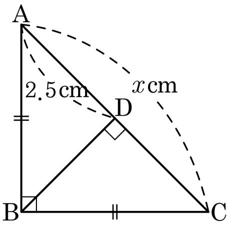
1. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, x 의 값은?

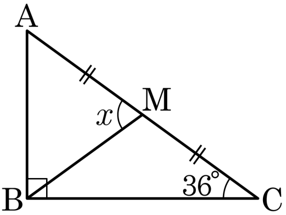


① 3.5 ② 4 ③ 4.5 ④ 5 ⑤ 5.5

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\overline{BD}$ 는 $\overline{AC}$ 를 수직이등분하므로
$\overline{AC} = 2.5 + 2.5 = 5(\mathrm{cm})$

2. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36^\circ$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?

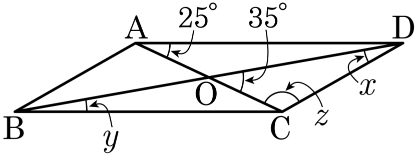


① 62° ② 64° ③ 68° ④ 70° ⑤ 72°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \cdots$ ㉠
따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle MCB = \angle MBC = 36^\circ$
$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x - \angle y + \angle z$ 의 크기를 구하면?

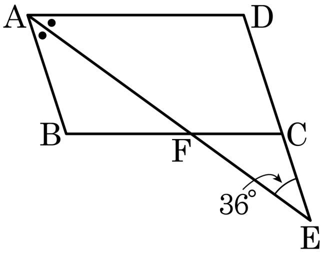


① 105° ② 115° ③ 125° ④ 135° ⑤ 145°

해설

$\angle COD = \angle OAD + \angle ADB$, $\angle ADB = 35° - 25° = 10°$, $\angle ADB = \angle DBC = 10° = y$ 이다. $\angle x + \angle z = 180° - 35° = 145°$ 이다. 따라서 $\angle x - \angle y + \angle z = 145° - 10° = 135°$ 이다.

4. 평행사변형 ABCD에서 각 A의 이등분선이 $\overline{CD}$의 연장선과 만나는 점을 E라 하자. $\angle CEF = 36\,^{\circ}$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



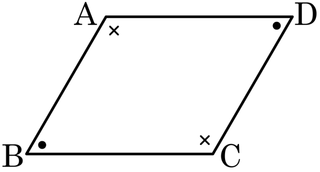
① $36°$ ② $72°$ ③ $108°$ ④ $120°$ ⑤ $144°$

해설

$\angle CEF = \angle BAF = 36°$

$\angle BCD = 2\angle BAF = 72°$

5. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 설명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



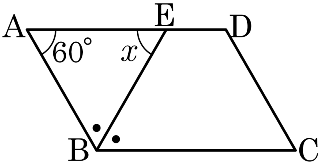
$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 인 □ABCD 에서
$\angle A = \angle C = a$
$\angle B = \angle D = b$ 라 하면
$2a + 2b = 360°$
$\therefore\ a + b = 180°$
동측내각의 합이 $\boxed{}$ 이므로
$\therefore\ \overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

① 45° ② 60° ③ 90° ④ 180° ⑤ 360°

해설

동측내각의 합이 180°이면 대변을 연장한 두 직선의 엇각의 크기가 같게 된다.

6. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 ∠B 의 이등분선이 변 AD 와 만나는 점을 E 라 한다. 이때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle x$ 의 크기는?



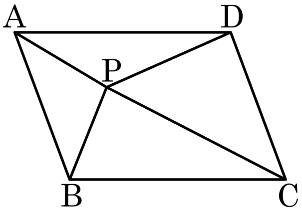
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 60 °

해설

평행선의 엇각의 성질에 의해 $\angle EBC = \angle x$ 이고,
삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로 $x = 60°$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 임의의 한 점 P를 잡았다. $\triangle\mathrm{PAD} = 24\mathrm{cm}^2$,$\triangle\mathrm{PAB} = 18\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{PBC} = 45\mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle\mathrm{PCD}$ 의 넓이= $\boxed{}$ cm^2이다. 빈 칸을 채워넣어라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** 51

해설

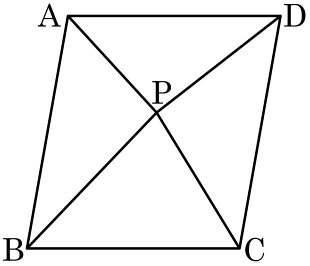
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC}$이다.

$\triangle\mathrm{PAD} = 24\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{PAB} = 18\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{PBC} = 45\mathrm{cm}^2$이므로

$24 + 45 = \triangle\mathrm{PCD} + 18$이다.

$\therefore\ \triangle\mathrm{PCD} = 51(\mathrm{cm}^2)$

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 P 를 잡았다고 한다. $\triangle PAD = 18 cm^2$, $\triangle PBC = 36 cm^2$ 일 때, $\triangle PAB + \triangle PCD = (\qquad)cm^2$ 이다. 빈칸을 채워넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

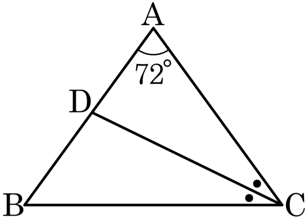
내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이다.

$\triangle PAD = 18 cm^2$, $\triangle PBC = 36 cm^2$ 이므로

$18 + 36 = \triangle PAB + \triangle PCD$ 이다.

따라서 $\triangle PAB + \triangle PCD = 54(cm^2)$ 이다.

9. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle A = 72°$ 이고 $\angle ACD = \angle BCD$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기는?



① 51°　　② 61°　　③ 71°　　④ 81°　　⑤ 91°

해설

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

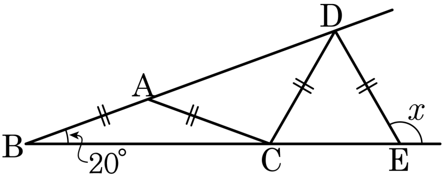
$\angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 72°) = 54°$

또 $\angle ACD = \angle BCD$ 이므로

$\angle DCB = \angle ACD = \frac{1}{2} \times 54° = 27°$

$\therefore \angle ADC = 54° + 27° = 81°$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 $\angle B = 20°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $70°$ ② $80°$ ③ $90°$ ④ $100°$ ⑤ $120°$

해설

삼각형의 외각의 크기는 다른 두 내각의 합과 같으므로

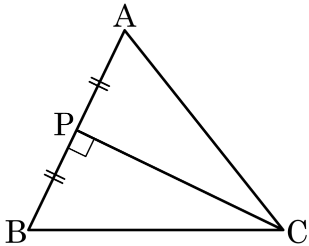
$\angle CAD = \angle ABC + \angle ACB = 40°$

$\angle ACD = 180° - (40° \times 2) = 100°$

$\angle DCE = 20° + 40° = 60°$

$\angle x = 180° - 60° = 120°$

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AP}=\overline{BP}$, $\overline{AB}\perp\overline{CP}$인 삼각형 ABC를 보고 옳은 것을 모두 골라라.



㉠ $\angle A=\angle B$	㉡ $\triangle ABC$ 는 직각삼각형
㉢ $\angle ACP=\angle BCP$	㉣ $\overline{AC}\neq\overline{BC}$

▶ 답 :

▶ 답 :

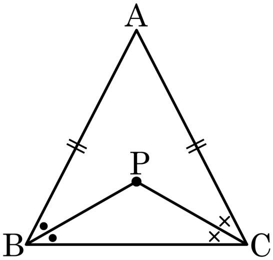
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

$\overline{AP}=\overline{BP}$, $\overline{AB}\perp\overline{CP}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{AC}=\overline{BC}$, $\angle ACP=\angle BCP$

12. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 두 밑각 ∠B, ∠C의 이등분선의 교점을 P라 하면 △PBC도 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle ABC = \boxed{(가)}$

$\angle PBC = \boxed{(나)}\angle ABC$, $\angle PCB = \boxed{(나)}\angle ACB$

$\therefore \boxed{(다)}$

즉, △PBC 의 두 내각의 크기가 같으므로 $\boxed{(라)}$ 이다.

따라서 $\boxed{(마)}$ 는 이등변삼각형이다.

(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가) ∠ACB
② (나) 2
③ (다) ∠PBC = ∠PCB
④ (라) $\overline{PB} = \overline{PC}$
⑤ (마) △PBC

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle ABC = (\angle ACB)$

$\angle PBC = (\frac{1}{2})\angle ABC$,

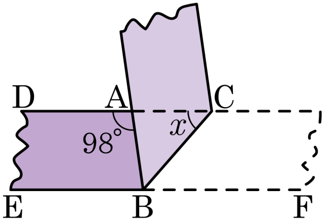
$\angle PCB = (\frac{1}{2})\angle ACB$

$\therefore (\angle PBC = \angle PCB)$

즉, △PBC 의 두 내각의 크기가 같으므로 ($\overline{PB} = \overline{PC}$)이다.

따라서 (△PBC)는 이등변삼각형이다.

13. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이테이프를 접을 때, $\angle x$의 크기는?



① 45° ② 46° ③ 47° ④ 48° ⑤ 49°

해설

종이 테이프를 접으면 $\angle ABC = \angle FBC$ 이고

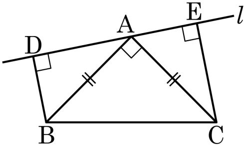
$\angle CBF = \angle BCA = \angle x$ (엇각)

$\therefore \angle ABC = \angle x$

$\angle DAB = \angle ABF = 98°$

$$\therefore \ \angle x = \frac{98°}{2} = 49°$$

14. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 90°$ 이다. $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는 ?



① 20cm^2 ② 24cm^2 ③ 26cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 50cm^2

해설

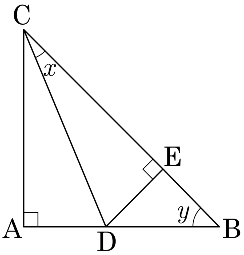
$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{EA} = 4\text{cm}$, $\overline{DA} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이다.

$\square DBCE$ 의 넓이$= \dfrac{(4+6)\times 10}{2} = 50(\text{cm}^2)$ 이므로

$\triangle ABC = \square DBCE - \triangle ADB - \triangle CEA$

$= 50 - 12 - 12 = 26(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{AB}$ 인 직각이등변 삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{DE}$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



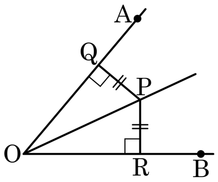
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}\,^{\circ}$

▷ 정답 : $67.5\,\underline{^{\circ}}$

해설

$\triangle$ADC 와 $\triangle$EDC 에서 $\overline{CD}$ 는 공통,
$\angle CAD = \angle CED = 90^{\circ}$, $\overline{DE} = \overline{AD}$ 이므로
$\triangle ADC \equiv \triangle EDC$ 는 RHS 합동이다.
$\triangle$ABC 가 직각 이등변삼각형이므로 $\angle y = 45^{\circ}$,
$\angle ACB = \angle y = 45^{\circ}$ 에서 $\angle DCB = \angle x = \frac{1}{2} \times 45^{\circ} = 22.5^{\circ}$ 이다.
따라서 $\angle x + \angle y = 22.5 + 45 = 67.5^{\circ}$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$의 내부의 한 점 P에서 두 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{OQ} = \overline{OR}$ ② $\angle OPQ = \angle OPR$

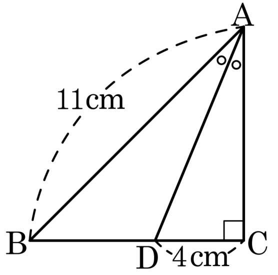
③ $\overline{OQ} = \overline{OP}$ ④ $\angle POQ = \angle POR$

⑤ $\triangle OPQ \equiv \triangle OPR$

해설

$\triangle OPR$과 삼각형 $\triangle OPQ$는 직각삼각형이고 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 RHS 합동이다. 따라서 옳지 않은 것은 $\overline{OQ} = \overline{OP}$이다.

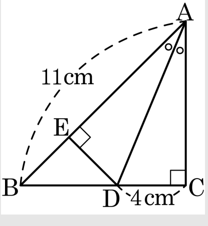
17. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이$\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라고 한다. $\overline{AB} = 11\text{cm}$, $\overline{DC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $22\,\underline{\text{cm}^2}$

해설



점 D 에서$\overline{AB}$ 에 내린 수선 의 발을 E 라 하면

$\triangle ADC$ 와 $\triangle ADE$ 에서 $\overline{AD}$ 는 공통이고 $\angle DAC = \angle DAE$ 이므로

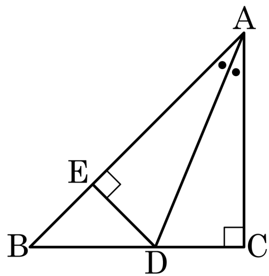
$\triangle ADC \equiv \triangle ADE$ (RHA 합동), $\overline{DE} = \overline{DC}$

$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DE}$

$= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DC}$

$= \frac{1}{2} \times 11 \times 4 = 22\left(\text{cm}^2\right)$

18. $\overline{AC}=\overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형에 꼭짓점 A 의 이등분선이 밑변 BC 와 만나는 점을 D , D 에서 빗변AB 에 수선을 그어 만나는 점을 E 라 할 때, 다음 중 올바른 것을 모두 고르면?



① $\overline{BD}=\overline{CD}$

② $\triangle ADC \equiv \triangle ADE$

③ $\overline{AC}+\overline{CD}=\overline{AB}$

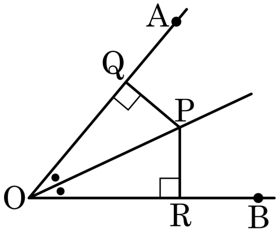
④ $\angle ADE = 67.5°$

⑤ 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 내심

해설

$\triangle AED \equiv \triangle ACD$(RHA합동)
$\triangle EBD$ 는 이등변 삼각형이므로
$\overline{EB}=\overline{ED}$ 이고 $\triangle AED \equiv \triangle ACD$(RHA합동) 이므로 $\overline{CD}=\overline{ED}$
따라서 $\overline{EB}=\overline{ED}=\overline{CD}$ 이다.
$\therefore \angle ADE = 180° - (90° + 22.5°) = 67.5°$
③ $\overline{AC}+\overline{CD}=\overline{AE}+\overline{EB}=\overline{AB}$

19. 다음 그림은「한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, $\overline{PQ}=\overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.」를 보이기 위해 그린 것이다. 다음 중 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{PQ}=\overline{PR}$　　② $\overline{OP}$ 는 공통

③ $\angle PQO=\angle PRO$　　④ $\angle QOP=\angle ROP$

⑤ $\triangle POQ\equiv\triangle POR$

해설

④는 옳다는 것을 보여야 할 대상이므로 필요한 조건이 아니다.

$\triangle QPO$ 와 $\triangle RPO$ 에서

ⅰ) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)

ⅱ) $\overline{PQ}=\overline{PR}$ (가정) (①)

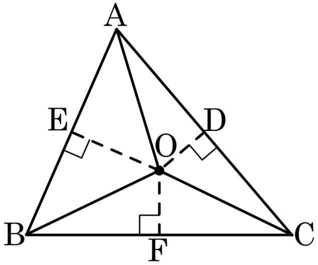
ⅲ) $\angle PQO=\angle PRO=90°$ (가정) (③)

ⅰ), ⅱ), ⅲ) 에 의해 $\triangle QPO\equiv\triangle RPO$ (RHS 합동) (⑤) 이다.

합동인 도형의 대응각은 같으므로

$\angle QOP=\angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

20. 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 <u>아닌</u> 것을 모두 고르면?



① $\triangle OBE \equiv \triangle OBF$

② $\triangle OCF \equiv \triangle OCD$

③ $\triangle OBE \equiv \triangle OAE$

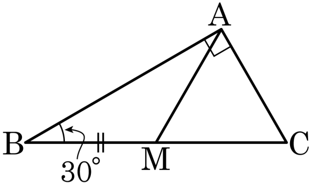
④ $\triangle AOD \equiv \triangle COD$

⑤ $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$

해설

$\triangle AOE \equiv \triangle BOE$, $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$, $\triangle AOD \equiv \triangle COD$ 이다.

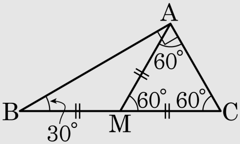
21. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 M은 $\triangle ABC$의 외심이고, $\triangle AMC$의 둘레의 길이가 9일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

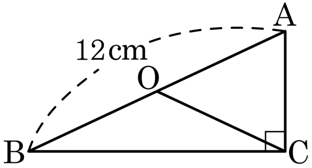
▷ 정답 : 6

해설



$\triangle AMC$의 둘레의 길이가 9이고, $\triangle AMC$가 정삼각형이므로
한 변의 길이는 3이다.
점 M은 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = 3$
$\overline{BC} = \overline{BM} + \overline{MC}$이므로 $\overline{BC} = 6$이다.

22. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

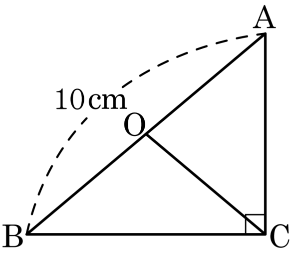
▷ 정답 : 6 cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있다.

$\therefore \overline{CO} = \overline{AO} = \overline{BO} = 6(\text{cm})$

23. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 10\mathrm{cm}$일 때, $\overline{\mathrm{OB}}$의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

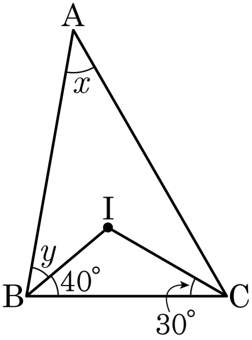
▷ **정답 :** 5 cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있다.

$10 \div 2 = 5(\mathrm{cm})$

24. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x+\angle y$의 값은?



① $60°$ ② $65°$ ③ $70°$ ④ $75°$ ⑤ $80°$

해설

$\angle x = 180° - 2\times(40° + 30°) = 40°$

$\therefore \angle x = 40°$

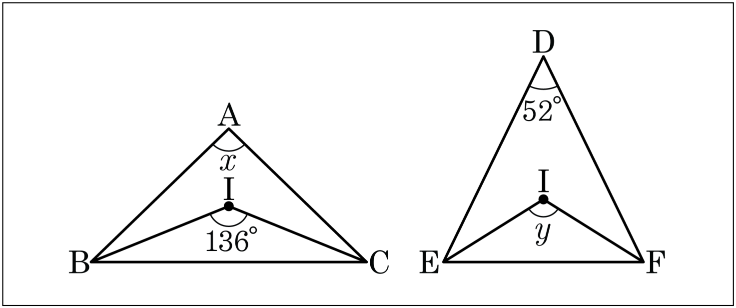
점 I가 삼각형의 내각이므로 점 I와 삼각형의 꼭짓점을 이은 선분은

각을 이등분한다.

$\therefore \angle y = 40°$

$\therefore \angle x + \angle y = 40° + 40° = 80°$

25. 다음 그림에서 점 I가 내심일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은 얼마인가?



① 178° ② 188° ③ 198° ④ 208° ⑤ 218°

해설

점 I가 △ABC의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

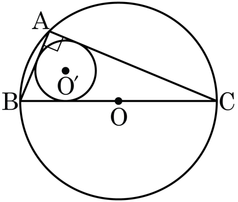
$\angle BIC = 136° = 90° + \frac{1}{2}\angle A \quad \therefore \ \angle x = \angle A = 92°$

또, 점 I′이 삼각형의 내심일 때, $\angle EI'F = 90° + \frac{1}{2}\angle D$ 이다.

$\angle y = \angle EI'F = 90° + \frac{1}{2}\angle D = 90° + \frac{1}{2} \times 52 = 116°$

$\therefore \ \angle x + \angle y = 92° + 116° = 208°$

26. 다음 그림에서 원 O, O′ 는 각각 △ABC 의 외접원, 내접원이다. 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 13cm, 4cm 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $120\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

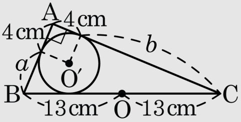
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (a+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times (b+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times 26 \times 4$

$= 2\angle a + 8 + 2\angle b + 8 + 52$

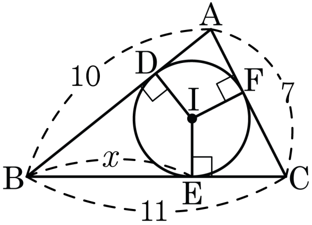
$= 2(\angle a + b) + 68$

$= 2 \times 26 + 68$

$= 120(\text{cm}^2)$



27. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이다. $\overline{BE}$ 의 길이는?



① 6 ② 5 ③ 8 ④ 9 ⑤ 7

해설

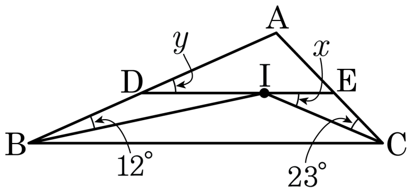
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{BE} = x = \overline{BD}$ 이므로 $\overline{CE} = 11 - x = \overline{CF}$, $\overline{AD} = 10 - x = \overline{AF}$ 이다.

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10 - x + 11 - x = 7$

$\therefore x = 7$

28. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $x+y = (\quad)°$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle DBI = 12°$, $\angle ICB = \angle ECI = 23°$

$\overline{DE}//\overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB = 12°$, $\angle ICB = \angle EIC = 23°$ 이다.

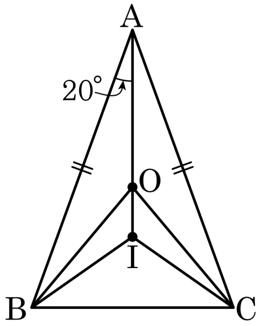
$\Rightarrow \angle x = \angle EIC = 23°$ 이다.

또, $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 가 이등변삼각형이다.

두 내각의 합은 다른 한 내각의 외각과 크기가 같으므로 $\Rightarrow \angle y = 12 + 12 = 24°$ 이다.

따라서 $\angle x + \angle y = 23 + 24 = 47°$ 이다.

29. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 외심을 O , 내심을 I 라 할 때 $\angle$OBI 의 크기는?



① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

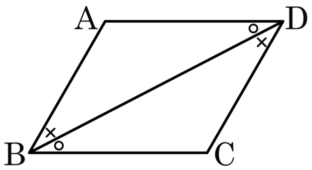
$\triangle$ABC 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 40°$ 이므로 $\angle ABC = 70°$, $\angle BOC = 80°$ 이다.

$\triangle$ABC 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40° + 90° = 110°$ 이다.

$\triangle$OBC 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 50°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50° - 35° = 15°$ 이다.

30. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.'를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

[결론] $\overline{AB} = \boxed{\text{ㄱ}}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로

$\boxed{\text{ㄴ}} = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로

$\angle ADB = \boxed{\text{ㄷ}}$(엇각) $\cdots$ ㉡

$\boxed{\text{ㄹ}}$는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB ($\boxed{\text{ㅁ}}$합동)

$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

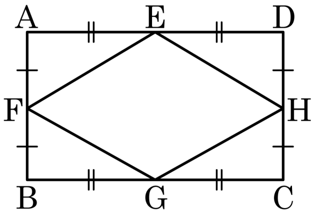
① ㄱ : $\overline{CD}$　② ㄴ : $\angle ABD$　③ ㄷ : $\angle CDB$

④ ㄹ : $\overline{BD}$　⑤ ㅁ : ASA

해설

③ $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$ 이다.

31. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\triangle AEF \equiv \triangle BGF \equiv \triangle CGH \equiv \triangle DEH$ (SAS 합동)

$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$

따라서 □EFGH 는 $\boxed{}$ 이다.

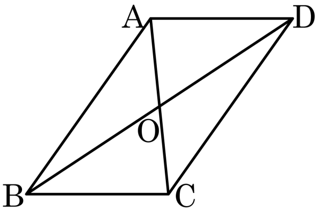
① 등변사다리꼴　② 직사각형　③ 마름모

④ 정사각형　⑤ 평행사변형

해설

네 변의 길이가 모두 같은 사각형은 마름모이다.

32. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle$AOD 의 둘레가 22 이고, $\overline{AC} = 10$, $\overline{BD} = 18$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는 ?



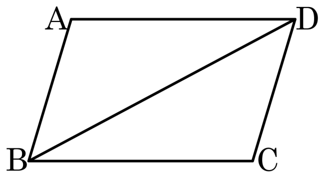
① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\triangle$AOD 의 둘레는 $\overline{AO} + \overline{DO} + \overline{AD} = 5 + 9 + \overline{AD} = 22$, $\overline{AD} = 8$ 이다.

$\therefore\ \overline{BC} = 8$

33. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$ 이면 □ABCD 는 평행사변형임을 설명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 옳지 않은 것을 기호로 써라.



대각선 BD를 그어보면
대각선 BD는
㉠ 삼각형ABD와 삼각형CDB의 공통부분이 된다.
㉡$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고
㉢$\overline{AD} = \overline{CB}$ 이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (㉣SAS 합동)
$\angle ABD = \angle CDB$, $\angle ADB = \angle CBD$ (㉤엇각)
$\therefore \overline{AB} \,//\, \overline{CD}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{CB}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD 는 평행사변형이다.

▶ 답 :

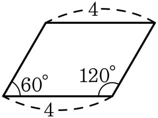
▷ 정답 : ㉣

해설

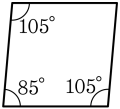
㉣ SSS 합동

34. 다음 중 평행사변형인 것을 모두 고르면?

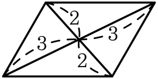
①



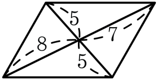
②



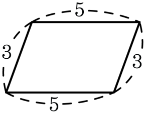
③



④



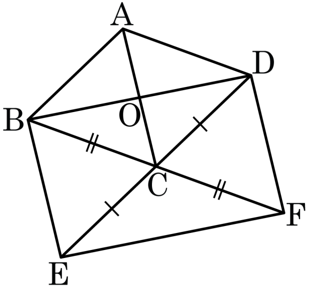
⑤



해설

평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이와 대각의 크기가 각각 같다.

35. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\overline{BC}=\overline{FC}, \overline{DC}=\overline{EC}$ 일 때, 다음 그림에서 평행사변형은 모두 몇 개인가?

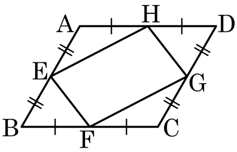


① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

□ABCD (주어진 평행사변형)
□ABEC ($\overline{AB} // \overline{CE}$, $\overline{AB}=\overline{CE}$)
□ACFD ($\overline{AD} // \overline{CF}$, $\overline{AD}=\overline{CF}$)
□BEFD ($\overline{BC}=\overline{CF}, \overline{DC}=\overline{CE}$)

36. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 차례로 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 어떤 사각형인지 구하여라.



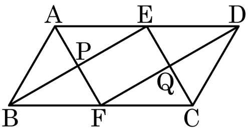
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이다.
SAS 합동 조건에 따라 $\triangle AEH \equiv \triangle FCG$, $\triangle EBF \equiv \triangle HGD$ 이므로
$\overline{EH} = \overline{FG}$, $\overline{EF} = \overline{HG}$ 이다.
두 쌍의 대응변의 길이가 같으므로 사각형 HEFG 는 평행사변형이다.

37. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. □ABCD 의 넓이가 $72\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, □EPFQ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $18\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{EF}$ 를 그으면 $\overline{AE} /\!/ \overline{BF}$, $\overline{AE} = \overline{BF}$ 이므로 □ABFE 는 평행사변형이다.

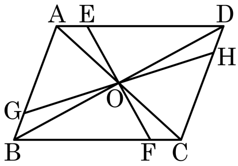
$\triangle PFE = \frac{1}{4}$□ABFE

마찬가지로 $\triangle EFQ = \frac{1}{4}$□EFCD

□EPFQ 의 넓이는 □ABCD 의 $\frac{1}{4}$ 이다.

$\therefore\ 72 \times \frac{1}{4} = 18\,(\mathrm{cm}^2)$

38. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 두 대각선의 교점 P 를 지나는 직선 중 변 AD , 변 BC 가 만나는 점을 각각 E, F 변 AB , 변 DC 가 만나는 점을 각각 G, H 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle GBP \equiv \triangle HDP$

② $\overline{EP} = \overline{FP}$

③ $\triangle AEP \equiv \triangle CFP$

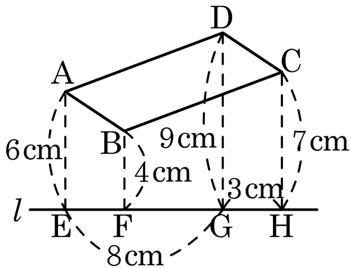
④ $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\triangle APD \equiv \triangle CPD$

해설

$\triangle APD$ 와 $\triangle CPD$ 의 넓이는 같지만 합동은 아니다.

39. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이다. 네 꼭짓점 A, B, C, D 와 직선 l 사이의 거리가 각각 6cm, 4cm, 7cm, 9cm 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 25 cm^2

해설

□ABCD

= (□AEGD + □DGHC) − (□AEFB + □BFHC)

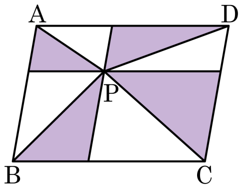
$$= \left\{(6+9)\times 8\times\frac{1}{2}+(9+7)\times 3\times\frac{1}{2}\right\}$$

$$-\left\{(6+4)\times 3\times\frac{1}{2}+(4+7)\times 8\times\frac{1}{2}\right\}$$

$$=(60+24)-(15+44)$$

$$=25(\text{cm}^2)$$

40. 다음 평행사변형 ABCD의 넓이가 $40\,\mathrm{cm}^2$일 때, 색칠한 부분의 넓이의 합을 구하여라.



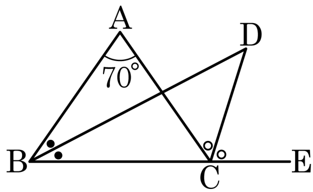
▶ 답 : ____ cm^2

▷ 정답 : $20\,\mathrm{cm}^2$

해설

색칠한 부분의 각각의 삼각형 4개는 빗변을 공유하고 있는 삼각형과 각각 SSS 합동이므로
색칠한 부분의 넓이의 합은 전체의 넓이의 반이다. 따라서 색칠한 부분의 넓이의 합은 $20\,\mathrm{cm}^2$이다.

41. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라고 하자. $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $35°$

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

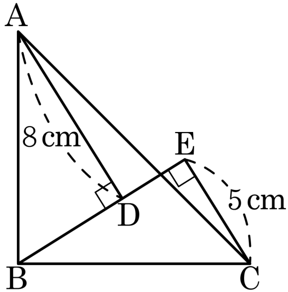
$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$$

$$\begin{aligned}\angle ACD &= \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC) \\ &= \frac{1}{2}(70° + 55°) \\ &= 62.5°\end{aligned}$$

$$\angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC) = \frac{1}{2} \times 55° = 27.5°$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle BDC &= 180° - (27.5° + 55° + 62.5°) \\ &= 180° - 145° \\ &= 35°\end{aligned}$$

42. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\angle B = 90°$인 직각이등변삼각형이다. $\angle ADB = \angle BEC = 90°$일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\triangle ABD$와 $\triangle BCE$에서

$\angle ADB = \angle BEC = 90°$

$\overline{AB} = \overline{BC}$

$\angle ABD = \angle BCE$

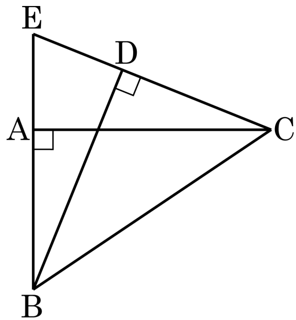
$\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ (RHA합동)

$\overline{BD} = \overline{CE} = 5\text{cm}$

$\overline{BE} = \overline{AD} = 8\text{cm}$

$\therefore \overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$

43. 다음 그림에서 두 개의 삼각형 ABC 와 DBC 는 $\angle A = \angle D = 90°$ 인 직각삼각형이다. $\overline{AB}$ 의 연장선과 $\overline{CD}$ 의 연장선이 만나는 점을 E 라 하고 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle ACB = 34°$ 일 때, $\angle E$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답:** ______ °

▷ **정답:** 68 °

해설

$\triangle ABC$ 과 $\triangle DCB$ 에서 $\angle A = \angle D = 90°$,

$\overline{BC}$ 는 공통빗변, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로

$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (RHS 합동)

$\angle ABC = 90° - 34° = 56°$, $\angle DBC = \angle ACB = 34°$

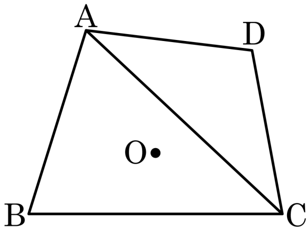
$\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 56° - 34° = 22°$

$\triangle EBD$ 에서

$\angle E + \angle ABD = 90°$

$\therefore\ \angle E = 90° - 22° = 68°$

44. 다음 그림에서 삼각형 ABC 와 ACD 의 외심은 점 O 로 같은 점이다. $\angle\mathrm{ABC} + \angle\mathrm{ADC}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 180 °

해설

$\angle\mathrm{ABC} = x$, $\angle\mathrm{ADC} = y$ 라 하면

점 O 가 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 외심이므로 $\triangle\mathrm{OAB}$, $\triangle\mathrm{OBC}$, $\triangle\mathrm{OCA}$ 는 모두 이등변삼각형

$\angle\mathrm{OAB} + \angle\mathrm{OCB} = \angle\mathrm{OBA} + \angle\mathrm{OBC} = x$

$\therefore\ \angle\mathrm{AOC} = 2x$

점 O 가 $\triangle\mathrm{ACD}$ 의 외심이므로 $\triangle\mathrm{OAD}$, $\triangle\mathrm{ODC}$ 도 이등변삼각형

$\angle\mathrm{OAD} = \angle\mathrm{ODA},\ \angle\mathrm{ODC} = \angle\mathrm{OCD}$

$\square\mathrm{AOCD}$ 에서

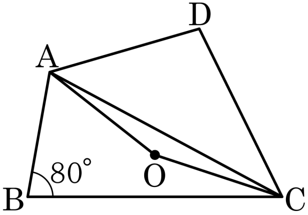
$\angle\mathrm{OAD} + \angle\mathrm{ODA} + \angle\mathrm{ODC} + \angle\mathrm{OCD} + \angle\mathrm{AOC} = 360°$ 이므로

$2(\angle\mathrm{ODA} + \angle\mathrm{ODC}) = 360° - \angle\mathrm{AOC}$

$2y = 360° - 2x,\ x + y = 180°$

$\therefore\ \angle\mathrm{ABC} + \angle\mathrm{ADC} = 180°$

45. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기는?



① $20°$ ② $40°$ ③ $60°$ ④ $80°$ ⑤ $100°$

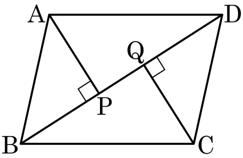
해설

$\angle AOC = 2 \times 80° = 160°$이므로

$\angle ADC = \dfrac{1}{2}(360° - 160°) = 100°$

$\therefore \angle D = 100°$

46. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 P, Q 라고 한다. $\overline{BQ} = 11\text{cm}$, $\overline{QD} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서 $\angle APB = \angle CQD = 90°$

$\overline{AB} = \overline{CD}$

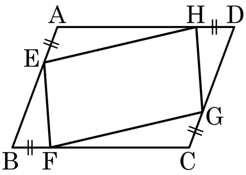
$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)

$\therefore\ \triangle ABP \equiv \triangle CDQ$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{BP} = \overline{DQ} = 7\ (\text{cm})$

$\overline{PQ} = \overline{BQ} - \overline{BP} = 11 - 7 = 4\ (\text{cm})$

47. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}$ 일 때, □EFGH 는 평행사변형이 된다. 그 이유를 고르면?



① $\overline{EH}=\overline{FG}$

② $\overline{EH}//\overline{FG}$, $\overline{EF}//\overline{HG}$

③ $\overline{EH}//\overline{FG}$, $\overline{EH}=\overline{FG}$

④ $\overline{EF}=\overline{HG}$, $\overline{EH}=\overline{FG}$

⑤ $\angle EFG=\angle GHE$

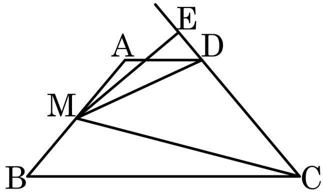
해설

$\triangle AEH\equiv\triangle CGF$(SAS합동)

$\triangle BFE\equiv\triangle DHG$(SAS합동)

$\therefore\ \overline{EF}=\overline{HG}$, $\overline{EH}=\overline{FG}$

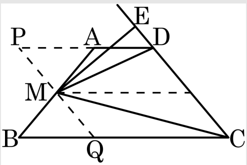
48. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 변 AB 의 중점을 M 이라 하고, 점 M 에서 변 CD 의 연장선에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\triangle \mathrm{CME} = 18$, $\triangle \mathrm{EMD} = 6$ 일 때, 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설



위의 그림과 같이 점 M 을 지나고 선분 CD 에 평행한 선분 PQ 를 그으면

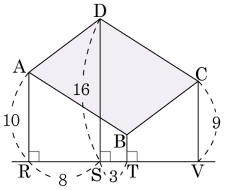
$\triangle \mathrm{PMA} \equiv \triangle \mathrm{MBQ}$ (ASA 합동)

따라서 $\square \mathrm{ABCD}$ 의 넓이는 $\square \mathrm{PQCD}$ 의 넓이와 같다.

$$\begin{aligned} \square \mathrm{PQCD} &= 2\triangle \mathrm{DMC} \\ &= 2(\triangle \mathrm{CME} - \triangle \mathrm{EMD}) \\ &= 24 \end{aligned}$$

따라서 사다리꼴 ABCD 의 넓이는 24 이다.

49. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이다. 각 점A, B, C, D 에서 직선l 에 내린 수선의 발을 각각 R, T, V, S 라 하고 $\overline{DS} = 16$, $\overline{AR} = 10$, $\overline{CV} = 9$, $\overline{RS} = 8$, $\overline{ST} = 3$ 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



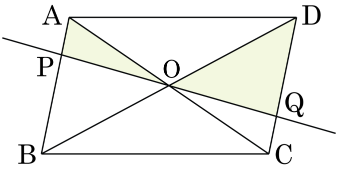
▶ 답 :

▷ 정답 : 122

해설

(□ABCD 의 넓이)
$= (10 + 16) \times 8 \div 2 + (16 + 9) \times 11 \div 2$
$-(10 + 3) \times 11 \div 2 - (3 + 9) \times 8 \div 2$
$= 122\ (\mathrm{cm}^2)$

50. 오른쪽 그림과 같이 넓이가 $60\,\mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $15\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 에서
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ACD$(엇각)
$\angle AOP = \angle COQ$(맞꼭지각)
$\overline{AO} = \overline{CO}$(평행사변형의 성질)
$\therefore \triangle AOP \equiv \triangle COQ$ (ASA 합동)

$\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 가 합동이므로 색칠한 부분의 넓이의 합은 $\triangle CDO$ 와 같다.

$\square ABCD = 4\triangle CDO$ 이므로 $60 = 4\triangle CDO$
$\therefore \triangle CDO = 15(\mathrm{cm}^2)$
따라서 색칠한 부분의 넓이의 합은 $15\,\mathrm{cm}^2$ 이다.