

1. 다음 등식이  $x$ 에 대한 항등식이 되도록 실수  $a, b, c$ 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + c - 3 = 2x^2 - bx - 2$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 2$

▷ 정답:  $b = 1$

▷ 정답:  $c = 1$

해설

각 항의 계수를 서로 비교한다.

2. 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 - 3x + 2 = a + bx + cx(x-1) + dx(x-1)(x-2)$ 가 항상 성립할 때,  $a + b + c + d$ 의 값을 구하면? (단,  $a, b, c, d$ 는 상수)

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$x = 0$ 을 대입하면  $a = 2$   
 $x = 1$ 을 대입하면  $b = -2$   
 $x = 2$ 을 대입하면  $c = 1$   
3차항은 없으므로  $d = 0$   
 $\therefore a + b + c + d = 1$

3.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3}$  을 만족하는 모든 실수  $x, y$ 에 대하여 항상  $ax+by+5 = 0$ 이다. 이때  $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = t \text{라 하면}$$

$$x = 2t - 1, y = 3t + 1$$

이것을  $ax + by + 5 = 0$ 에 대입하면

$$a(2t - 1) + b(3t + 1) + 5 = 0$$

$$(2a + 3b)t + (-a + b + 5) = 0$$

이 식이 모든 실수  $t$ 에 대하여 성립해야 하므로

$$2a + 3b = 0 \cdots \text{①}$$

$$-a + b + 5 = 0 \cdots \text{②}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a = 3, b = -2 \quad \therefore a + b = 3 + (-2) = 1$$

해설

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow AD = BC \text{ 성질 이용}$$

$$3x + 3 = 2y - 2$$

$$3x - 2y + 5 = 0 \text{ 은 } ax + by + 5 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -2$$

4. 다항식  $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 일차식  $x - 2$ 로 나눌 때의 나머지는?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 2x^2 + 5x - 6 \\ &= (x - 2)Q(x) + R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore f(2) &= 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 \\ &= 8 - 8 + 10 - 6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\therefore R = 4$$

5. 다항식  $f(x) = x^3 + 3x^2 + kx - k$ 가  $x+1$ 로 나누어떨어지도록 상수  $k$ 의 값을 정하면?

- ① -3      ② -2      ③ -1      ④ 0      ⑤ 1

해설

즉,  $f(-1) = 0$  이므로  
 $f(-1) = -1 + 3 - k - k = 0, \therefore k = 1$

6.  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$  일 때,  $f(x) - 2 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$  가 항상 성립하도록 하는 상수  $a, b$  에 대하여  $a + b$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$f(x) - 2 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  이므로  
 $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$   
 $= x^3 + (-a + b)x^2 + (a - 1)x - b \cdots \textcircled{1}$   
 $\textcircled{1}$  이  $x$  에 대한 항등식이므로 양변의 차수가 같은 항의 계수가 같아야 한다.  
즉,  $-a + b = -3, a - 1 = 3, b = 1$   
이므로  $a = 4, b = 1$   
 $\therefore a + b = 5$

7. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

8. 다항식  $x^3 + ax + b$ 가 다항식  $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

9. 다항식  $ax^3 + bx^2 - 4$  가  $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록  $a, b$ 를 정할 때,  $a$ 와  $b$ 의 곱을 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x-1)(x+2)Q(x) \end{aligned}$$

양변에  $x=1, x=-2$ 를 각각 대입하면  
 $a+b-4=0, -8a+4b-4=0$   
두 식을 연립하여 풀면  $a=1, b=3$   
 $\therefore ab=3$

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)(ax + 2) \end{aligned}$$

우변을 전개하여 계수를 비교하면  
 $a=1, b=3 \therefore ab=3$

10.  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - k$  가  $x - 2$ 를 인수로 가질 때,  $k$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$f(x)$ 가  $x - 2$ 를 인수로 갖는다는 것은  $f(x)$ 가  $x - 2$ 로 나누어 떨어진다는 뜻이다.

즉,  $f(2) = 0$ 을 만족시키는  $k$ 를 구하면,

$$f(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2^2 + 2 - k = 0$$

$$\therefore k = 6$$

11. 다항식  $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + k$ 가 일차식  $x-1$ 을 인수로 가질 때, 이 다항식  $f(x)$ 를 인수분해 하면?

①  $(x-2)(x-1)(x+1)$

②  $(x-1)x(x+2)$

③  $(x+1)(x-1)(x+2)$

④  $(x-2)(x-1)(x+2)$

⑤  $(x-2)(x+1)(x+2)$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q(x) \Rightarrow f(1) = 0 \\ \therefore f(1) &= 2+k=0, \quad \therefore k = -2 \\ \text{즉, } f(x) &= x^3 + 2x^2 - x - 2 \\ &= (x-1)(x+1)(x+2) \end{aligned}$$

12.  $x$ 에 관계없이  $\frac{x-a}{2x-b}$ 가 항상 일정한 값을 가질 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{x-a}{2x-b} &= k \text{라 놓으면,} \\ (2k-1)x + (a-bk) &= 0 \\ \therefore 2k-1 &= 0, a=bk \text{이므로} \\ k &= \frac{1}{2}, a = \frac{1}{2}b \text{이다.} \\ \therefore \frac{b}{a} &= 2 \end{aligned}$$

13.  $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx - 12$ 가  $x - 1$ 로 나누어 떨어지고,  $x + 1$ 로 나누었을 때는 나머지가  $-14$ 이다. 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값은?

①  $-12$     ②  $12$     ③  $-20$     ④  $20$     ⑤  $-36$

해설

나머지 정리에 의해  $f(1) = 0, f(-1) = -14$

$$f(1) = 3 + a + b - 12 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-1) = -3 + a - b - 12 = -14 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면,  $a = 5, b = 4$

$$\therefore ab = 20$$

14. 다항식  $f(x)$  를  $x^2 - 3x + 2$  로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$  , 나머지를  $R(x)$  라 할 때,  $R(0)$  의 값은?

- ①  $2f(1) - f(2)$                       ②  $2\{f(1) + f(2)\}$   
③  $2(1) + f(2)$                       ④  $4\{f(1) + f(2)\}$   
⑤  $4\{f(1) - f(2)\}$

해설

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x) + ax + b$$
$$= (x - 1)(x - 2)Q(x) + ax + b$$

$$R(x) = ax + b, R(0) = b$$

$$f(1) = a + b, f(2) = 2a + b$$

$$2f(1) - f(2) = b$$

15. 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나눌 때의 나머지는 3이고,  $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 1이다. 이 다항식을  $(x-1)(x-2)$ 로 나눌 때의 나머지를 구하면?

①  $-2x+1$

②  $-2x-1$

③  $-2x+3$

④  $-2x+5$

⑤  $-2x+7$

해설

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$  라 하면,  
 $f(1) = 3, f(2) = 1$  이므로  
 $f(1) = a + b = 3, f(2) = 2a + b = 1$  연립하면  
 $a = -2, b = 5$   
 $\therefore$  나머지는  $-2x + 5$  이다.

16. 다항식  $f(x)$  를  $2x - 1$ 로 나누면 나머지는  $-4$ 이고, 그 몫을  $x + 2$ 로 나누면 나머지는  $2$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답:  $-14$

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

17. 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 4$ 로 나누었을 때의 나머지가  $-x + 4$ 이다. 다항식  $f(x+1)$ 을  $x^2 + 2x - 3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

①  $2x + 1$

②  $-x + 3$

③  $x - 1$

④  $2x$

⑤  $2x - 3$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)P(x) - x + 4 \\ &= (x+2)(x-2)P(x) - x + 4 \\ \therefore f(-2) &= 6, f(2) = 2 \\ f(x+1) &= (x^2 + 2x - 3)Q(x) + ax + b \\ &= (x+3)(x-1)Q(x) + ax + b \\ x = -3 \text{을 대입하면 } f(-2) &= -3a + b = 6 \\ x = 1 \text{을 대입하면 } f(2) &= a + b = 2 \\ \therefore a &= -1, b = 3 \\ \text{따라서 나머지는 } &-x + 3 \end{aligned}$$

18. 다항식  $2x^3 + 3x^2 + ax + b$ 가  $x + 2$ 로 나누어 떨어질 때,  $2a - b$ 의 값은?

- ① 28      ② 12      ③ 6      ④ -4      ⑤ -12

해설

준식을  $f(x)$ 라 하면  $f(-2) = 0$ 이므로  
 $-16 + 12 - 2a + b = 0$ 에서  $2a - b = -4$

19.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3+ax^2-x+b$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\begin{array}{r|rrrr} k & 1 & a & -1 & b \\ & & c & d & a \\ \hline & 1 & 4 & 3 & 5 \end{array}$$

- ①  $a=3$                       ②  $b=2$                       ③  $c=1$   
 ④  $d=4$                       ⑤  $k=-1$

**해설**

다항식  $x^3+ax^2-x+b$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & -1 & b \\ & & 1 & a+1 & a \\ \hline & 1 & a+1 & a & b+a \end{array}$$

$k=1, a=3, b=2, c=1, d=4$   
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

20. 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $2x^3 - 5x + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 가 성립할 때,  $a^2 - b^2 + c^2 - d^2$ 의 값을 구하면?

- ① 56      ② 28      ③ -28      ④ -46      ⑤ -56

해설

$a, b, c, d$ 는  $2x^3 - 5x + 2$ 를  $(x+1)$ 로 계속 나눠 줄때 나오는 나머지이다.

조립제법을 이용해 보면

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -1 & 2 & 0 & -5 & 2 \\
 & & -2 & 2 & 3 \\
 \hline
 -1 & 2 & -2 & -3 & 5 \leftarrow d \\
 & & -2 & 4 & \\
 \hline
 -1 & 2 & -4 & 1 & \leftarrow c \\
 & & -2 & & \\
 \hline
 -1 & 2 & -6 & & \leftarrow b \\
 & \uparrow & & & \\
 & a & & & 
 \end{array}$$

$$\therefore a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 2^2 - (-6)^2 + 1^2 - 5^2 = -56$$

21. 등식  $\frac{2x^2+13x}{(x+2)(x-1)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+2}$ 가  $x$ 에 대한 항등식이 되도록 상수  $A, B, C$ 의 값을 정할 때,  $A+B+C$ 의 값은?

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

해설

양변에  $(x+2)(x-1)^2$ 을 곱하면  
 $2x^2+13x = A(x-1)(x+2) + B(x+2) + C(x-1)^2$ 에서  
 $x=1, -2, 0$ 을 차례로 대입하여  $A, B, C$ 를 구하면  
 $B=5, C=-2, A=4$   
 $\therefore A+B+C=7$

22.  $x$ 에 대한 항등식  $(1+2x-x^2)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$ 에서  $3a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{10}$ 의 값은?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

i) 항등식의 상수항 :  $a_0 = 1$   
ii) 항등식에  $x = 1, x = -1$ 을 대입하여 식을 만든다.  
 $x = 1$ 을 대입하면  $2^5 = a_0 + a_1 + \dots + a_{10} \dots$  ①  
 $x = -1$ 을 대입하면  $(-2)^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 \dots + a_{10} \dots$  ②  
① + ② :  $0 = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{10})$   
 $\therefore a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{10} = 0$   
 $3a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{10} = 2(\because a_0 = 1)$

23.  $x$ 에 대한 항등식  $(x^2 - x - 1)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_6x^6$ 에서  $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은?

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

해설

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,

$$-1 = a_0 + a_1 + \dots + a_6 \quad \text{Ⓐ}$$

양변에  $x = -1$ 을 대입하면,

$$1 = a_0 - a_1 + \dots + a_6 \quad \text{Ⓑ}$$

$$\text{Ⓐ} - \text{Ⓑ}: -2 = 2(a_1 + a_3 + a_5)$$

$$\therefore a_1 + a_3 + a_5 = -1$$

24.  $(1-x-x^2)^{25} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{49}x^{49} + a_{50}x^{50}$  이라 할 때,  $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{50}$  의 값은?

- ㉠ 0      ㉡ 1      ㉢  $2^{24}$       ㉣  $2^{25}$       ㉤  $2^{50}$

해설

$$(1-x-x^2)^{25} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{50}x^{50}$$

$x=1$  을 양변에 대입하면

$$-1 = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{50} \dots \textcircled{1}$$

$x=-1$  을 양변에 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots - a_{49} + a_{50} \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: 2(a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{50}) = 0$$

$$a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{50} = 0$$

25.  $x$ 에 대한 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지는  $2x - 7$ 이고,  $x^2 - 3x - 10$ 으로 나누었을 때의 나머지는 11이다. 이 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 6x + 5$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

- ①  $2x + 1$                       ②  $4x + 3$                       ③  $x - 1$   
④  $4x - 9$                         ⑤  $2x - 3$

**해설**

$f(x)$ 를  $x^2 - 6x + 5$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $ax + b$ 라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 6x + 5)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 1)(x - 5)Q(x) + ax + b \cdots \text{㉠} \end{aligned}$$

$f(x)$ 를  $x^2 - 4x + 3$ 으로 나눈 몫을  $Q_1(x)$ ,  $x^2 - 3x - 10$ 으로 나눈 몫을  $Q_2(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4x + 3)Q_1(x) + 2x - 7 \\ &= (x - 1)(x - 3)Q_1(x) + 2x - 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x - 10)Q_2(x) + 11 \\ &= (x - 5)(x + 2)Q_2(x) + 11 \end{aligned}$$

이므로  $f(1) = -5$ ,  $f(5) = 11$ 이다.

㉠에서

$$f(1) = a + b = -5$$

$f(5) = 5a + b = 11$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = 4, b = -9$$

따라서 구하는 나머지는  $4x - 9$ 이다.