

1. 다음은 어느 가게에서 월요일부터 일요일까지 매일 판매된 우유의 개수를 나타낸 것이다. 하루 동안 판매된 우유 개수의 중앙값이 30, 최빈값이 38 일 때, 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합을 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
우유의 개수	24	y	14	28	x	38	31

▶ 답 :

▷ 정답 : 68

해설

최빈값이 38이므로 $x = 38$ 또는 $y = 38$ 이다.

$x = 38$ 이라고 하면 14, 24, 28, 31, 38, 38, y 에서 중앙값이 30이므로 $y = 30$ 이다.

따라서 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합은 $30 + 38 = 68$ 이다.

2. 다음 표는 종국이네 학급 학생 25 명의 미술 실기 점수를 조사하여 나타낸 표이다. 평균 점수를 구하여라.

점수 (점)	학생 수 (명)
3	1
4	1
5	3
6	5
7	4
8	6
9	3
10	2
계	25

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 7 점

해설

$$\begin{array}{r}
 3 \times 1 + 4 \times 1 + 5 \times 3 + 6 \times 5 \\
 \hline
 25 \\
 + \frac{7 \times 4 + 8 \times 6 + 9 \times 3 + 10 \times 2}{25} \\
 \hline
 = 7
 \end{array}$$

3. 영희가 4회에 걸쳐 치른 음악 실기시험 성적은 15점, 18점, 17점, x 점이고, 최빈값은 18점이다. 5회의 음악 실기 시험 성적이 높아서 5회까지의 평균이 4회 까지의 평균보다 1점 올랐다면 5회의 성적은 몇 점인지 구하여라.



답 :

점



정답 : 22점

해설

최빈값이 18 점이므로 $x = 18$ (점)이다.

4회까지의 평균은

$$\frac{15 + 18 + 17 + 18}{4} = \frac{68}{4} = 17(\text{ 점}) \text{이다.}$$

5회까지의 평균은 $17 + 1 = 18$ (점) 이고 5회 성적을 y 점이라 하면

$$\frac{15 + 18 + 17 + 18 + y}{5} = 18(\text{ 점}) \text{이다.}$$

$$68 + y = 90$$

$$\therefore y = 22(\text{ 점})$$

4. 다음은 지영이네 반 25명이 체육시간에 던지기 기록을 측정한 것이다. 평균을 구하면?

계급 (m)	도수 (명)
20 ^{이상} ~ 30 ^{미만}	5
30 ^{이상} ~ 40 ^{미만}	8
40 ^{이상} ~ 50 ^{미만}	6
50 ^{이상} ~ 60 ^{미만}	4
60 ^{이상} ~ 70 ^{미만}	2
합계	25

- ① 38 m ② 39 m ③ 40 m ④ 41 m ⑤ 42 m

해설

각각의 계급값은

25, 35, 45, 55, 65 이므로

$$\begin{aligned}
 (\text{평 균}) &= \frac{25 \times 5 + 35 \times 8 + 45 \times 6 + 55 \times 4 + 65 \times 2}{25} = \\
 &= \frac{125 + 280 + 270 + 220 + 130}{25} = 41(\text{m})
 \end{aligned}$$

5. 3개의 변량 x, y, z 의 변량 x, y, z 의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$ 의 평균이 m , 표준편차가 n 이라 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① 22

② 24

③ 26

④ 28

⑤ 30

해설

x, y, z 의 평균과 표준편차가 8, 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2 + (y-8)^2 + (z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$ 의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

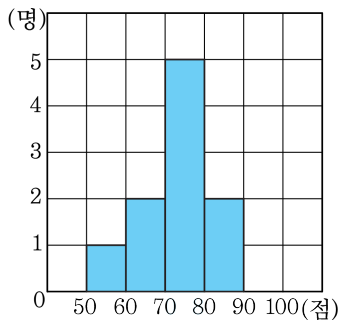
분산은

$$\begin{aligned} m^2 &= \frac{(2x-16)^2 + (2y-16)^2 + (2z-16)^2}{3} \\ &= \frac{4\{(x-8)^2 + (y-8)^2 + (z-8)^2\}}{3} \\ &= 4 \cdot 25 = 100 \end{aligned}$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

6. 다음 히스토그램은 학생 10명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 72

② 74

③ 76

④ 78

⑤ 80

해설

$$(\text{평균}) = \frac{55 \times 1 + 65 \times 2 + 75 \times 5 + 85 \times 2}{10} = \frac{730}{10} = 73(\text{점})$$

$$(\text{분산}) = \frac{1}{10} \{ (55 - 73)^2 \times 1 + (65 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$+ \frac{1}{10} \{ (75 - 73)^2 \times 5 + (85 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$= \frac{760}{10} = 76$$

7. 다음 도수분포표는 어느 반에서 20명 학생의 체육 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 반 학생들의 체육 실기 점수의 분산과 표준편차는?

점수(점)	1	2	3	4	5
학생 수(명)	2	5	8	3	2

- ① 분산 : 1.15, 표준편차 : $\sqrt{1.15}$
 ② 분산 : 1.17, 표준편차 : $\sqrt{1.17}$
 ③ 분산 : 1.19, 표준편차 : $\sqrt{1.19}$
 ④ 분산 : 1.21, 표준편차 : $\sqrt{1.21}$
 ⑤ 분산 : 1.23, 표준편차 : $\sqrt{1.23}$

해설

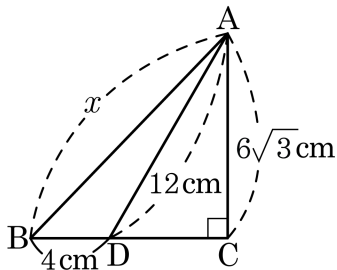
$$\text{평균} : \frac{2 \times 1 + 2 \times 5 + 3 \times 8 + 4 \times 3 + 5 \times 2}{20} = 2.9$$

$$\text{편차} : -1.9, -0.9, 0.1, 1.1, 2.1$$

$$\begin{aligned} \text{분산} : & \frac{(-1.9)^2 \times 2 + (-0.9)^2 \times 5 + 0.1^2 \times 8}{20} + \\ & \frac{1.1^2 \times 3 + 2.1^2 \times 2}{20} = 1.19 \end{aligned}$$

$$\text{표준편차} : \sqrt{1.19}$$

8. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x 의 길이를 구하여라.



① $\sqrt{13}\text{cm}$

② $2\sqrt{13}\text{cm}$

③ $3\sqrt{13}\text{cm}$

④ $4\sqrt{13}\text{cm}$

⑤ $5\sqrt{13}\text{cm}$

해설

$$\overline{CD} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{144 - 108}$$

$$= \sqrt{36} = 6 \text{ (cm)}$$

$$x = \sqrt{10^2 + (6\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{100 + 108}$$

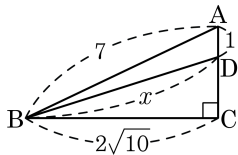
$$= \sqrt{208}$$

$$= 4\sqrt{13}(\text{cm})$$

9. 다음 그림에서 x 의 값은?

① 6 ② $3\sqrt{10}$ ③ 3

④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{11}$



해설

$\triangle ABC$ 에서

$$(\overline{CD} + 1)^2 + (2\sqrt{10})^2 = 7^2$$

$$(\overline{CD} + 1)^2 = 49 - 40 = 9$$

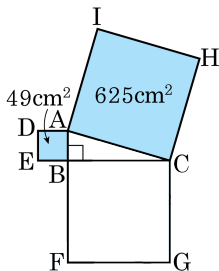
$$\overline{CD} + 1 = 3 (\because \overline{CD} + 1 > 0)$$

$$\therefore \overline{CD} = 2$$

$$\triangle DBC \text{ 에서 } x^2 = 2^2 + (2\sqrt{10})^2 = 4 + 40 = 44$$

$$\therefore x = 2\sqrt{11} (\because x > 0)$$

10. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 세 변 위에 정사각형 ADEB, BFGC, ACHI 를 만들었다. $\square ADEB$ 의 넓이가 49 cm^2 이고 $\square ACHI$ 의 넓이가 625 cm^2 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.

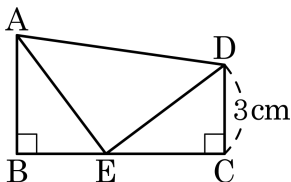


- ① 576 cm ② 150 cm ③ 33 cm
 ④ 24 cm ⑤ 25 cm

해설

$\square BFGC$ 의 넓이는
 $625 - 49 = 576(\text{ cm}^2)$,
 $\square BFGC$ 는 정사각형이므로
 $\overline{BC} = \sqrt{576} = 24(\text{ cm})$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABE \cong \triangle ECD$, $\triangle AED = \frac{25}{2}\text{cm}^2$ 이고, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때 $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▶ 정답 : $\frac{49}{2} \text{ cm}^2$

해설

$\overline{AE} = \overline{ED}$ 이므로

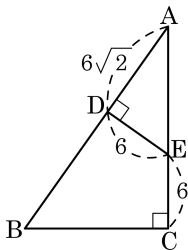
$$\triangle AED = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{ED} = \frac{1}{2} \overline{AE}^2 = \frac{25}{2}$$

$$\overline{AE} = \overline{ED} = 5 \text{ cm}$$

$$\triangle ECD \text{ 에서 } \overline{EC} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ cm}$$

$$\text{사다리꼴 } ABCD \text{ 에서 } \frac{1}{2}(3+4)(3+4) = \frac{49}{2} \text{ cm}^2$$

12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 가 모두 직각삼각형이고 $\overline{AD} = 6\sqrt{2}$, $\overline{CE} = \overline{DE} = 6$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



- ① $3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$
 ④ $3\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{3} + 3\sqrt{6}$

해설

$\triangle ADE$ 에서

$$\overline{AE} = \sqrt{6^2 + (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

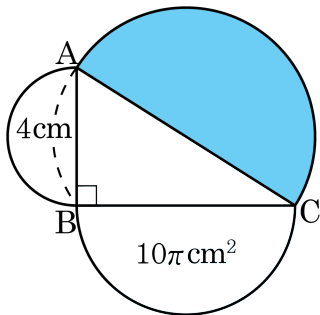
$\triangle ADE$ 와 $\triangle ACB$ 는 닮음이므로

$$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{ED} : \overline{AD}$$

$$x : (6 + 6\sqrt{3}) = 6 : 6\sqrt{2}$$

$$\therefore x = \frac{6 + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$$

13. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$, $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 세 반원을 그렸다. $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이가 $10\pi\text{cm}^2$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



답 :

$$\underline{\pi\text{cm}^2}$$



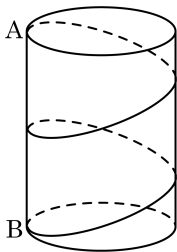
정답 : $12\pi\text{cm}^2$

해설

반지름 r 인 원의 넓이는 $r^2\pi$ 이므로 지름이 4cm 인 반원의 넓이는 $2^2\pi \times \frac{1}{2} = 2\pi(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $10\pi + 2\pi = 12\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름이 3 cm , 높이가 $9\pi\text{ cm}$ 인 원기둥이 있다. 점 A 에서 점 B 까지 평행하게 실로 두 바퀴 감을 때, 실의 길이를 구하여라.

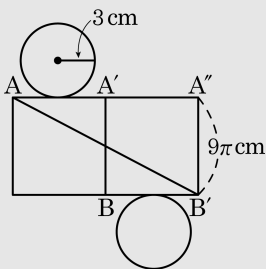


▶ 답 : cm

▷ 정답 : $15\pi\text{ cm}$

해설

$\overline{AA'}$ 은 원의 둘레의 길이와 같으므로 $2\pi \times 3 = 6\pi(\text{cm})$ 이고,
 $\overline{AB'}$ 은 $12\pi(\text{cm})$ 이다. $\overline{AB'} = \sqrt{(12\pi)^2 + (9\pi)^2} = \sqrt{225\pi} = 15\pi(\text{cm})$



15. x, y, z 의 평균이 5이고 분산이 2일 때, 세 수 x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① 20

② 23

③ 24

④ 26

⑤ 27

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5이므로

$$\frac{x + y + z}{3} = 5$$

$$\therefore x + y + z = 15 \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{또, 분산이 2이므로 } \frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 2$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 6$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 - 10(x + y + z) + 75 = 6$$

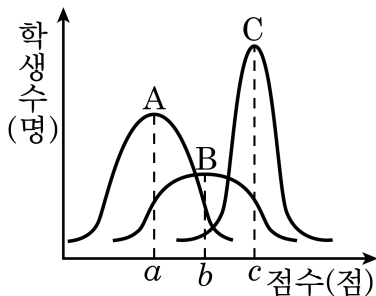
위 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(15) + 75 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 81$$

따라서 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 평균은 $\frac{81}{3} = 27$ 이다.

16. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

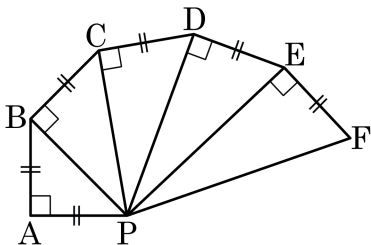


- ① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.
- ② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.
- ③ C반 성적이 가장 고르다.
- ④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.
- ⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

17. $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 일 때, 다음 그림에서 길이가 4가 되는 선분은?



① $\overline{PB}$

② $\overline{PC}$

③ $\overline{PD}$

④ $\overline{PE}$

⑤ $\overline{PF}$

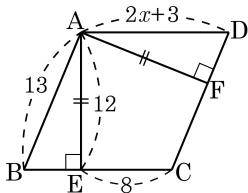
해설

$$\overline{PB} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}, \quad \overline{PC} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{PD} = \sqrt{16} = 4, \quad \overline{PE} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

이므로 길이가 4인 선분은 $\overline{PD}$ 이다.

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 A 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E , F 라 한다. $\overline{AE} = \overline{AF}$, $\overline{AB} = 13$, $\overline{AE} = 12$, $\overline{EC} = 8$ 일 때, $\overline{AD} = 2x + 3$ 이다. x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

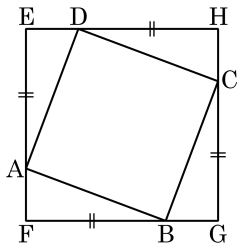
$\triangle ABE$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{BE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 \text{ 이다.}$$

$\overline{BC} = 5 + 8 = 13$ 이므로 $\square ABCD$ 는 마름모이다.

$$\overline{AD} = 2x + 3 = 13, x = 5 \text{ 이다.}$$

19. 다음 그림에서 사각형 ABCD와 EFGH는 모두 정사각형이고 $\square ABCD = 73 \text{ cm}^2$, $\square EFGH = 121 \text{ cm}^2$, $\overline{BF} > \overline{BG}$ 일 때, $\overline{BG}$ 의 길이는?



① 3 cm

② $\frac{7}{2}$ cm

③ 4 cm

④ 8 cm

⑤ $\frac{15}{2}$ cm

해설

$\square ABCD = 73 \text{ cm}^2$, $\square EFGH = 121 \text{ cm}^2$ 이므로 $\overline{AB} = \sqrt{73} \text{ cm}$, $\overline{FG} \text{ cm} = 11 \text{ cm}$ 이다.

$\overline{BG} = x \text{ cm}$, $\overline{FB} = y \text{ cm}$ 라고 할 때,

$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.

$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$

인수분해를 이용하면 $(x - 3)(x - 8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{BF} > \overline{BG}$) 이다.

20. 두 변의 길이가 3, 5 인 직각삼각형에서 나머지 한 변의 길이를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : $\sqrt{34}$

해설

나머지 한 변의 길이를 a 라 하면

i) 5가 가장 긴 변인 경우

$$5^2 = a^2 + 3^2 \therefore a = 4$$

ii) a 가 가장 긴 변인 경우

$$a^2 = 5^2 + 3^2 = 34 \therefore a = \sqrt{34}$$

21. 세 변의 길이가 a, b, c 일 때, 다음 보기의 설명중 옳은 것은?

보기

㉠ $a - b < c < a + b$

㉡ $c^2 < a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형

㉢ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형

㉤ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle B > 90^\circ$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉢

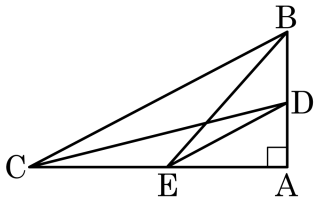
⑤ ㉡, ㉤

해설

㉡ $c^2 > a^2 + b^2$ 일 때, 둔각삼각형이다.

㉤ $a^2 > b^2 + c^2$ 일 때, a 가 가장 긴 변이면 $\angle A > 90^\circ$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} = 3$, $\overline{BE} = 4$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

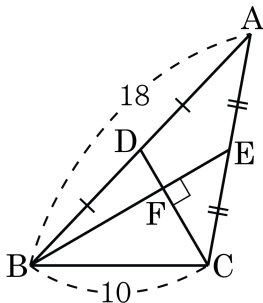
▷ 정답 : $\sqrt{43}$

해설

$$\overline{BC}^2 + 3^2 = 4^2 + 6^2$$

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{43}$$

23. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



- ① $2\sqrt{11}$ ② $3\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{11}$ ④ $5\sqrt{11}$ ⑤ $6\sqrt{11}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 5 \text{ 이다.}$$

$\square DBCE$ 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

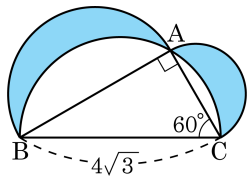
$$\overline{BD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$$

$$81 + \overline{EC}^2 = 25 + 100$$

$$\therefore \overline{EC} = 2\sqrt{11} (\because \overline{EC} > 0)$$

$$\therefore \overline{AC} = 2 \times 2\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$$

24. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $6\sqrt{3}$

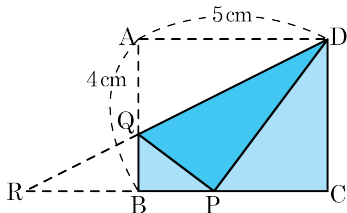
해설

색칠된 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.

$$\overline{AC} = \frac{\overline{BC}}{2} = 2\sqrt{3}, \quad \overline{AB} = \overline{BC} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6$$

$$\therefore \triangle ABC \equiv \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3}$$

25. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 를 꼭짓점 A가 $\overline{BC}$ 위의 점 P 에 오도록 접는다. $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle DPR$ 의 넓이는?



- ① 10cm^2 ② 20cm^2 ③ 30cm^2
 ④ 40cm^2 ⑤ 50cm^2

해설

$$\overline{DP} = 5(\text{cm}) \text{ 이므로 } \overline{CP} = 3(\text{cm})$$

따라서, $\overline{BP} = 2(\text{cm})$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{AQ} = x(\text{cm})$ 로 놓으면

$$\overline{BQ} = (4 - x)\text{cm}$$

$$\triangle QBP \text{ 에서 } x^2 = (4 - x)^2 + 2^2 \text{ 이므로}$$

$$8x = 20$$

$$\therefore x = 2.5(\text{cm})$$

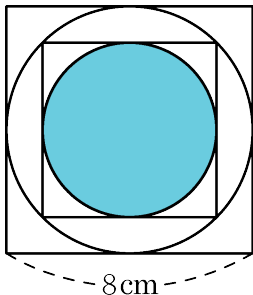
$\triangle DAQ \sim \triangle RBQ$ (AA 닮음)이므로

$$5 : \overline{RB} = 2.5 : 1.5$$

$$\therefore \overline{RB} = 3(\text{cm}), \overline{RP} = 3 + 2 = 5(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle DPR = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10(\text{cm}^2)$$

26. 다음 그림은 한 변의 길이가 8cm인 정사각형의 내부에 내접하는 원을 그리고, 또 그 원에 내접하는 정사각형을 그린 후 또 내접하는 원을 반복하여 그린 것이다. 어두운 원의 반지름을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$ cm

해설

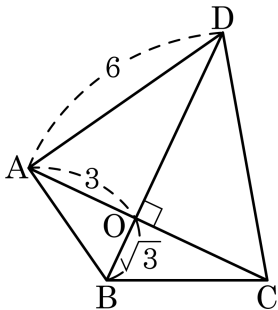
큰 원의 반지름 : 4cm

작은 정사각형의 대각선의 길이 : 8cm

작은 정사각형의 한 변의 길이 : $4\sqrt{2}$ cm

작은 원의 반지름 : $2\sqrt{2}$ cm

27. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 에서 두 대각선이 서로 직교하고, $\overline{AD} = 6$, $\overline{AO} = 3$, $\overline{BO} = \sqrt{3}$ 일 때, $\overline{CD}^2 - \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

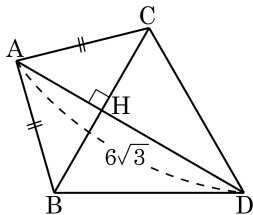
$\triangle ABO$ 에서

$$\overline{AB}^2 = 3^2 + (\sqrt{3})^2 = 12 \text{ 이므로}$$

$$12 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + 6^2$$

$$\overline{CD}^2 - \overline{BC}^2 = 36 - 12 = 24$$

28. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\overline{BC} = 8$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 BC 를 한 변으로 하는 정삼각형 BDC 를 그렸는데 $\overline{AD} = 6\sqrt{3}$ 이었다. 이때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{7}$

해설

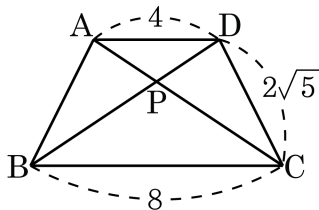
$\overline{AD}$ 는 $\triangle ABC$ 의 수선이므로 $\overline{BC}$ 를 이등분한다. 따라서 $\overline{BC}$ 의 중점을 H 라 하면 $\overline{BH} = \overline{HC} = 4$ 이다.

$\triangle BDC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$ 이다. 따라서

$$\overline{AH} = 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 4^2} = 2\sqrt{7} \text{ 이다.}$$

29. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 4, \overline{BC} = 8, \overline{CD} = 2\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.

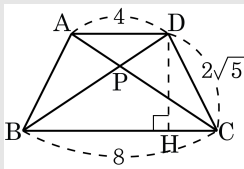


▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{32}{3}$

해설

점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라하면



$$\overline{DH} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - 2^2} = \sqrt{20 - 4} = \sqrt{16} = 4$$

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times (4 + 8) \times 4 = 24$$

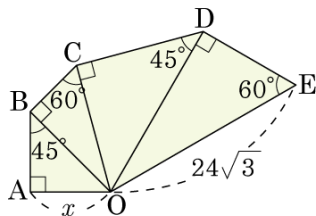
$\triangle CPB$ 와 $\triangle APD$ 에서 $\overline{AD} : \overline{BC} = 2 : 1$ 이므로 $\triangle CBP : \triangle APD = 4 : 1$

$\triangle APD$ 의 넓이를 a 라 하면

$$\triangle ABP = 2a, \triangle DPC = 2a, \triangle PBC = 4a$$

$$\therefore \triangle PBC = \square ABCD \times \frac{4}{9} = 24 \times \frac{4}{9} = \frac{32}{3}$$

30. 다음 그림을 보고, x 의 길이는?



① $6\sqrt{3}$

② $7\sqrt{3}$

③ $8\sqrt{3}$

④ $9\sqrt{3}$

⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$$\overline{OE} : \overline{OD} = 2 : \sqrt{3} = 24\sqrt{3} : \overline{OD}$$

$$2\overline{OD} = 72 \quad \therefore \overline{OD} = 36$$

$$\overline{OD} : \overline{OC} = \sqrt{2} : 1 = 36 : \overline{OC}$$

$$\sqrt{2}\overline{OC} = 36 \quad \therefore \overline{OC} = \frac{36}{\sqrt{2}} = 18\sqrt{2}$$

$$\overline{OC} : \overline{OB} = 2 : \sqrt{3} = 18\sqrt{2} : \overline{OB}$$

$$2\overline{OB} = 18\sqrt{6} \quad \therefore \overline{OB} = 9\sqrt{6}$$

$$\overline{OB} : \overline{OA} = \sqrt{2} : 1 = 9\sqrt{6} : \overline{OA}$$

$$\sqrt{2}\overline{OA} = 9\sqrt{6} \quad \therefore \overline{OA} = 9\sqrt{3}$$

31. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3 인 정육면체의 꼭짓점 C 에서 대각선 DF 에 내린 수선의 발을 M 이라 할 때, $\overline{CM}$ 의 길이는?

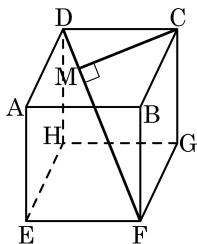
① 2

② $\sqrt{5}$

③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$

⑤ $2\sqrt{2}$



해설

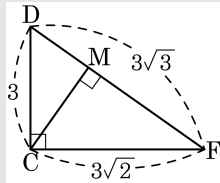
$$\overline{DF} = 3\sqrt{3}, \overline{CF} = 3\sqrt{2}, \overline{DC} = 3$$

$\triangle DCF$ 를 평면에 나타내 보면 다음과 같다.

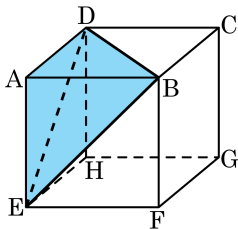
$$\overline{DC} \times \overline{CF} = \overline{DF} \times \overline{CM} \text{ 이므로}$$

$$\overline{CM} \times 3\sqrt{3} = 3\sqrt{2} \times 3$$

$$\therefore \overline{CM} = \sqrt{6}$$



32. 한 모서리의 길이가 4cm 인 정육면체를 다음 그림과 같이 잘랐을 때, 사면체 A-DEB의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답: cm^2

▷ 정답: $24 + 8\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\triangle DEB$ 는 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정삼각형이므로

$$(\triangle DEB\text{의 넓이}) = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{2})^2 = 8\sqrt{3} (\text{cm}^2)$$

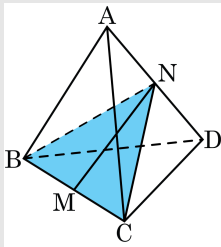
$$\begin{aligned} \therefore (A-DEB\text{의 겉넓이}) &= 3\triangle ABE + 8\sqrt{3} \\ &= 24 + 8\sqrt{3} (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

33. 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체의 모서리 중 꼬인 위치에 있는 두 모서리의 중점을 연결한 선분의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설



다음 그림과 같이 정사면체의 모서리 중 꼬인 위치에 있는 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 N, M 이라 하면

$\triangle NBC$ 는 $\overline{NB} = \overline{NC}$ 인 이등변삼각형이므로

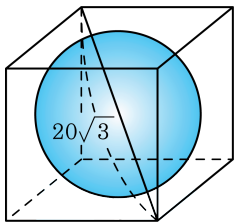
$\angle NMC = 90^\circ$ 이다.

따라서 $\overline{CN}$ 과 $\overline{BN}$ 은 각각 정삼각형 ACD 와 ABD 의 높이이므로

$$\overline{NC} = \overline{NB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3} \text{ 이고}$$

$$\overline{BM} = 3 \text{ 이므로 } \overline{MN} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}$$

34. 대각선 길이가 $20\sqrt{3}$ 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: $\frac{4000}{3}\pi$

해설

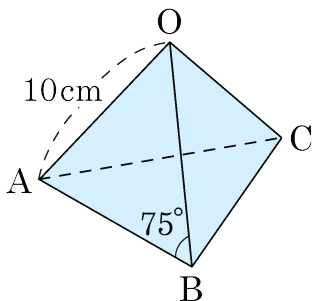
정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라고 하면

$$\sqrt{3}a = 20\sqrt{3} \quad \therefore a = 20$$

(구의 반지름의 길이) = 10

$$(\text{구의 부피}) = \frac{4}{3}\pi \times 10^3 = \frac{4000}{3}\pi$$

35. 그림과 같이 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = 10\text{cm}$, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\angle OBA = 75^\circ$ 인 삼각뿔이 있다. 이 삼각뿔의 꼭짓점 A에서 출발하여 겉면을 따라 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 를 지나 다시 꼭짓점 A에 이르는 최단 거리는?



① 10cm

② $10\sqrt{2}\text{cm}$

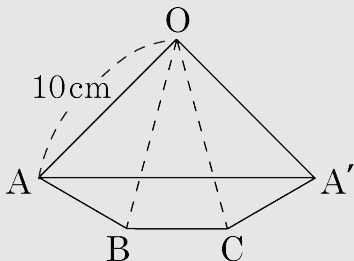
③ $10\sqrt{3}\text{cm}$

④ 15cm

⑤ 20cm

해설

삼각형 OAB는 이등변삼각형이고 $\angle OBA = 75^\circ$ 이므로
 $\angle AOB = 180 - (75 + 75) = 30^\circ$



전개도에서 $\angle AOA' = 30 + 30 + 30 = 90^\circ$
 따라서 삼각형 OAA'는 직각이등변삼각형이다.
 최단거리는 $\sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}\text{cm}$ 이다.

36. $\sin A : \cos A = 4 : 5$ 일 때 $\tan A$ 의 값은?

- ① 0 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

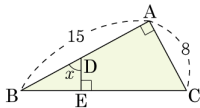
해설

$\sin A : \cos A = 4 : 5$ 이므로 $5 \sin A = 4 \cos A$ 이다.

양변을 $5 \cos A$ 로 나누면 $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{4}{5}$ 이다.

따라서 $\tan A = \frac{4}{5}$ 이다.

37. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\sin x$ 의 값은?



① $\frac{7}{17}$

② $\frac{8}{17}$

③ $\frac{8}{15}$

④ $\frac{15}{17}$

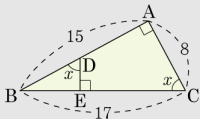
⑤ $\frac{15}{8}$

해설

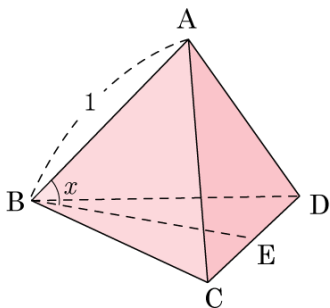
$\triangle BED \sim \triangle BAC$ 이므로 $\angle x = \angle C$

또한 $\overline{BC} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$ 이다.

따라서 $\sin x = \sin C = \frac{15}{17}$ 이다.



38. 다음 그림과 같이 밑변이 $\triangle BCD$ 이고, 한 모서리의 길이가 1 인 정사면체 $A-BCD$ 가 있다. $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\angle ABE = x$ 라 할 때, $\cos x$ 의 값을 구하면?



① $\frac{\sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{3}}{3}$

③ $\sqrt{2}$

④ $\sqrt{3}$

⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

해설

$\triangle BCD$ 는 정삼각형이므로

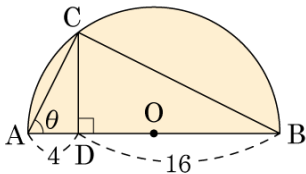
$$\overline{BE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 이고,}$$

점 A 에서 $\overline{BE}$ 로 내린 수선의 발을 점 H 라고 하면, 삼각형 BCD 의 무게중심이므로

$$\overline{BH} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{따라서 } \cos x = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 이다.}$$

39. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는
 반원 위의 점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의
 발을 D 라고 하자. $\angle CAD$ 를 θ 라고 할
 때, $\sin \theta$ 의 값이 $\frac{a\sqrt{5}}{b}$ 이다. 이때, $a+b$
 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\overline{BC} = x$ 라 하면, $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDB$ 는 닮음이다.

$$x : 16 = 20 : x$$

$$\therefore x = 8\sqrt{5}$$

$$\angle CAD = \angle DCB \text{ 이므로 } \sin \theta = \frac{16}{8\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ 이다.}$$

따라서 $a + b = 7$ 이다.

40. 이차방정식 $2x^2 - ax + 1 = 0$ 의 한 근이 $\sin 60^\circ - \sin 30^\circ$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

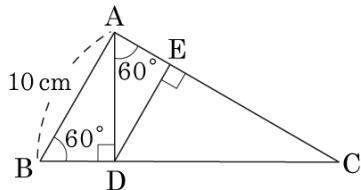
해설

$\sin 60^\circ - \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 이므로 $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 을 주어진 식의 x 에 대입하면

$$2\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)a + 1 = 0, \quad \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)a = 3 - \sqrt{3}$$

$$\text{따라서 } a = \frac{2(3 - \sqrt{3})}{\sqrt{3} - 1} = 2\sqrt{3}$$

41. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} \perp \overline{AD}$, $\overline{AC} \perp \overline{DE}$, $\angle ABD = \angle DAE = 60^\circ$, $\overline{AB} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?



① $4\sqrt{3}\text{cm}$

② $5\sqrt{3}\text{cm}$

③ $\frac{15\sqrt{3}}{2}\text{cm}$

④ $\frac{12\sqrt{3}}{5}\text{cm}$

⑤ 5cm

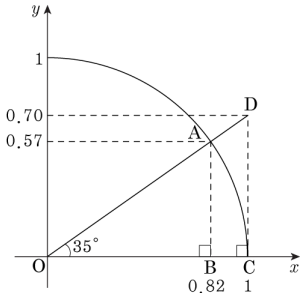
해설

$$\triangle ABD \text{ 에서 } \overline{AD} = \overline{AB} \cdot \sin 60^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

$$\triangle ADE \text{ 에서 } \overline{DE} = \overline{AD} \cdot \sin 60^\circ = 5\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{2}$$

$$\triangle DCE \text{ 에서 } \overline{CE} = \frac{\overline{DE}}{\tan 30^\circ} = \frac{15}{2} \times \sqrt{3} = \frac{15\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$$

42. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)



① $\sin 35^\circ = \cos 55^\circ$

② $\tan 35^\circ = \tan 55^\circ$

③ $\sin 55^\circ = 0.82$

④ $\sin 35^\circ = 0.70$

⑤ $\cos 55^\circ = \cos \angle ODC$

해설

$$\textcircled{2} \quad \tan 35^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = 0.70, \tan 55^\circ = \frac{\overline{OC}}{\overline{CD}} = \frac{1}{0.70} \quad \text{이므로}$$

$$\tan 35^\circ \neq \tan 55^\circ$$

$$\textcircled{4} \quad \sin 35^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = 0.57$$

43. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 - 2x + 8 = 0$ 의 한 근이 $2\sin 90^\circ - 3\cos 0^\circ$ 일 때, a 의 값을 구하면?

①

-10

② -6

③ -2

④ 2

⑤ 6

해설

이차방정식 $ax^2 - 2x + 8 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면, $a \times (-1)^2 - 2 \times (-1) + 8 = 0$

$a + 2 + 8 = 0, a = -10$

44. $30^\circ < A < 90^\circ$ 일 때, $\sqrt{\left(\sin A + \frac{1}{2}\right)^2} - \sqrt{(\sin 30^\circ - \sin A)^2}$ 의 값을 구하면?

① $2 \sin A$

② 2

③ $\frac{1}{2} \sin A$

④ 1

⑤ 0

해설

$$\sin A + \frac{1}{2} > 0, \sin 30^\circ - \sin A < 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{\left(\sin A + \frac{1}{2}\right)^2} - \sqrt{(\sin 30^\circ - \sin A)^2}$$

$$= \sin A + \frac{1}{2} + \sin 30^\circ - \sin A$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

45. 방정식 $x^2 - (\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3} = 0$ 의 두 근을 $\tan a$, $\tan b$ 라고 할 때, b 의 크기는? (단, $\tan a < \tan b$, a, b 는 예각)

① 0°

② 30°

③ 45°

④ 60°

⑤ 80°

해설

$$x^2 - (\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3} = 0$$

$$(x - 1)(x - \sqrt{3}) = 0$$

$x = 1$ 또는 $x = \sqrt{3}$ 이다.

$\tan a < \tan b$ 이므로 $\tan a = 1$, $\tan b = \sqrt{3}$ 이다.

$$\therefore b = 60^\circ$$