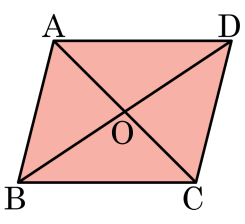
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 O가 두 대각선의 교점일 때, 다음을 구하여라.



(1) △ABC의 넓이가 20 cm^2 일 때, △ABO의 넓이
(2) △ABC의 넓이가 30 cm^2 일 때, □ABCD의 넓이

▶ 답 :

▶ 답 :

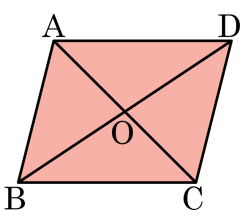
▷ 정답 : (1) 10 cm^2

▷ 정답 : (2) 60 cm^2

해설

(1) 이웃한 삼각형의 넓이는 서로 같으므로 $20 \times \frac{1}{2} = 10(cm^2)$
(2) 이웃한 삼각형의 넓이는 서로 같으므로 $30 \times 2 = 60(cm^2)$

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 O가 두 대각선의 교점일 때, 다음을 구하여라.



(1) □ABCD의 넓이가 60 cm^2 일 때, △ABO의 넓이
(2) △OBC의 넓이가 4 cm^2 일 때, □ABCD의 넓이

▶ 답:

▶ 답:

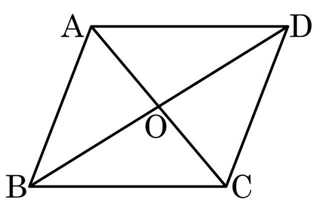
▷ 정답: (1) 15 cm^2

▷ 정답: (2) 16 cm^2

해설

(1) 이웃한 삼각형의 넓이는 서로 같으므로 $60 \times \frac{1}{4} = 15(\text{cm}^2)$
(2) 이웃한 삼각형의 넓이는 서로 같으므로 $4 \times 4 = 16(\text{cm}^2)$

3. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle \mathrm{OBC}$ 의 넓이가 $20\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square \mathrm{ABCD}$ 의 넓이를 구하여라.



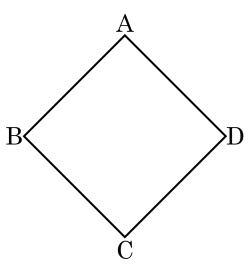
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $80\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\square \mathrm{ABCD} = 4 \times \triangle \mathrm{OBC} = 4 \times 20 = 80(\mathrm{cm}^2)$

4. 다음 보기 중 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면?



① $\overline{AC} = \overline{AB}$

② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\angle A + \angle B = 180°$

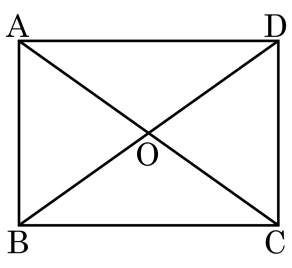
④ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, $\overline{BA} = 2\overline{AO}$ 이다.

⑤ $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다.

해설

마름모가 정사각형이 되기 위해서는 한 내각의 크기가 90° 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.
$\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.
$\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이면 $\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동) 이므로 $\angle A = \angle D = 90°$

5. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\overline{AB} = \overline{BC}$ ② $\overline{AC} = \overline{BD}$

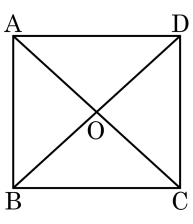
③ $\angle AOD = \angle BOC$ ④ $\angle AOB = \angle AOD$

⑤ $\overline{AO} = \overline{CO}$

해설

① $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = \overline{AD}$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이면 네 변의 길이가 모두 같고, 네 각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이다.
④ $\angle AOB = \angle AOD$ 일 때, $\triangle AOB$와 $\triangle AOD$에서 $\overline{AO}$는 공통, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\angle AOB = \angle AOD = 90°$ 이므로 $\triangle AOB \equiv \triangle AOD$ (SAS 합동)
대응변의 길이가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AD}$
평행사변형에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
따라서 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이다.

6. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건이 아닌 것을 고르면?



① $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이다.

② $\angle A + \angle C = 180°$ 이다.

③ $\angle AOB = 90°$ 이다.

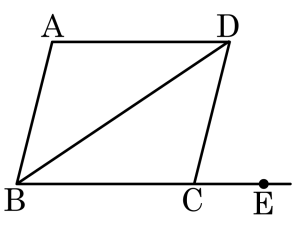
④ $\angle AOD + \angle BOC = 180°$ 이다.

⑤ $\overline{AO} \perp \overline{BD}$ 이다.

해설

직사각형이 정사각형이 되기 위해서는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이거나, 두 대각선이 서로 수직이등분하는 것이다.
하지만 $\angle A + \angle C = 180°$ 는 조건이 아니다.

7. 다음은 '평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다'를 증명하는 과정이다.
□안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



가정 : □ABCD에서
$\overline{AB} // \overline{DC}, \overline{AD} // \overline{BC}$
결론 : $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$
증명 : $\overline{BC}$의 연장선 위의 한 점을 E라 하면
$\angle BAC =$ □, $\angle BCA =$ □이므로 $\angle A = \angle C$
$\angle B = \angle DCE($□$), \angle D = \angle DCE$(엇각)
이므로 $\angle B = \angle D$

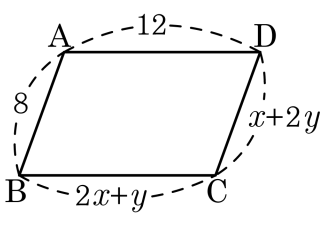
▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle DCA, \angle DAC$, 동위각

해설

가정 : □ABCD에서
$\overline{AB} // \overline{DC}, \overline{AD} // \overline{BC}$
결론 : $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$
증명 : $\overline{BC}$의 연장선 위의 한 점을 E라 하면
$\angle BAC = \angle DCA, \angle BCA = \angle DAC$이므로 $\angle A = \angle C$
$\angle B = \angle DCE$(동위각), $\angle D = \angle DCE$(엇각)
이므로 $\angle B = \angle D$

8. 다음 그림과 같이 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{16}{3}$

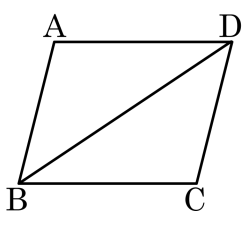
▷ 정답: $y = \frac{4}{3}$

해설

연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=12 \\ x+2y=8 \end{cases}$ 을 풀면,

$x = \frac{16}{3}$, $y = \frac{4}{3}$

9. 다음은 '평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명하는 과정이다.
□ 안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



가정 : □ABCD 에서
$\overline{AB} // \overline{DC}, \overline{AD} // \overline{BC}$
결론 : $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \square$
증명 : 대각선 BD 를 그으면 △ABD 와 △CDB 에서 ∠ABD = □ (엇각) ···㉠
∠ADB = ∠CBD (엇각) ···㉡
□ 는 공통 ···㉢
따라서 ㉠, ㉡, ㉢에 의해
△ABD ≡ △CDB (□ 합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \square$

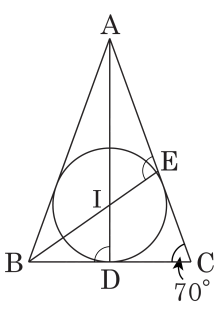
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{BC}$, ∠CDB, $\overline{BD}$, $\overline{BC}$

해설

가정 : □ABCD 에서
$\overline{AB} // \overline{DC}, \overline{AD} // \overline{BC}$
결론 : $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$
증명 : 대각선 BD 를 그으면 △ABD 와 △CDB 에서 ∠ABD = ∠CDB (엇각) ···㉠
∠ADB = ∠CBD (엇각) ···㉡
$\overline{BD}$ 는 공통 ···㉢
따라서 ㉠, ㉡, ㉢에 의해
△ABD ≡ △CDB (ASA 합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이고 $\angle C = 70°$이다. $\overline{AI}$, $\overline{BI}$의 연장선이 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, $\angle IDB + \angle IEA$의 크기를 구하여라.

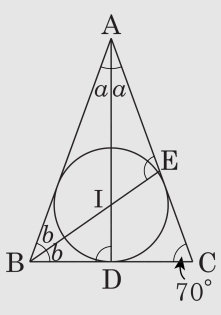


▶ 답:

▷ 정답: 195°

해설

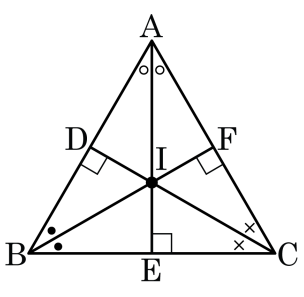
점 I가 내심이므로
$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$,
$\angle IBA = \angle IBC = \angle b$라고 하면
$2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$
$2(\angle a + \angle b) = 110°$
$\therefore\ \angle a + \angle b = 55°$



삼각형의 두 내각의 합은 한 외각의 크기와 같으므로
$\angle IDB = \angle a + 70°$, $\angle IEA = \angle b + 70°$

$$\begin{aligned}\therefore\ \angle IDB + \angle IEA &= \angle a + 70° + \angle b + 70° \\ &= (\angle a + \angle b) + 140° \\ &= 55° + 140° \\ &= 195°\end{aligned}$$

11. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



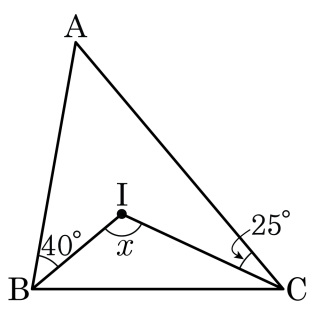
△IBE와 △IBD에서
∠IEB = ∠IDB = 90°,
$\overline{IB}$는 공통변,
∠IBE = ∠IBD이므로
△IBE ≡ △IBD (RHA 합동)
∴ $\overline{ID}$ = □ ···①
같은 방법으로 △ICE ≡ △ICF (RHA 합동)이므로
∴ □ = $\overline{IF}$ ···㉡
㉠, ㉡에서
∴ $\overline{ID}$ = $\overline{IF}$
△ADI와 △AFI에서
∠ADI = ∠AFI = 90°, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID}$ = $\overline{IF}$
이므로 △ADI ≡ △AFI(RHS 합동)
대응각 ∠DAI = ∠FAI이므로 $\overline{AI}$는 ∠A의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{IA}$ ② $\overline{IE}$ ③ $\overline{IC}$ ④ $\overline{IB}$ ⑤ $\overline{AF}$

해설

△IBE ≡ △IBD(RHA 합동)이므로
$\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고, △ICE ≡ △ICF(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$가 들어간다.

12. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

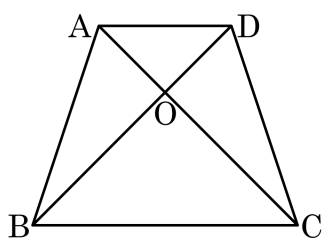


① 110° ② 115° ③ 120° ④ 125° ⑤ 130°

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\angle IBC = 40°$이고, $\angle ICB = 25°$이다.
따라서 삼각형의 내각의 합은 180°이므로
$\angle x = 180° - (40° + 25°) = 115°$

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. □ABCD 의 넓이가 36 일 때, △BCO 의 넓이를 구하여라.



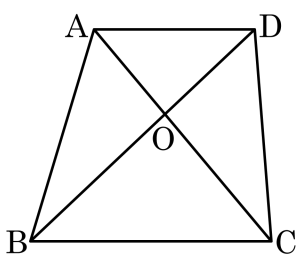
▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

(△AOD의 넓이) = A 라 하자.
△AOD : △COD = 1 : 2 이므로
A : △COD = 1 : 2 ∴ △COD = 2A
이때 △ABD = △ACD 이므로
△ABO = △COD = 2A
또, △ABO : △BCO = 1 : 2 이므로
2A : △BCO = 1 : 2 ∴ △BCO = 4A
□ABCD = A + 2A + 2A + 4A = 36 ∴ A = 4
따라서 △BCO = 4A = 16 이다.

14. 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 이고, $\overline{BO} : \overline{OD} = 3 : 2$ 이다. $\triangle ODC = 18cm^2$ 일 때, $\triangle OBC$ 의 넓이는?



① $9cm^2$ ② $18cm^2$ ③ $27cm^2$

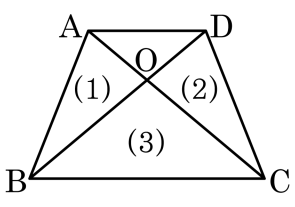
④ $36cm^2$ ⑤ $45cm^2$

해설

$\triangle OBC$ 와 $\triangle DOC$ 의 높이는 같다.

$3 : 2 = \triangle OBC : 18cm^2$ $\therefore \triangle OBC = 27cm^2$

15. 다음 등변사다리꼴에서 $\triangle OAD = 4\,\mathrm{cm}^2$, $\overline{OD} : \overline{OB} = 1 : 2$일 때, 다음 도형의 넓이를 구하여라.



(1) $\triangle OAB$의 넓이
(2) $\triangle OCD$의 넓이
(3) $\triangle OBC$의 넓이

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $8\,\mathrm{cm}^2$

▷ 정답 : (2) $8\,\mathrm{cm}^2$

▷ 정답 : (3) $16\,\mathrm{cm}^2$

해설

(1) $\overline{OD} : \overline{OB} = 1 : 2$이므로
$\triangle OAD : \triangle OAB = 1 : 2$
$\therefore\ \triangle OAB = 2\triangle OAD = 2 \times 4 = 8(\mathrm{cm}^2)$
(2) $\triangle OCD = \triangle ACD - \triangle OAD$
$= \triangle ABD - \triangle OAD = 8(\mathrm{cm}^2)$
(3) $\overline{OD} : \overline{OB} = 1 : 2$이므로
$\triangle OCD : \triangle OBC = 1 : 2$
$\therefore\ \triangle OBC = 2\triangle OCD = 2 \times 8 = 16(\mathrm{cm}^2)$

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BO}$, $\overline{BF}$ 는 $\angle B$ 의 삼등분선이다. $\angle BEC = 73°$, $\angle BCE = 65°$ 일 때, $\angle BFC$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 28°

해설

$\angle EBC = 180° - (73° + 65°) = 42°$

$\angle BCF = 180° - 42° = 138°$

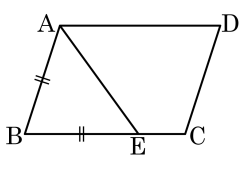
$\angle FBC = 42 \div 3 = 14°$

$\angle BFC = 180° - (\angle BCF + \angle FBC)$

$= 180° - (138° + 14°)$

$= 28°$

17. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 3 : 2$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BE}$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하면?



① 54° ② 56° ③ 58°

④ 60° ⑤ 62°

해설

$\angle B = 180° \times \frac{2}{5} = 72°$

$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle AEB = (180° - 72°) \div 2 = 54°$

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB}//\overline{GH}$, $\overline{AD}//\overline{EF}$ 이다.
$\angle B = 48°$ 일 때, $\angle DFI$ 의 크기는?

① 120° ② 124° ③ 130° ④ 132° ⑤ 136°

해설

$\overline{GI}//\overline{DF}$, $\overline{GD}//\overline{IF}$ 이므로
GIFD 는 평행사변형이다.
$\angle D = \angle B = 48°$ 이므로
$\angle F = 180° - 48° = 132°$

19. 다음 보기 중 두 대각선의 길이가 항상 같은 것은 모두 몇 개인가?

보기

사각형, 사다리꼴, 등변사다리꼴,
평행사변형, 직사각형, 마름모,
정사각형

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형 3 개이다.

20. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

대각선의 길이가 같은 도형은 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형이다.

21. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형을 옳게 짝지은 것은?

보기

㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉡ 두 대각선의 길이가 같다.

㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡
② 평행사변형 : ㉠, ㉢
③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣
④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢
⑤ 정사각형 : ㉠, ㉢, ㉣

해설

① 등변사다리꼴 : ㉡
② 평행사변형 : ㉠
④ 직사각형 : ㉠, ㉡
⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣