.1^2\times3+2.1^2\times2}{20}=1.19$

표준편차 : $\sqrt{1.19}$

**8.** 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 $x$ 의 길이를 구하여라.

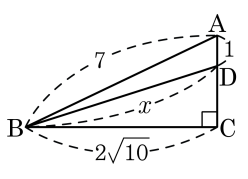



① $\sqrt{13}$cm ② $2\sqrt{13}$cm ③ $3\sqrt{13}$cm
④ $4\sqrt{13}$cm ⑤ $5\sqrt{13}$cm

해설

$\overline{CD} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{3})^2}$
$= \sqrt{144 - 108}$
$= \sqrt{36} = 6$ (cm)
$x = \sqrt{10^2 + (6\sqrt{3})^2}$
$= \sqrt{100 + 108}$
$= \sqrt{208}$
$= 4\sqrt{13}$(cm)

**9.** 다음 그림에서 $x$ 의 값은?




① 6　　② $3\sqrt{10}$　　③ 3

④ $2\sqrt{10}$　　⑤ $2\sqrt{11}$

해설

$\triangle$ABC 에서

$(\overline{CD}+1)^2+(2\sqrt{10})^2=7^2$

$(\overline{CD}+1)^2=49-40=9$

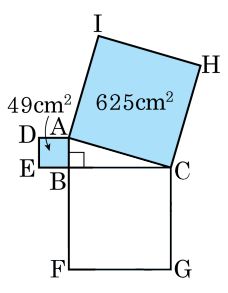
$\overline{CD}+1=3(\because \overline{CD}+1>0)$

$\therefore \overline{CD}=2$

$\triangle$DBC 에서 $x^2=2^2+(2\sqrt{10})^2=4+40=44$

$\therefore x=2\sqrt{11}(\because x>0)$

**10.** 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 세 변 위에 정사각형 ADEB, BFGC, ACHI 를 만들었다. □ADEB 의 넓이가 $49\,\mathrm{cm}^2$ 이고 □ACHI 의 넓이가 $625\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이를 구하여라.

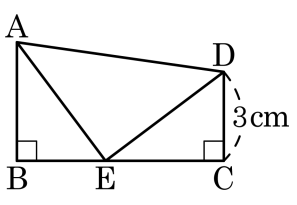



① 576 cm ② 150 cm ③ 33 cm
④ 24 cm ⑤ 25 cm

해설

□BFGC 의 넓이는
$625 - 49 = 576(\mathrm{cm}^2)$ ,
□BFGC 는 정사각형이므로
$\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{576} = 24(\mathrm{cm})$

**11.** 다음 그림에서 $\triangle ABE \equiv \triangle ECD$ , $\triangle AED = \frac{25}{2}\text{cm}^2$ 이고, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때 □ABCD 의 넓이를 구하여라.




▶ 답 : _____ $\text{cm}^2$

▷ 정답 : $\frac{49}{2}$ $\text{cm}^2$

해설

$\overline{AE} = \overline{ED}$ 이므로

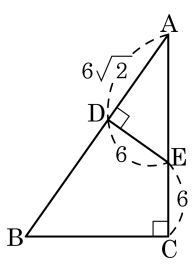
$\triangle AED = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{ED} = \frac{1}{2}\overline{AE}^2 = \frac{25}{2}$

$\overline{AE} = \overline{ED} = 5\,\text{cm}$

$\triangle ECD$ 에서 $\overline{EC} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{cm}$

사다리꼴 ABCD 에서 $\frac{1}{2}(3+4)(3+4) = \frac{49}{2}\text{cm}^2$

**12.** 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 가 모두 직각삼각형이고 $\overline{AD} = 6\sqrt{2}$ , $\overline{CE} = \overline{DE} = 6$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?




① $3\sqrt{2}+3\sqrt{3}$　② $3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$　③ $3\sqrt{2}+2\sqrt{6}$
④ $3\sqrt{2}+3\sqrt{6}$　⑤ $3\sqrt{3}+3\sqrt{6}$

해설

$\triangle ADE$ 에서

$\overline{AE} = \sqrt{6^2 + \left(6\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

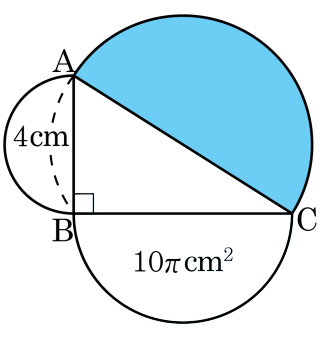
$\triangle ADE$ 와 $\triangle ACB$ 는 닮음이므로

$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{ED} : \overline{AD}$

$x : (6+6\sqrt{3}) = 6 : 6\sqrt{2}$

$\therefore\ x = \dfrac{6+6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}+3\sqrt{6}$

**13.** 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ , $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 세 반원을 그렸다. $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이가 $10\pi\,\text{cm}^2$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.




▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \pi\,\text{cm}^2}$

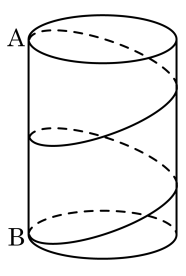
▷ 정답 : 12 $\underline{\pi\,\text{cm}^2}$

해설

반지름 $r$ 인 원의 넓이는 $r^2\pi$ 이므로 지름이 4cm 인 반원의 넓이는 $2^2\pi \times \frac{1}{2} = 2\pi(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $10\pi + 2\pi = 12\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

**14.** 다음 그림과 같이 밑면의 반지름이 $3\,\mathrm{cm}$ , 높이가 $9\pi\,\mathrm{cm}$ 인 원기둥이 있다. 점 A 에서 점 B 까지 팽팽하게 실로 두 바퀴 감을 때, 실의 길이를 구하여라.

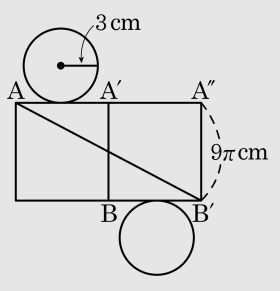



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $15\pi$ cm

해설

$\overline{AA'}$ 은 원의 둘레의 길이와 같으므로 $2\pi \times 3 = 6\pi(\mathrm{cm})$ 이고, $\overline{AA}$ 은 $12\pi$ (cm) 이다. $\overline{AB'} = \sqrt{(12\pi)^2 + (9\pi)^2} = \sqrt{225}\pi = 15\pi(\mathrm{cm})$



**15.** $x, y, z$의 평균이 5이고 분산이 2일 때, 세 수 $x^2, y^2, z^2$의 평균은?

① 20　② 23　③ 24　④ 26　⑤ 27

해설

세 수 $x, y, z$의 평균이 8이므로

$\frac{x+y+z}{3} = 5$

$\therefore x+y+z = 15 \cdots$ ㉠

또, 분산이 2이므로 $\frac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3} = 2$

$(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2 = 6$

$\therefore x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75 = 6$

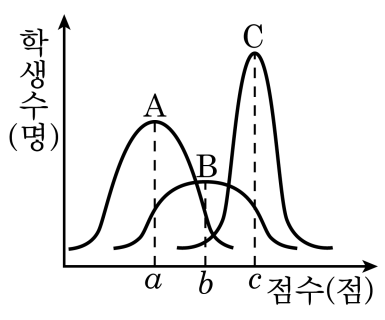
위 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-10(15)+75 = 6$

$x^2+y^2+z^2 = 81$

따라서 $x^2+y^2+z^2$의 평균은 $\frac{81}{3} = 27$이다.

**16.** 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?




① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.

② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.

③ C반 성적이 가장 고르다.

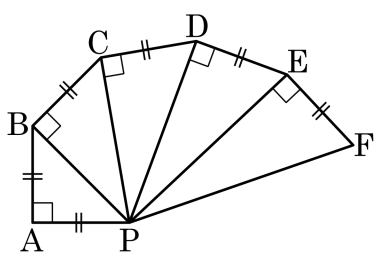
④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.

⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

**17.** $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 일 때, 다음 그림에서 길이가 4 가 되는 선분은?

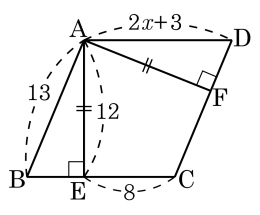



① $\overline{PB}$ ② $\overline{PC}$ ③ $\overline{PD}$ ④ $\overline{PE}$ ⑤ $\overline{PF}$

해설

$\overline{PB} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $\overline{PC} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
$\overline{PD} = \sqrt{16} = 4$, $\overline{PE} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
이므로 길이가 4 인 선분은 $\overline{PD}$ 이다.

**18.** 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 A 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E , F 라 한다. $\overline{AE} = \overline{AF}$, $\overline{AB} = 13$, $\overline{AE} = 12$, $\overline{EC} = 8$ 일 때, $\overline{AD} = 2x + 3$ 이다. $x$ 의 값을 구하여라.



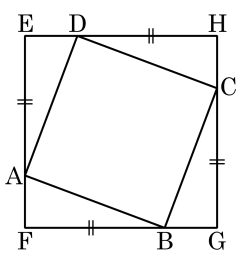

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\triangle$ABE 는 직각삼각형이므로
$\overline{BE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ 이다.
$\overline{BC} = 5 + 8 = 13$ 이므로 □ABCD는 마름모이다.
$\overline{AD} = 2x + 3 = 13$, $x = 5$ 이다.

**19.** 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 EFGH 는 모두 정사각형이고 □ABCD $= 73\,\text{cm}^2$ , □EFGH $= 121\,\text{cm}^2$ , $\overline{BF} > \overline{BG}$ 일 때, $\overline{BG}$ 의 길이는?




① 3 cm　　② $\frac{7}{2}$ cm　　③ 4 cm
④ 8 cm　　⑤ $\frac{15}{2}$ cm

해설

□ABCD $= 73\,\text{cm}^2$, □EFGH $= 121\,\text{cm}^2$ 이므로 $\overline{AB} = \sqrt{73}\,\text{cm}$, $\overline{FG}\,\text{cm} = 11\,\text{cm}$ 이다.
$\overline{BG} = x\,\text{cm}$, $\overline{FB} = y\,\text{cm}$ 라고 할 때,
$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.
$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$
인수분해를 이용하면 $(x-3)(x-8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{BF} > \overline{BG}$ ) 이다.

**20.** 두 변의 길이가 3, 5 인 직각삼각형에서 나머지 한 변의 길이를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : $\sqrt{34}$

해설

나머지 한 변의 길이를 $a$라 하면
i) 5가 가장 긴 변인 경우
$5^2 = a^2 + 3^2 \quad \therefore \ a = 4$
ii) $a$가 가장 긴 변인 경우
$a^2 = 5^2 + 3^2 = 34 \quad \therefore a = \sqrt{34}$

**21.** 세 변의 길이가 $a, b, c$ 일 때, 다음 보기의 설명중 옳은 것은?

보기

㉠ $a - b < c < a + b$

㉡ $c^2 < a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형

㉢ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형

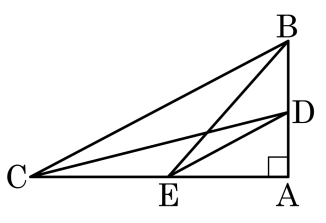
㉣ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle B > 90°$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

㉡ $c^2 > a^2 + b^2$ 일 때, 둔각삼각형이다.
㉣ $a^2 > b^2 + c^2$ 일 때, $a$ 가 가장 긴 변이면 $\angle A > 90°$ 이다.

**22.** 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} = 3, \overline{BE} = 4, \overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.




▶ 답 :

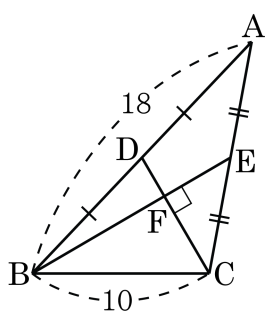
▷ 정답 : $\sqrt{43}$

해설

$\overline{BC}^2 + 3^2 = 4^2 + 6^2$

$\therefore \overline{BC} = \sqrt{43}$

**23.** 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?




① $2\sqrt{11}$ ② $3\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{11}$ ④ $5\sqrt{11}$ ⑤ $6\sqrt{11}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 5$ 이다.

□DBCE 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

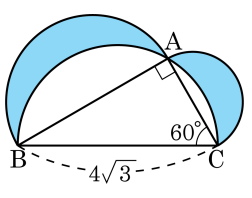
$\overline{BD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$

$81 + \overline{EC}^2 = 25 + 100$

$\therefore \overline{EC} = 2\sqrt{11} (\because \overline{EC} > 0)$

$\therefore \overline{AC} = 2 \times 2\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$

**24.** 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{3}$

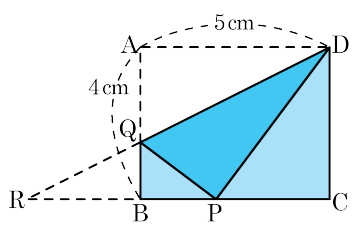
해설

색칠된 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.

$\overline{AC} = \frac{\overline{BC}}{2} = 2\sqrt{3}$, $\overline{AB} = \overline{BC} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6$

$\therefore \triangle ABC \equiv \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3}$

**25.** 다음 그림과 같이 □ABCD 를 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 위의 점 P 에 오도록 접는다. $\overline{AD} = 5\text{cm}$ , $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 일 때, △DPR 의 넓이는?

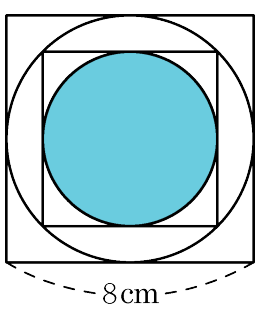



① $10\text{cm}^2$　② $20\text{cm}^2$　③ $30\text{cm}^2$
④ $40\text{cm}^2$　⑤ $50\text{cm}^2$

해설

$\overline{DP} = 5(\text{cm})$ 이므로 $\overline{CP} = 3(\text{cm})$
따라서, $\overline{BP} = 2(\text{cm})$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{AQ} = x(\text{cm})$ 로 놓으면
$\overline{BQ} = (4 - x)\,\text{cm}$
△QBP 에서 $x^2 = (4 - x)^2 + 2^2$ 이므로
$8x = 20$
$\therefore\ x = 2.5(\text{cm})$
△DAQ ∽ △RBQ (AA 닮음) 이므로
$5 : \overline{RB} = 2.5 : 1.5$
$\therefore \overline{RB} = 3(\text{cm}),\ \overline{RP} = 3 + 2 = 5(\text{cm})$
$\therefore\ \triangle DPR = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10(\text{cm}^2)$

**26.** 다음 그림은 한 변의 길이가 8cm 인 정사각형의 내부에 내접하는 원을 그리고, 또 그 원에 내접하는 정사각형을 그린 후 또 내접하는 원을 반복하여 그린 것이다. 어두운 원의 반지름을 구하여라.



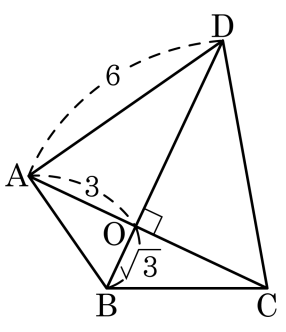

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$ cm

해설

큰 원의 반지름 : 4cm
작은 정사각형의 대각선의 길이 : 8cm
작은 정사각형의 한 변의 길이 : $4\sqrt{2}$cm
작은 원의 반지름 :$2\sqrt{2}$cm

**27.** 다음 그림과 같이 □ABCD 에서 두 대각선이 서로 직교하고, $\overline{AD} = 6, \overline{AO} = 3, \overline{BO} = \sqrt{3}$ 일 때, $\overline{CD}^2 - \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.




▶ 답 :

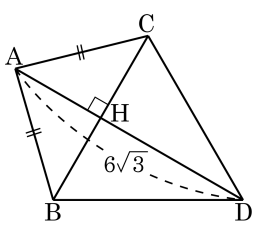
▷ 정답 : 24

해설

△ABO 에서
$\overline{AB}^2 = 3^2 + (\sqrt{3})^2 = 12$ 이므로

$12 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + 6^2$
$\overline{CD}^2 - \overline{BC}^2 = 36 - 12 = 24$

**28.** 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\overline{BC} = 8$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 BC 를 한 변으로 하는 정삼각형 BDC 를 그렸는데 $\overline{AD} = 6\sqrt{3}$ 이었다. 이때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{7}$

해설

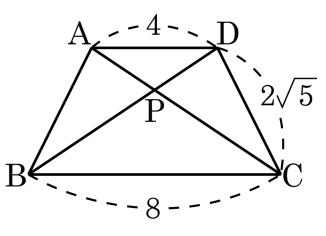
$\overline{AD}$ 는 $\triangle ABC$ 의 수선이므로 $\overline{BC}$ 를 이등분한다. 따라서 $\overline{BC}$ 의 중점을 H 라 하면 $\overline{BH} = \overline{HC} = 4$ 이다.

$\triangle BDC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$ 이다. 따라서

$\overline{AH} = 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$\overline{AB} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 4^2} = 2\sqrt{7}$ 이다.

**29.** 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 4, \overline{BC} = 8, \overline{CD} = 2\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.

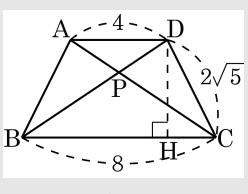



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{32}{3}$

해설

점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 $H$ 라하면




$\overline{DH} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - 2^2} = \sqrt{20-4} = \sqrt{16} = 4$

$\square ABCD = \frac{1}{2} \times (4+8) \times 4 = 24$

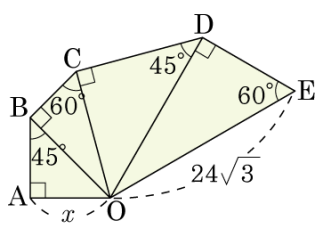
$\triangle CPB$ 와 $\triangle APD$ 에서 $\overline{AD} : \overline{BC} = 2 : 1$ 이므로 $\triangle CBP : \triangle APD = 4 : 1$

$\triangle APD$ 의 넓이를 $a$ 라 하면

$\triangle ABP = 2a, \triangle DPC = 2a, \triangle PBC = 4a$

$\therefore \triangle PBC = \square ABCD \times \frac{4}{9} = 24 \times \frac{4}{9} = \frac{32}{3}$

**30.** 다음 그림을 보고, $x$ 의 길이는?




① $6\sqrt{3}$ ② $7\sqrt{3}$ ③ $8\sqrt{3}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$\overline{OE} : \overline{OD} = 2 : \sqrt{3} = 24\sqrt{3} : \overline{OD}$

$2\overline{OD} = 72 \qquad \therefore \overline{OD} = 36$

$\overline{OD} : \overline{OC} = \sqrt{2} : 1 = 36 : \overline{OC}$

$\sqrt{2}\,\overline{OC} = 36 \qquad \therefore \overline{OC} = \dfrac{36}{\sqrt{2}} = 18\sqrt{2}$

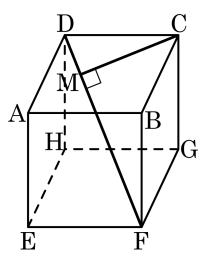
$\overline{OC} : \overline{OB} = 2 : \sqrt{3} = 18\sqrt{2} : \overline{OB}$

$2\overline{OB} = 18\sqrt{6} \qquad \therefore \overline{OB} = 9\sqrt{6}$

$\overline{OB} : \overline{OA} = \sqrt{2} : 1 = 9\sqrt{6} : \overline{OA}$

$\sqrt{2}\,\overline{OA} = 9\sqrt{6} \qquad \therefore \overline{OA} = 9\sqrt{3}$

**31.** 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3 인 정육면체의 꼭짓점 C 에서 대각선 DF 에 내린 수선의 발을 M 이라 할 때, $\overline{CM}$ 의 길이는?




① 2　　② $\sqrt{5}$　　③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$　　⑤ $2\sqrt{2}$

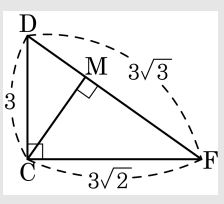
해설

$\overline{DF} = 3\sqrt{3}$, $\overline{CF} = 3\sqrt{2}$, $\overline{DC} = 3$

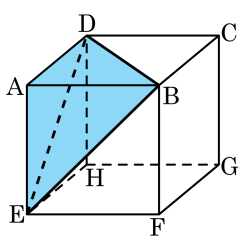
$\triangle DCF$ 를 평면에 나타내 보면 다음과 같다. $\overline{DC} \times \overline{CF} = \overline{DF} \times \overline{CM}$ 이므로

$\overline{CM} \times 3\sqrt{3} = 3\sqrt{2} \times 3$

$\therefore \overline{CM} = \sqrt{6}$



**32.** 한 모서리의 길이가 4 cm 인 정육면체를 다음 그림과 같이 잘랐을 때, 사면체 A – DEB 의 겉넓이를 구하여라.




▶ 답 : _____ $cm^2$

▷ 정답 : $24 + 8\sqrt{3}$ $cm^2$

해설

$\triangle$DEB 는 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정삼각형이므로

$(\triangle\text{DEB의 넓이}) = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(4\sqrt{2}\right)^2 = 8\sqrt{3}\left(cm^2\right)$

$\therefore\ (\text{A} - \text{DEB의 겉넓이}) = 3\triangle\text{ABE} + 8\sqrt{3}$

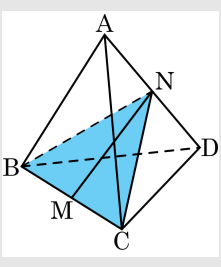
$= 24 + 8\sqrt{3}\left(cm^2\right)$

**33.** 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체의 모서리 중 꼬인 위치에 있는 두 모서리의 중점을 연결한 선분의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설




다음 그림과 같이 정사면체의 모서리 중 꼬인 위치에 있는 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 N, M 이라 하면

$\triangle NBC$ 는 $\overline{NB} = \overline{NC}$ 인 이등변삼각형이므로

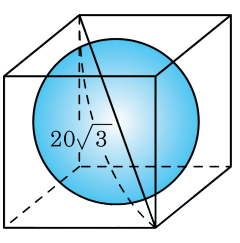
$\angle NMC = 90°$ 이다.

따라서 $\overline{CN}$ 과 $\overline{BN}$ 은 각각 정삼각형 ACD 와 ABD 의 높이이므로

$\overline{NC} = \overline{NB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ 이고

$\overline{BM} = 3$ 이므로 $\overline{MN} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}$

**34.** 대각선 길이가 $20\sqrt{3}$ 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4000}{3}\pi$

해설

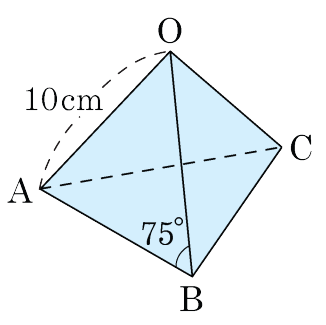
정육면체의 한 모서리의 길이를 $a$라고 하면

$\sqrt{3}a = 20\sqrt{3}$ $\quad\therefore\ a = 20$

(구의 반지름의 길이) $= 10$

(구의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times 10^3 = \frac{4000}{3}\pi$

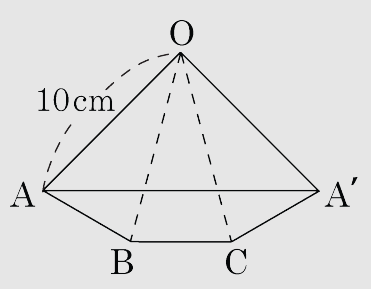
**35.** 그림과 같이 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = 10\text{cm}$, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\angle OBA = 75°$인 삼각뿔이 있다. 이 삼각뿔의 꼭짓점 A에서 출발하여 겉면을 따라 $\overline{OB} = \overline{OC}$를 지나 다시 꼭짓점 A에 이르는 최단 거리는?




① 10cm ② $10\sqrt{2}$cm ③ $10\sqrt{3}$cm
④ 15cm ⑤ 20cm

해설

삼각형 OAB는 이등변삼각형이고 $\angle OBA = 75°$이므로
$\angle AOB = 180 - (75 + 75) = 30°$




전개도에서 $\angle AOA' = 30 + 30 + 30 = 90°$
따라서 삼각형 OAA′는 직각이등변삼각형이다.
최단거리는 $\sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$cm이다.

**36.** $\sin A : \cos A = 4 : 5$ 일 때 $\tan A$ 의 값은?

① $0$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

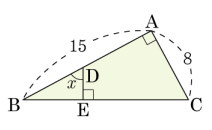
해설

$\sin A : \cos A = 4 : 5$ 이므로 $5\sin A = 4\cos A$ 이다.

양변을 $5\cos A$ 로 나누면 $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{4}{5}$ 이다.

따라서 $\tan A = \frac{4}{5}$ 이다.

**37.** 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\sin x$ 의 값은?



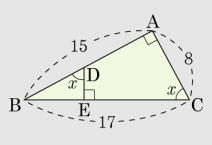

① $\frac{7}{17}$ ② $\frac{8}{17}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{15}{17}$ ⑤ $\frac{15}{8}$

해설

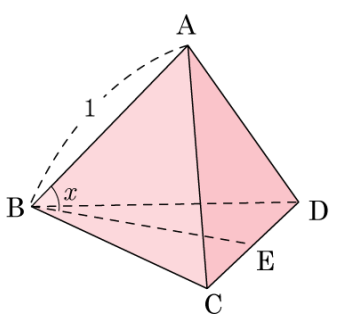
$\triangle BED \backsim \triangle BAC$ 이므로 $\angle x = \angle C$

또한 $\overline{BC} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$ 이다.

따라서 $\sin x = \sin C = \frac{15}{17}$ 이다.



**38.** 다음 그림과 같이 밑변이 $\triangle BCD$ 이고, 한 모서리의 길이가 1 인 정사면체 A – BCD 가 있다. $\overline{CD}$ 의 중점을 E, $\angle ABE = x$ 라 할 때, $\cos x$ 의 값을 구하면?




① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

해설

$\triangle BCD$ 는 정삼각형이므로

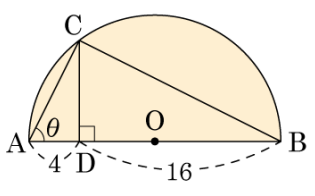
$\overline{BE} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이고,

점 A 에서 $\overline{BE}$ 로 내린 수선의 발을 점 H 라고 하면, 삼각형 BCD 의 무게중심이므로

$\overline{BH} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 $\cos x = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.

**39.** 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 위의 점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 D 라고 하자. $\angle CAD$ 를 $\theta$ 라고 할 때, $\sin\theta$ 의 값이 $\frac{a\sqrt{5}}{b}$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, $a$, $b$ 는 서로소)




▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\overline{BC} = x$ 라 하면, $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDB$ 는 닮음이다.

$x : 16 = 20 : x$

$\therefore x = 8\sqrt{5}$

$\angle CAD = \angle DCB$ 이므로 $\sin\theta = \frac{16}{8\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 이다.

따라서 $a + b = 7$ 이다.

**40.** 이차방정식 $2x^2 - ax + 1 = 0$ 의 한 근이 $\sin 60° - \sin 30°$ 일 때, 상수 $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

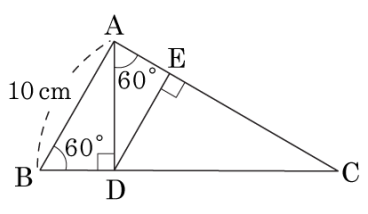
해설

$\sin 60° - \sin 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 이므로 $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 을 주어진 식의 $x$ 에 대입하면

$2\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)a + 1 = 0$ , $\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)a = 3 - \sqrt{3}$

따라서 $a = \frac{2(3-\sqrt{3})}{\sqrt{3}-1} = 2\sqrt{3}$

**41.** 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} \perp \overline{AD}$, $\overline{AC} \perp \overline{DE}$, $\angle ABD = \angle DAE = 60°$, $\overline{AB} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?




① $4\sqrt{3}\,\text{cm}$　② $5\sqrt{3}\,\text{cm}$　③ $\frac{15\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}$　④ $\frac{12\sqrt{3}}{5}\,\text{cm}$　⑤ $5\,\text{cm}$

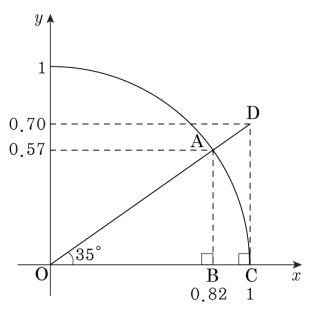
해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} = \overline{AB} \cdot \sin 60° = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$

$\triangle ADE$ 에서 $\overline{DE} = \overline{AD} \cdot \sin 60° = 5\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{2}$

$\triangle DCE$ 에서 $\overline{CE} = \frac{\overline{DE}}{\tan 30°} = \frac{15}{2} \times \sqrt{3} = \frac{15\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$

**42.** 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?(정답 2개)




① $\sin 35° = \cos 55°$

② $\tan 35° = \tan 55°$

③ $\sin 55° = 0.82$

④ $\sin 35° = 0.70$

⑤ $\cos 55° = \cos \angle ODC$

해설

② $\tan 35° = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = 0.70, \tan 55° = \dfrac{\overline{OC}}{\overline{CD}} = \dfrac{1}{0.70}$ 이므로 $\tan 35° \neq \tan 55°$

④ $\sin 35° = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{AB}}{1} = 0.57$

**43.** $x$ 에 관한 이차방정식 $ax^2 - 2x + 8 = 0$ 의 한 근이 $2\sin 90° - 3\cos 0°$ 일 때, $a$ 의 값을 구하면?

① $-10$　② $-6$　③ $-2$　④ $2$　⑤ $6$

해설

이차방정식 $ax^2 - 2x + 8 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면, $a \times (-1)^2 - 2 \times (-1) + 8 = 0$

$a + 2 + 8 = 0,\ a = -10$

**44.** $30° < A < 90°$ 일 때, $\sqrt{\left(\sin A + \frac{1}{2}\right)^2} - \sqrt{(\sin 30° - \sin A)^2}$ 의 값을 구하면?

① $2\sin A$　　② $2$　　③ $\frac{1}{2}\sin A$

④ $1$　　⑤ $0$

해설

$\sin A + \frac{1}{2} > 0$ , $\sin 30° - \sin A < 0$ 이므로

$\sqrt{\left(\sin A + \frac{1}{2}\right)^2} - \sqrt{(\sin 30° - \sin A)^2}$

$= \sin A + \frac{1}{2} + \sin 30° - \sin A$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

**45.** 방정식 $x^2-(\sqrt{3}+1)x+\sqrt{3}=0$ 의 두 근을 $\tan a$ , $\tan b$ 라고 할 때, $b$ 의 크기는? (단, $\tan a < \tan b$ , $a, b$ 는 예각)

① $0°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $60°$ ⑤ $80°$

해설

$x^2-(\sqrt{3}+1)x+\sqrt{3}=0$
$(x-1)(x-\sqrt{3})=0$
$x=1$ 또는 $x=\sqrt{3}$ 이다.
$\tan a < \tan b$ 이므로 $\tan a = 1$, $\tan b = \sqrt{3}$ 이다.
$\therefore b = 60°$