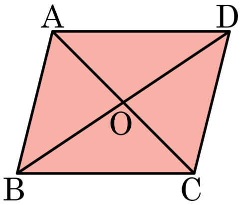
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 O가 두 대각선의 교점일 때, 다음을 구하여라.



(1) $\triangle ABC$의 넓이가 $20\,\mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle ABO$의 넓이
(2) $\triangle ABC$의 넓이가 $30\,\mathrm{cm}^2$일 때, $\square ABCD$의 넓이

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $10\,\mathrm{cm}^2$

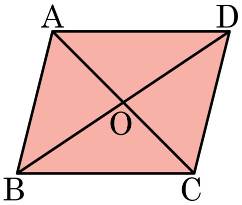
▷ 정답 : (2) $60\,\mathrm{cm}^2$

해설

(1) 이웃한 삼각형의 넓이는 서로 같으므로 $20 \times \frac{1}{2} = 10(\mathrm{cm}^2)$

(2) 이웃한 삼각형의 넓이는 서로 같으므로 $30 \times 2 = 60(\mathrm{cm}^2)$

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 O가 두 대각선의 교점일 때, 다음을 구하여라.



(1) $\square$ABCD의 넓이가 $60\,\mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle$ABO의 넓이
(2) $\triangle$OBC의 넓이가 $4\,\mathrm{cm}^2$일 때, $\square$ABCD의 넓이

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $15\,\mathrm{cm}^2$

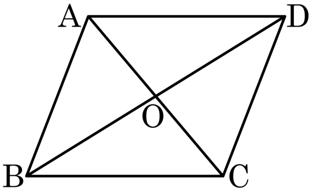
▷ 정답 : (2) $16\,\mathrm{cm}^2$

해설

(1) 이웃한 삼각형의 넓이는 서로 같으므로 $60 \times \frac{1}{4} = 15(\mathrm{cm}^2)$

(2) 이웃한 삼각형의 넓이는 서로 같으므로 $4 \times 4 = 16(\mathrm{cm}^2)$

3. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle OBC$ 의 넓이가 $20\,cm^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



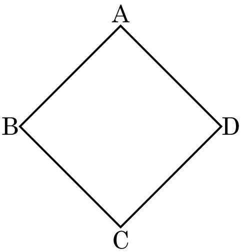
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : $80\,\underline{cm^2}$

해설

$\square ABCD = 4 \times \triangle OBC = 4 \times 20 = 80(\,cm^2)$

4. 다음 보기 중 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면?



① $\overline{AC} = \overline{AB}$

② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\angle A + \angle B = 180°$

④ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, $\overline{BA} = 2\overline{AO}$ 이다.

⑤ $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다.

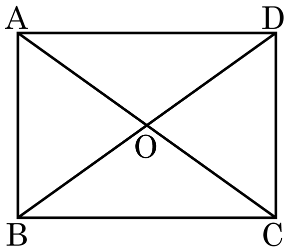
해설

마름모가 정사각형이 되기 위해서는 한 내각의 크기가 90° 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

$\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

$\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이면 $\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동) 이므로 $\angle A = \angle D = 90°$

5. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\overline{AB} = \overline{BC}$

② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\angle AOD = \angle BOC$

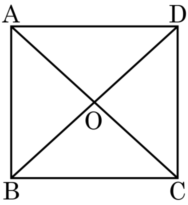
④ $\angle AOB = \angle AOD$

⑤ $\overline{AO} = \overline{CO}$

해설

① $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = \overline{AD}$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이면 네 변의 길이가 모두 같고, 네 각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이다.
④ $\angle AOB = \angle AOD$ 일 때, $\triangle AOB$와 $\triangle AOD$에서 $\overline{AO}$는 공통, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\angle AOB = \angle AOD = 90°$ 이므로 $\triangle AOB \equiv \triangle AOD$ (SAS 합동)
대응변의 길이가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AD}$
평행사변형에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
따라서 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이다.

6. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건이 아닌 것을 고르면?



① $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이다.

② $\angle A + \angle C = 180°$ 이다.

③ $\angle AOB = 90°$ 이다.

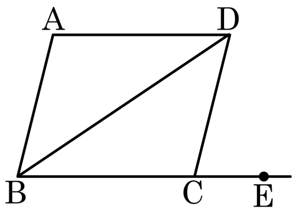
④ $\angle AOD + \angle BOC = 180°$ 이다.

⑤ $\overline{AO} \perp \overline{BD}$ 이다.

해설

직사각형이 정사각형이 되기 위해서는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이거나, 두 대각선이 서로 수직이등분하는 것이다.
하지만 $\angle A + \angle C = 180°$ 는 조건이 아니다.

7. 다음은 '평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다'를 증명하는 과정이다.
$\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



가정 : □ABCD 에서
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}, \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
결론 : $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$
증명 : $\overline{BC}$ 의 연장선 위의 한 점을 E라 하면
$\angle BAC = \boxed{}, \angle BCA = \boxed{}$ 이므로 $\angle A = \angle C$
$\angle B = \angle DCE(\boxed{}), \angle D = \angle DCE$(엇각)
이므로 $\angle B = \angle D$

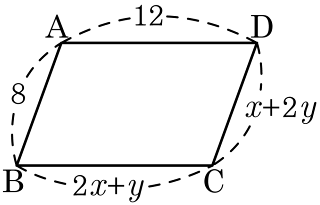
▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle DCA, \angle DAC$, 동위각

해설

가정 : □ABCD 에서
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}, \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
결론 : $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$
증명 : $\overline{BC}$ 의 연장선 위의 한 점을 E라 하면
$\angle BAC = \angle DCA, \angle BCA = \angle DAC$ 이므로 $\angle A = \angle C$
$\angle B = \angle DCE$(동위각), $\angle D = \angle DCE$(엇각)
이므로 $\angle B = \angle D$

8. 다음 그림과 같이 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \dfrac{16}{3}$

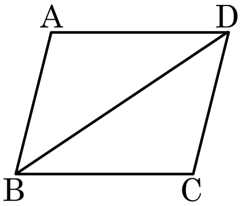
▷ 정답 : $y = \dfrac{4}{3}$

해설

연립방정식 $\begin{cases} 2x + y = 12 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$ 을 풀면,

$x = \dfrac{16}{3}$, $y = \dfrac{4}{3}$

9. 다음은 '평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명하는 과정이다.
$\boxed{}$안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



가정 : □ABCD 에서
$\overline{AB} \,//\, \overline{DC}, \overline{AD} \,//\, \overline{BC}$
결론 : $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \boxed{}$
증명 : 대각선 BD 를 그으면 △ABD 와 △CDB 에서 ∠ABD = $\boxed{}$ (엇각) ⋯㉠
∠ADB = ∠CBD (엇각) ⋯㉡
$\boxed{}$는 공통 ⋯㉢
따라서 ㉠, ㉡, ㉢에 의해
△ABD ≡ △CDB ($\boxed{}$합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \boxed{}$

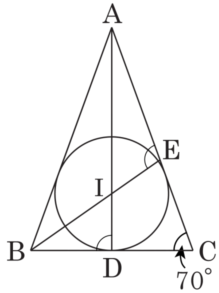
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{BC}$, ∠CDB, $\overline{BD}$, $\overline{BC}$

해설

가정 : □ABCD 에서
$\overline{AB} \,//\, \overline{DC}, \overline{AD} \,//\, \overline{BC}$
결론 : $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
증명 : 대각선 BD 를 그으면 △ABD 와 △CDB 에서 ∠ABD = ∠CDB (엇각) ⋯㉠
∠ADB = ∠CBD (엇각) ⋯㉡
$\overline{BD}$는 공통 ⋯㉢
따라서 ㉠, ㉡, ㉢에 의해
△ABD ≡ △CDB (ASA 합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이고 $\angle C = 70°$이다. $\overline{AI}$, $\overline{BI}$의 연장선이 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, $\angle IDB + \angle IEA$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $195°$

해설

점 I가 내심이므로

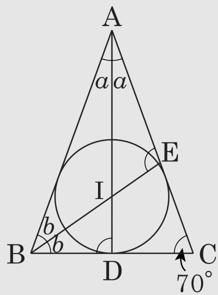
$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$,

$\angle IBA = \angle IBC = \angle b$라고 하면

$2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$

$2(\angle a + \angle b) = 110°$

$\therefore \ \angle a + \angle b = 55°$

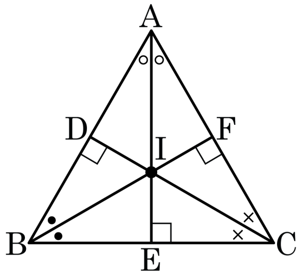


삼각형의 두 내각의 합은 한 외각의 크기와 같으므로

$\angle IDB = \angle a + 70°$, $\angle IEA = \angle b + 70°$

$$\begin{aligned} \therefore \ \angle IDB + \angle IEA &= \angle a + 70° + \angle b + 70° \\ &= (\angle a + \angle b) + 140° \\ &= 55° + 140° \\ &= 195° \end{aligned}$$

11. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



$\triangle$IBE와 $\triangle$IBD에서

$\angle IEB = \angle IDB = 90°$,

$\overline{IB}$는 공통변,

$\angle IBE = \angle IBD$이므로

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{ID} = \boxed{\quad\quad} \cdots$ ㉠

같은 방법으로 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로

$\therefore \boxed{\quad\quad} = \overline{IF} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서

$\therefore \overline{ID} = \overline{IF}$

$\triangle$ADI와 $\triangle$AFI에서

$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$

이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

대응각 $\angle DAI = \angle FAI$이므로 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 이등분선이다.

따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{IA}$ ② $\overline{IE}$ ③ $\overline{IC}$ ④ $\overline{IB}$ ⑤ $\overline{AF}$

해설

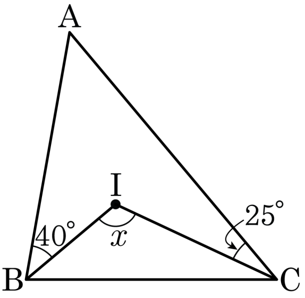
$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로

$\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고, $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)

이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.

따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$가 들어간다.

12. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?



① 110° ② 115° ③ 120° ④ 125° ⑤ 130°

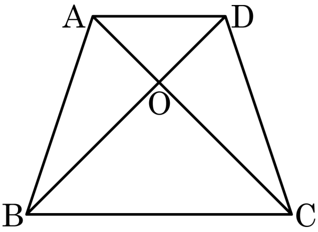
해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\angle IBC = 40^\circ$이고, $\angle ICB = 25^\circ$이다.

따라서 삼각형의 내각의 합은 180°이므로

$\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 25^\circ) = 115^\circ$

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. □ABCD 의 넓이가 36 일 때, △BCO 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

(△AOD의 넓이) $=$ A 라 하자.

△AOD : △COD $= 1 : 2$ 이므로

A : △COD $= 1 : 2$ ∴ △COD $=$ 2A

이때 △ABD $=$ △ACD 이므로

△ABO $=$ △COD $=$ 2A

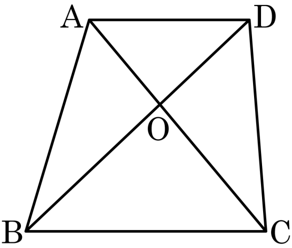
또, △ABO : △BCO $= 1 : 2$ 이므로

2A : △BCO $= 1 : 2$ ∴ △BCO $=$ 4A

□ABCD $=$ A $+$ 2A $+$ 2A $+$ 4A $= 36$ ∴ A $= 4$

따라서 △BCO $=$ 4A $= 16$ 이다.

14. 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 이고, $\overline{BO}:\overline{OD}=3:2$ 이다. $\triangle ODC = 18\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle OBC$ 의 넓이는?



① 9cm^2 ② 18cm^2 ③ 27cm^2

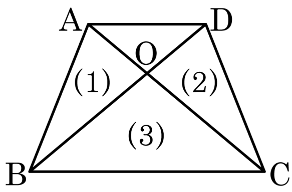
④ 36cm^2 ⑤ 45cm^2

해설

$\triangle OBC$ 와 $\triangle DOC$ 의 높이는 같다.

$3:2=\triangle OBC:18\text{cm}^2$ $\therefore \triangle OBC = 27\text{cm}^2$

15. 다음 등변사다리꼴에서 $\triangle OAD = 4\,cm^2$, $\overline{OD} : \overline{OB} = 1 : 2$ 일 때, 다음 도형의 넓이를 구하여라.



(1) $\triangle OAB$ 의 넓이
(2) $\triangle OCD$ 의 넓이
(3) $\triangle OBC$ 의 넓이

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $8\,cm^2$

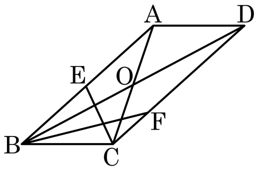
▷ 정답 : (2) $8\,cm^2$

▷ 정답 : (3) $16\,cm^2$

해설

(1) $\overline{OD} : \overline{OB} = 1 : 2$ 이므로
$\triangle OAD : \triangle OAB = 1 : 2$
$\therefore\ \triangle OAB = 2\triangle OAD = 2 \times 4 = 8(\,cm^2)$
(2) $\triangle OCD = \triangle ACD - \triangle OAD$
$= \triangle ABD - \triangle OAD = 8(\,cm^2)$
(3) $\overline{OD} : \overline{OB} = 1 : 2$ 이므로
$\triangle OCD : \triangle OBC = 1 : 2$
$\therefore\ \triangle OBC = 2\triangle OCD = 2 \times 8 = 16(\,cm^2)$

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BO}$, $\overline{BF}$ 는 $\angle B$ 의 삼등분선이다. $\angle BEC = 73°$, $\angle BCE = 65°$ 일 때, $\angle BFC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 28 °

해설

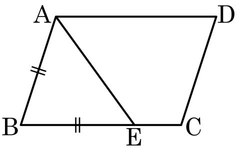
$\angle EBC = 180° - (73° + 65°) = 42°$

$\angle BCF = 180° - 42° = 138°$

$\angle FBC = 42 \div 3 = 14°$

$$\begin{aligned}\angle BFC &= 180° - (\angle BCF + \angle FBC) \\ &= 180° - (138° + 14°) \\ &= 28°\end{aligned}$$

17. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 3 : 2$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BE}$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하면?



① 54°　② 56°　③ 58°　④ 60°　⑤ 62°

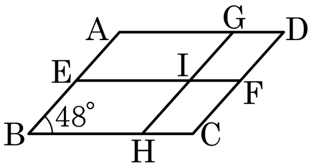
해설

$\angle B = 180° \times \dfrac{2}{5} = 72°$

$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle AEB = (180° - 72°) \div 2 = 54°$

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB}//\overline{GH}$, $\overline{AD}//\overline{EF}$ 이다. $\angle B = 48°$ 일 때, $\angle DFI$ 의 크기는?



① 120° ② 124° ③ 130° ④ 132° ⑤ 136°

해설

$\overline{GI}//\overline{DF}$, $\overline{GD}//\overline{IF}$ 이므로
GIFD 는 평행사변형이다.
$\angle D = \angle B = 48°$ 이므로
$\angle F = 180° - 48° = 132°$

19. 다음 보기 중 두 대각선의 길이가 항상 같은 것은 모두 몇 개인가?

> **보기**
>
> 사각형, 사다리꼴, 등변사다리꼴,
> 평행사변형, 직사각형, 마름모,
> 정사각형

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

> **해설**
>
> 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형 3 개이다.

20. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴 ㉡ 등변사다리꼴

㉢ 직사각형 ㉣ 정사각형

㉤ 마름모 ㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

대각선의 길이가 같은 도형은 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형이다.

21. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형을 옳게 짝지은 것은?

보기

㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉡ 두 대각선의 길이가 같다.

㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡

② 평행사변형 : ㉠, ㉢

③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣

④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢

⑤ 정사각형 : ㉠, ㉢, ㉣

해설

① 등변사다리꼴 : ㉡
② 평행사변형 : ㉠
④ 직사각형 : ㉠, ㉡
⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣